

13. feladatsor

1. Konvergens-e? Divergens-e? Határozzuk meg a határértékét, ha van!

a) $\sqrt[n]{2^n + 3^n}$

b) $\sqrt{n^2 - 1}$

c) $\frac{2^n + n}{n^2 + 3^n}$

(HF) d) $\frac{\sin n}{n}$

e) $m_n = \begin{cases} 3n, & \text{ha } n \text{ páros} \\ 4n^2, & \text{ha } n \text{ páratlan} \end{cases}$

f) $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$

2. Bizonyítsuk be, hogy minden elég nagy n -re teljesül az $\sqrt[n]{1000} < 3 - \sqrt[n]{n}$ egyenlőtlenség!

3. a) Igaz-e, hogy ha az (a_n) és (b_n) sorozatok konvergenssek, akkor $a_n + b_n$ is konvergens?

b) Igaz-e, hogy ha az (a_n) sorozat konvergens, a (b_n) sorozat pedig divergens, akkor $a_n + b_n$ divergens?

c) Igaz-e, hogy ha az (a_n) és (b_n) sorozatok divergenssek, akkor $a_n + b_n$ is divergens?

4. Határozzuk meg az alábbi sorozatok határértékét, és adjunk meg adott $\varepsilon > 0$ -hoz n_0 -at!

(a) $1/\sqrt{n}$

(b) (HF) $(2n + 1)/(n + 1)$

(c) $1/(n - \sqrt{n})$

5.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n) = ?$$

6. (HF) Melyik sorozat korlátos alulról, melyik korlátos felülről, és melyik sorozat korlátos? Melyik sorozat konvergens, melyik divergens? Melyik sorozatnak van határértéke? Adjuk meg a létező határértékeket, és indokoljuk meg az eredményeket!

a) $\left(-\frac{5}{3}\right)^n$

b) $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-n}$

c) $\sqrt[8]{n}$

d) $\sqrt[n]{8}$

7. (HF) Bizonyítsuk be a csendőrszabály mínusz végtelenbe tartó változatát!