Név: **Neptun azonosító**:

1. $\square$ 2. $\square$ 3. $\square$ 4. $\square$ 5. $\square$ 6. $\square$ 7. $\square$

2012-2013/II. félév

I. matematika BSc Az analízis megalapozás tesztkérdések

2013 május 30.

1. Az alábbi állítás melyik befejezéssel **hamis**?

   Az $A \Longrightarrow B$ állítás mindenképpen igaz, ha

   a) A igaz. b) A hamis. c) B igaz. d) A és B hamis.

2. Az alábbiak közül melyik tagadása a "*Ha egy szám páros, akkor felírható két prímszám összegeként*" állításnak?

   a) Ha egy szám páros, akkor nem írható fel két prímszám összegeként.

   b) Ha egy szám páratlan, akkor felírható két prímszám összegeként.

   c) Van olyan páros szám, ami nem írható fel két prímszám összegeként.

   d) Van olyan szám, ami felírható két prímszám összegeként, de nem páros.

3. Melyik igaz teszőleges $u_1, \ldots, u_m$ pozitív számokra?

   a) $\dfrac{\frac{1}{u_1} + \ldots + \frac{1}{u_m}}{m} \geq \sqrt[m]{u_1 \cdot \ldots \cdot u_m}$ b) $\dfrac{m}{\frac{1}{u_1} + \ldots + \frac{1}{u_m}} \geq \sqrt[m]{u_1 \cdot \ldots \cdot u_m}$

   c) $\dfrac{\frac{1}{u_1} + \ldots + \frac{1}{u_m}}{m} \leq \sqrt[m]{u_1 \cdot \ldots \cdot u_m}$ d) $\dfrac{m}{\frac{1}{u_1} + \ldots + \frac{1}{u_m}} \leq \sqrt[m]{u_1 \cdot \ldots \cdot u_m}$

4. Mi az alábbi két állítás logikai kapcsolata?

   (i) $x \in A \Longrightarrow x \in B$ (ii) $A \subset B$

   a) (i) $\Leftrightarrow$ (ii) b) (i) $\Rightarrow$ (ii), de (i) $\not\Leftarrow$ (ii)

   c) (i) $\Leftarrow$ (ii), de (i) $\not\Rightarrow$ (ii) d) (i) $\not\Rightarrow$ (ii) és (i) $\not\Leftarrow$ (ii)

5. Melyik h^a definíciója $h > 1$, $a \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ esetén?

   a) $h^a = \sup\{h^r : r \in \mathbb{Q}, h < a\}$ b) $h^a = \inf\{h^r : r \in \mathbb{Q}, h < a\}$

   c) $h^a = \sup\{h^r : r \in \mathbb{Q}, r < a\}$ d) $h^a = \inf\{h^r : r \in \mathbb{Q}, r < a\}$

6. Melyik a helyes? Az $\sqrt[n]{n}$ sorozat

   a) tart 0-hoz. b) tart 1-hez. c) tart ∞-hez. d) oszcillálva divergens.

7. Tegyük föl, hogy (a_n) és (b_n) konvergens sorozatok. Mi az alábbi két állítás logikai kapcsolata?

   (i) $a_n \leq b_n$ minden elég nagy n-re (ii) $\lim_{n\to\infty} a_n \leq \lim_{n\to\infty} b_n$

   a) (i) $\Leftrightarrow$ (ii) b) (i) $\Rightarrow$ (ii), de (i) $\not\Leftarrow$ (ii)

   c) (i) $\Leftarrow$ (ii), de (i) $\not\Rightarrow$ (ii) d) (i) $\not\Rightarrow$ (ii) és (i) $\not\Leftarrow$ (ii)

8. $\square$ 9. $\square$ 10. $\square$ 11. $\square$ 12. $\square$ 13. $\square$

---

8. Hova tart a $\sqrt[n]{2^n + 3^n}$ sorozat?

   a) 0-hoz b) 2-höz c) 3-hoz d) végtelenhez

9. Melyik **hamis**?

   a) Minden konvergens sorozatnak van korlátos részsorozata.

   b) Minden korlátos sorozatnak van konvergens részsorozata.

   c) Ha az (a_n) sorozat egy részsorozata divergens, akkor (a_n) is divergens.

   d) Ha az (a_n) sorozat egy részsorozata konvergens, akkor (a_n) is konvergens.

10. Legyen (a_n) egy végtelenhez tartó számsorozat. Az alábbiak állítsok közül melyik **értelmetlen**?

    a) Az (a_n) sorozat tart n-hez.

    b) Az (a_n) sorozat gyorsabban tart a végtelenbe mint az (n) sorozat.

    c) Az (a_n) sorozat és (n) aszimptotikusan egyenlőek.

    d) $a_n > n$ minden elég nagy n-re.

11. Tegyük fel, hogy $\lim_{x\to 5} f(x) = 7$. Mi történik, ha f-et 5-ben 1-gyel megnöveljük (mindenhol máshol marad az eredeti érték)? Az új függvény 5-ben

    a) szintén 7-hez fog tartani. b) 8-hoz fog tartani.

    c) sehova nem fog tartani. d) bárhova tarthat.

12. Az alábbiak közül melyik *nem* ekvivalens azzal, hogy a differenciálható f függvény konvex az I intervallumban?

    a) Tetszőleges $a, b \in I$, $a < x < b$ esetén $f(x) \geq \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a) + f(a)$.

    b) Tetszőleges $a_1, \ldots, a_n \in I$; $t_1, \ldots, t_n > 0$, $t_1 + \ldots + t_n = 1$ esetén $f(t_1 a_1 + \ldots + t_n a_n) \leq t_1 f(a_1) + \ldots + t_n f(a_n)$.

    c) A $f'(x)$ függvény monoton nő I-n.

    d) Minden $a \in I$-ra az $x \mapsto \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ függvény monoton nő az $I \setminus \{a\}$ halmazon.

13. Melyik a helyes definíció? Az f függvény egyenletesen folytonos az I intervallumon, ha

    a) minden $\varepsilon > 0$-hoz és $x \in I$-hez van olyan $\delta > 0$, amelyre tetszőleges $y \in I$-re $|y - x| < \delta$ esetén $f(y) - f(x)| < \varepsilon$.

    b) minden $\varepsilon > 0$-hoz van olyan $\delta > 0$, amelyre tetszőleges $x, y \in I$-re $|y - x| < \delta$ esetén $f(y) - f(x)| < \varepsilon$.

    c) minden $\varepsilon > 0$-hoz és $x \in$-hez van olyan $\delta > 0$, amelyre tetszőleges $y \in I$-re $|y - x| < \varepsilon$ esetén $f(y) - f(x)| < \delta$.

    d) minden $\varepsilon > 0$-hoz van olyan $\delta > 0$, amelyre tetszőleges $x, y \in I$-re $|y - x| < \varepsilon$ esetén $f(y) - f(x)| < \delta$.