2013 március 18. **Az analízis megalapozása** 1. csoport

10. feladatsor

0. Melyik két állítást kell bizonyítanunk, ha be akarjuk látni, hogy $\sup H = 3$?

1. Legyen $K = \{c : 0 < c < 1\}$. Igazak-e a következő állítások?

   a) $\forall x \in K \quad \exists y \in K \quad x < y$

   (HF) b) $\exists y \in K \quad \forall x \in K \quad x < y$

2. Legyen H a valós számok egy nem üres részhalmaza. Mi a következő állítások logikai kapcsolata, azaz melyikből melyik következik?

   (i) H alulról nem korlátos.

   (ii) H-nak nincs legkisebb eleme.

   (iii) $(\forall x \in H)\ (\exists y \in H)\ y < x$.

3. Tegyük fel, hogy $\emptyset \neq A \subset B \subset \mathbb{R}$. Mit mondhatunk $\sup A$ és $\sup B$ nagyságviszonyáról (vagyis milyen egyenlőtlenség igaz biztosan) és mit $\inf A$ és $\inf B$ nagyságviszonyáról?

4. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges $A, B \subset \mathbb{R}$ halmazokra

$$\Big((\forall x \in A)\ (\exists y \in B)\ x \leq y\Big) \Longrightarrow \sup A \leq \sup B\ !$$

5. Igaz-e, hogy ha az A és B nemüres, korlátos halmazokra $\inf A = \inf B$ és $\sup A = \sup B$ is teljesül, akkor $A \cap B \neq \emptyset$?

6. (HF) Legyen H egy nemüres számhalmaz. Írjuk fel logikai jelekkel (de a tagadás jele nélkül), hogy

   a) H-nak nincs maximuma.

   b) H felülről nem korlátos.

7. (HF) Legyen A egy korlátos halmaz, b valós szám. Fejezzük ki sokkal rövidebben az alábbi állítást!

$$((\forall x \in A) x \geq b) \wedge ((\forall c > b)(\exists x \in A)(x < c))$$

Továbbá a 9. feladatsor HF+-os feladatai is most lesznek esedékesek!

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti` oldalról is.