

17. feladatsor

1. Döntsük el az alábbi sorozatokról, hogy van-e konvergens részsorozatuk!

$$a) (-1)^n \quad b) \sin(n) \quad (HF) c) \frac{1}{n} \quad d) \sqrt{n} \quad e) \sqrt{n} - [\sqrt{n}]$$

2. a) Igaz-e, hogy ha egy sorozatnak van konvergens részsorozata, akkor a sorozat konvergens?

b) Igaz-e, hogy ha egy sorozatnak van divergens részsorozata, akkor a sorozat divergens?

3. Határozzuk meg a határértékét, ha van!

$$a) 3^{3^{-n} - \sqrt[3]{3}} \quad b) \arctg \sqrt{n}$$

$$(HF) c) \cos\left(\frac{n}{n+1}\right) \quad d) \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n/3} \quad e) \frac{n^5}{(-3)^n}$$

4. Mondjuk ki az alábbi határértékekre vonatkozó átviteli elvet!

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b \quad (HF) b) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty \quad c) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$

5. Egy (a_n) sorozatról tudjuk, hogy $|a_n - a_m| < \frac{1}{n+m}$ minden n, m -re. Bizonyítsuk be, hogy a sorozat konvergens!

6. (HF) a) Írjuk fel a Cauchy-kritérium tagadását egy (a_n) sorozatra!

b) Mi a felírt állítás logikai kapcsolata az “ (a_n) divergens” állítással?

7. (HF) Bizonyítsuk be, hogy ha minden n -re $a_n \geq 0$, akkor az $s_n = a_1 + \dots + a_n$ sorozatnak van (véges vagy végtelen) határértéke!