2013 április 19. **Az analízis megalapozása** 1. csoport

# 16. feladatsor

1.

$$\inf\{\sqrt[n]{10}\ :\ n\in\mathbb{N}\}=\ ?$$

2. Legyen

$$a_n=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{n^2},\qquad b_n=\frac{1}{1}+\frac{1}{2\cdot 1}+\frac{1}{3\cdot 2}+\ldots+\frac{1}{n\cdot(n-1)}.$$

Bizonyítsuk be, hogy

a) minden $n\in\mathbb{N}^+$-re $b_n=2-\frac{1}{n}$;

b) minden $n\in\mathbb{N}^+$-re $a_n\le b_n$;

c) az $(a_n)$ sorozat korlátos;

d) az $(a_n)$ sorozat monoton;

e) az $(a_n)$ sorozat konvergens!

3. Határozzuk meg a határértékét, ha van!

$$a)\ \frac{(-10)^n}{n!}\qquad b)\ \sqrt[3]{n!+5^n-n^n}\qquad c)\ \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1}$$

$$(HF)\quad d)\ (5^n-n!)\cdot(0,3)^n\qquad e)\ \left(1+\frac{1}{2n}\right)^{2n}\qquad f)\ \left(1+\frac{1}{2n}\right)^{n}$$

4. (HF) Vannak-e olyan $(a_n)$ és $(b_n)$ sorozatok, amelyekre $a_n\to\infty$, $b_n\to-\infty$ és

a) $\lim_{n\to\infty}(a_n/b_n)=-7$ ! b) $\lim_{n\to\infty}(a_n/b_n)=7$ !

c) $\lim_{n\to\infty}(a_n/b_n)=\infty$ ! d) $\lim_{n\to\infty}(a_n/b_n)=-\infty$ !

e) $\lim_{n\to\infty}(a_n/b_n)=0$ ! f) $(a_n/b_n)$ oszcillálva divergens!

5. (HF) Bizonyítsuk be, hogy minden pozitív egész $n$-re $n!>\left(\frac{n}{e}\right)^n$.

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti` oldalról is.