

**2012-2013/II. félév**

I. matematika BSc Az analízis megalapozása

2013 június 20.

1. (20 pont) Írja le az alábbi témában tanultakat!

*Monoton sorozatok, alkalmazások: az  $e$  szám*

Azokat az állításokat, melyeket bizonyítottunk, bizonyítani kell, de egyetlen tétel bizonyítását ki lehet hagyni. Egyértelműen jelezzék, hogy melyik bizonyítást hagyják ki! Az is legyen egyértelmű, hogy mi definíció, mi állítás, bizonyítás, példa, stb.!

2. (6 pont) Határozzuk meg az alábbi sorozat határértékét, ha az létezik! (Természetesen indokolni kell!)

$$\ln \left( \frac{n^3 + 2^n}{n^2 + 3^n} \right)$$

3. (8 pont) Igaz-e, hogy ha az  $A \subset \mathbb{R}$  nem üres halmaz korlátos, és  $x \notin A$ , akkor  $x \leq \inf A$  vagy  $x \geq \sup A$ ?

(A pontszám döntő része természetesen a bizonyításra jár. Alapvetően hibás indoklás esetén helyes végeredményért sem jár pont.)

4. (8 pont) Bizonyítsuk be, hogy ha az  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  folytonos függvény nem vesz föl racionális értéket, akkor  $f$  csak konstans függvény lehet!

(Mondja ki pontosan azokat a tételeket, amelyekre hivatkozik!)

5. (12 pont) Mondja ki (2 pont) és bizonyítsa be (10 pont) az  $f(x) = a^x$  exponenciális függvény folytonosságáról szóló tételt!

**Az 5 feladatot 5 külön lapra írják!**

**A dolgozatát csak annak értékeljük, aki legalább 10 tesztkérdésre helyes választ adott!**

A tesztkérdésekre jár még annyiszor 2 pont, amennyivel több volt a helyes válaszok száma 10-nél.

Ponthatárok:

- 0-19: elégtelen
- 20-29: elégséges
- 30-39: közepes
- 40-49: jó
- 50-60: jeles

A dolgozatokat kiosztani és a jegyeket az indexbe beírni június 24-én hétfőn 15:00-kor fogom a Déli épület 3-306-os teremben.

Jó munkát!