

6. feladatsor

1. Igaz-e, hogy

- a) egy racionális és egy irracionális szám összege mindig irracionális?
- b) két irracionális szám összege mindig irracionális?
- (HF) c) két irracionális szám összege mindig racionális?
- d) két racionális szám összege mindig racionális?

2. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges A, B, C halmazokra

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

3. Legyen A_1, A_2, A_3, \dots állítások egy sorozata. Mely állításokról tudjuk biztosan, hogy igazak, illetve mely állításokról tudjuk biztosan, hogy hamisak, ha

- a) A_7 igaz, és $n \geq 5$ esetén ha A_n igaz, akkor A_{n+1} igaz.
- b) A_3 igaz, és $n \geq 5$ esetén ha A_n igaz, akkor A_{n+1} igaz.
- c) A_1 igaz és A_2 igaz, és ha A_n igaz, és A_{n+1} igaz, akkor A_{n+2} igaz.
- d) A_1 igaz, és ha A_n igaz, és A_{n+1} igaz, akkor A_{n+2} igaz.
- (HF) e) A_{10} igaz és A_{11} igaz, és ha A_n igaz, és A_{n+1} igaz, akkor A_{n+2} igaz.
- f) A_{10} igaz és A_{11} igaz, és $n > 20$ esetén ha A_n igaz, és A_{n+1} igaz, akkor A_{n+2} igaz.
- g) Minden $n \in \mathbb{N}^+$ esetén A_{2^n} igaz, és ha A_n igaz, akkor A_{n-1} igaz.
- h) Minden $n \in \mathbb{N}^+$ esetén A_{2^n} igaz, és ha A_n hamis, akkor A_{n-1} hamis.

4. Az 1 m^3 -es téglák közül melyiknek legkisebb a felszíne?

5. Írjuk fel formulákkal (szöveg nélkül) a prímszámok halmazát!

6. Van-e olyan $n \in \mathbb{N}$, amelyre

- a) $0,99^n < 10^{-10}$?
- b) $\frac{\sqrt{1} + \dots + \sqrt{n}}{n^2} > 100$?
- c) $\frac{\sqrt{1} + \dots + \sqrt{n}}{n} > 100$?

7. (HF) Írjuk fel az Arkhimédeszi és a Cantor axióma tagadását!