

11. feladatsor

1. Konvergens-e? Divergens-e? Határozzuk meg a határértékét, ha van!

$$a) \frac{2^n}{3^n} \quad b) d_n = \begin{cases} n, & \text{ha } n \text{ páros} \\ 0, & \text{ha } n \text{ páratlan} \end{cases}$$

$$(HF) \quad e) 2^{-n} \quad f) n!$$

2. Igaz-e, hogy pontosan akkor határértéke b az (a_n) sorozatnak, ha

a) bármely $\varepsilon > 0$ -ra az a_n sorozatnak végtelen sok tagja van ε -nál közelebb b -hez?

b) bármely $\varepsilon > 0$ -ra az a_n sorozatnak csak véges sok tagja van b -től legalább ε távolságban?

(HF) c) van olyan $\varepsilon > 0$, amelyre az a_n sorozatnak végtelen sok tagja van ε -nál közelebb b -hez?

(HF) d) van olyan $\varepsilon > 0$, amelyre az a_n sorozatnak végtelen sok tagja van b -től legalább ε távolságban?

3. Egy sorozatnak végtelen sok pozitív és végtelen sok negatív tagja van. Lehet-e konvergens?

4. (HF+) Írjuk fel logikai jelekkel, de a hatérték jelölései és tagadásjel (valamint \exists és \forall jelek) nélkül az alábbi állításokat!

a) Az (a_n) sorozat nem tart ∞ -hez.

b) A (b_n) sorozat nem tart $-\infty$ -hez.

c) A (c_n) sorozat oszcillálva divergens.

5. (HF+) Az a_n sorozat ∞ -hez divergál. Következik-e ebből, hogy

a) az a_n sorozatnak nincs legnagyobb tagja;

b) az a_n sorozatnak van legkisebb tagja?