2013 március 8. — Az analízis megalapozása — 1. csoport

8. feladatsor

1. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges $a_1, \ldots, a_n$ valós számokra

$$|a_1 + \ldots + a_n| \leq |a_1| + \ldots + |a_n| \ !$$

2. Legyen H valós számok egy halmaza. Mit jelentenek röviden magyarul az alábbi formulák?

   a) $(\exists x)\ (x \in H)$

   b) $(\exists x)(\exists y)\ (x \in H \wedge y \in H \wedge x \neq y)$

   (HF) c) $(\forall x)\ (x \in H \Longrightarrow x \in \mathbb{Z})$

3. Állapítsuk meg a két állítás logikai kapcsolatát, azaz döntsük el, hogy igaz-e (i)$\Longrightarrow$(ii) illetve (ii)$\Longrightarrow$(i) !

   (i) $(A \subset B) \wedge (C \subset D)$

   (ii) $A \setminus D \subset B \setminus C$

4. Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges pozitív egész n-re

$$\sqrt[n]{3} - 1 \leq \frac{2}{n} \ !$$

5. Bizonyítsuk be, hogy bármely két valós szám között van irracionális szám!

6. Mely valós számok írhatóak fel egyértelműen végtelen n-edestört alakban minden n-re n-es számrendszerben?

7. (HF) Írjuk fel a "nem" szó használata nélkül az alábbi nyitott mondatokat!

   a) A H halmaz alulról nem korlátos.

   b) A H halmaz nem korlátos.

8. (HF) Lehet-e a H halmaz szuprémuma c, ha

   a) $k < c$ és k felső korlátja H-nak?

   b) $k > c$ és k alsó korlátja H-nak?

   c) $(\exists h \in H) \quad h > c$?

   d) c maximuma H-nak?

   e) c minimuma H-nak?

A feladatsorok (remélhetően) letölthetőek a `www.cs.elte.hu/anal/keleti` oldalról is.