

## Kalkulus 1. zh

2010 november 5.

Minden előadáson vagy gyakorlaton szerepelt állítás felhasználható bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (pl. Volt előadáson, hogy...), kivéve ha a feladat épp a szerepelt állítás bizonyítása.

Semmilyen segédeszköz nem használható, **számológép sem! Mobiltelefon nem lehet az asztalon, mobiltelefont használni tilos!**

A feladatok megoldása során **minden választ indokoljunk!**

A feladatok nem nehézségi, hanem nagyjából témakörök szerinti sorrendben vannak.

1. Adjuk meg a  $\sin \sqrt{-x}$  függvény lehető legbővebb értelmezési tartományát, és adjuk meg a függvény értékészletét! Határozzuk meg a függvény zérushelyeit, és vázoljuk a függvény grafikonját!

2. Egészítsük ki a táblázatot, azaz határozzuk meg a kérdőjelek helyére írandó függvényeket!

$f(x)$	$g(x)$	$(f \circ g)(x)$
(a) $\frac{1}{x-1}$	$ x $	?
(b) $\sqrt{x+1}$	?	$\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}$
(c) ?	$\frac{1}{x^2+1}$	$x^2+1$

3. Legyen  $g(x) = \frac{4}{x-1}$ . Mely intervallumban teljesül, hogy  $|g(x) - 2| < 0,4$ ? Adjunk meg olyan pozitív  $\delta$ -t, melyre

$$0 < |x - 3| < \delta \implies |g(x) - 2| < 0,4$$

fennáll!

4. Határozzuk meg az

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}$$

függvény határértékét

(a) 0-ban,

(b) plusz végtelenben!

5. Legyen  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{ha } x \neq 0 \\ 1, & \text{ha } x = 0. \end{cases}$

Hol folytonos, illetve hol szakad az  $f(x)$  függvény?

6. Bizonyítsuk be, hogy a

$$\sin x = \sin(x+1)$$

egyenletnek van gyöke!

7. Legyen  $f(x) = \sqrt{x+3}$ . Írjuk fel a függvény grafikonját az  $(1, 2)$  pontban érintő egyenes egyenletét!