

18. feladatsor

1. Mondjuk ki és bizonyítsuk be az alábbi határértékekre vonatkozó csendőrszabályt!

$$a) \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = b \quad (HF) \quad b) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b \quad c) \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$

2. Határozzuk meg a határértékét, ha van!

$$a) n \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right) \quad (HF) \quad b) \sqrt{\sqrt[n]{3} + 2^{-n} + n^{-1/n}}$$

3. Mi a következő két állítás logikai kapcsolata, azaz melyikből következik a másik?

$$a) \mathbf{P}: \lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = 5 \quad \mathbf{Q}: \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$$

$$(HF) \quad b) \mathbf{P}: \lim_{n \rightarrow \infty} f \left(\frac{1}{n} \right) = 5 \quad \mathbf{Q}: \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 5$$

4. Bizonyítsuk be az átviteli elv segítségével, hogy a következő függvényeknek nincs határértékük a megadott helyen!

$$a) \sin x \quad \infty\text{-ben} \quad (HF) \quad b) \sin \frac{1}{x} \quad 0\text{-ban} \quad c) \operatorname{tg} x \quad \frac{\pi}{2}\text{-ben}$$

5. Mutassunk olyan sorozatot, amelynek van végtelenhez tartó, mínusz végtelenhez tartó és 0-hoz tartó részsorozata is?

6. (HF) Milyen határértéke lehet egy olyan sorozatnak, amelynek van 1-hez tartó részsorozata is és 2-höz tartó részsorozata is?

7. (HF) Igaz-e, hogy ha f folytonos 0-ban, akkor $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right) = f(0)$?

8. (HF) Attól függően, hogy egy sorozat melyikkel rendelkezik a "korlátos, monoton, konvergens" tulajdonságok közül, 8 féle eset van. Adjunk példát ezek közül azokra, amelyek léteznek, és indokoljuk meg, hogy miért nem léteznek a többi!