

Név:

Neptun azonosító:

1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.
- 

## I. Matematika BSc, Kalkulus 1.

### Tesztkérdések

2013. január 3.

1. Melyik igaz bármely  $x, y$  valós számpárra?

- (a)  $|x + y| \geq |x| + |y|$  (b)  $|x + y| \leq |x| + |y|$   
(c)  $|x + y| = |x| + |y|$  (d) egyik sem

2. Melyik állítás **igaz**?

- (a) Ha egy függvény nem páros, akkor páratlan.  
(b) Ha egy függvény páros, akkor nem páratlan.  
(c) A  $\sin x$  páros függvény.  
(d) A  $\sin^2 x$  páros függvény.

3. Melyik állítás **igaz**? Az  $f(x + 2)$  függvény grafikonját úgy kaphatjuk meg, hogy az  $f(x)$  függvény grafikonját

- (a) balra (b) jobbra (c) fölfelé (d) lefelé  
toljuk 2-vel.

4. Mit mondhatunk a  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$  határértékről?

- (a) végtelen (b) 1 (c) 0 (d) nem létezik

5. Melyik a helyes definíció? Tegyük fel, hogy az  $f(x)$  függvény értelmezve van egy  $(a, \infty)$  típusú végtelen intervallumon. Azt mondjuk, hogy az  $f(x)$  függvény a végtelenben  $b$ -hez tart, ha

- (a) minden  $\varepsilon > 0$ -hoz van olyan  $L$  szám, amelyre  $x > L$  esetén  $|f(x) - b| < \varepsilon$ .  
(b) minden  $\varepsilon > 0$ -hoz van olyan  $L$  szám, amelyre  $x > L$ , ha  $|f(x) - b| < \varepsilon$ .  
(c) minden  $\varepsilon > 0$ -hoz van olyan  $L$  szám, amelyre  $x > L$  és  $|f(x) - b| < \varepsilon$ .  
(d) minden  $\varepsilon > 0$ -hoz van olyan  $L$  szám, amelyre  $x > L$  vagy  $|f(x) - b| < \varepsilon$ .

6. Az alábbi állítások közül pontosan 1 hamis. Melyik a **hamis** állítás?

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty$  (b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = \infty$  (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$  (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$

7. Ha egy egyenes mentén történő mozgó test helyét a  $t$  időpillanatban az  $f(t)$  függvény írja le, akkor a test gyorsulása a  $t$  időpillanatban

- (a)  $f(t)$ . (b)  $f'(t)$ . (c)  $f''(t)$ . (d)  $f'''(t)$ .

8.  9.  10.  11.  12.  13.

8. Az alábbiak közül melyik a tanult tétel helyes megfogalmazása? Tegyük fel, hogy az  $f(x)$  függvény folytonos az  $[a, b]$  intervallumon.
- (a) Ha a  $c$  szám  $a$  és  $b$  között van, a  $d$  szám  $f(a)$  és  $f(b)$  között, akkor  $f(c) = d$ .
  - (b) Ha van olyan  $c$  szám  $a$  és  $b$  között, amelyre  $f(c) = d$ , akkor a  $d$  szám  $f(a)$  és  $f(b)$  között van.
  - (c) Ha a  $c$  szám  $a$  és  $b$  között van, akkor van olyan  $d$  szám  $f(a)$  és  $f(b)$  között, amelyre  $f(c) = d$ .
  - (d) Ha a  $d$  szám  $f(a)$  és  $f(b)$  között van, akkor van olyan  $c$  szám  $a$  és  $b$  között, amelyre  $f(c) = d$ .
9. Mit mondhatunk a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  határértékről?
- (a) 0
  - (b) 1
  - (c) végtelen
  - (d) nem létezik
10.  $(x \cdot (\cos(\ln x)))' = ?$
- (a)  $-\sin(\ln x) - \cos(\ln x)$
  - (b)  $\cos(\ln x) + \sin(\ln x)$
  - (c)  $\sin(\ln x) - \cos(\ln x)$
  - (d)  $\cos(\ln x) - \sin(\ln x)$
11. Az alábbiak közül melyik a tanult tétel helyes megfogalmazása? Tegyük fel, hogy az  $f$  függvény differenciálható  $a$ -ban.
- (a) Ha  $f'(a) = 0$ , akkor  $f$ -nek  $a$ -ban lokális minimum vagy maximum helye van.
  - (b) Ha  $f'(a) \geq 0$ , akkor  $f$ -nek  $a$ -ban lokális minimum helye van.
  - (c) Ha  $f$ -nek  $a$ -ban lokális minimum vagy maximum helye van, akkor  $f'(a) = 0$ .
  - (d) Ha  $f'(a) = 0$ , akkor  $f$ -nek  $a$ -ban abszolút minimum vagy maximum helye van.
12. Tegyük fel, hogy  $f''(x)$  folytonos  $x = 7$ -ben,  $f'(7) = 0$  és  $f''(7) = 7$ . Mi következik ebből?
- (a)  $f$ -nek lokális minimuma van 7-ben.
  - (b)  $f$ -nek lokális maximuma van 7-ben.
  - (c)  $f$ -nek inflexiós pontja van 7-ben.
  - (d)  $f$ -nek abszolút szélsőértékhelye van 7-ben.
13. Az alábbi állítások közül pontosan 1 hamis. Melyik a **hamis** állítás?
- (a) Van olyan függvény, amelynek pontosan egy primitív függvénye van.
  - (b) Van olyan függvény, amelynek végtelen sok primitív függvénye van.
  - (c) Ha  $F(x)$  primitív függvénye  $f(x)$ -nek, akkor  $F(x) + 1$  is primitív függvénye  $f(x)$ -nek.
  - (d) Ha  $F(x) + 1$  primitív függvénye  $f(x)$ -nek, akkor  $F(x)$  is primitív függvénye  $f(x)$ -nek.

# I. Matematika BSc, Kalkulus 1.

## Második rész

2013. január 3.

*Minden feladatot külön lapra írjanak, a 2a és 2b feladatokat is, és mindegyikre írják rá a nevüket!*

*Csak annak a dolgozatát értékeljük, aki a feleletválasztós első részben legalább 10 helyes választ adott.*

*A dolgozat elkészítéséhez semmilyen segédeszköz sem használható! Mobiltelefont elővenni tilos!*

*Jó munkát!*

1. (20 pont) Mondja ki az alábbi témakörben tanult definíciókat és állításokat, és mutasson példákat (és derüljön ki egyértelműen, hogy mi definíció, mi tétel, mi példa!):

Monotonitás, monotonitás és derivált, lokális szélsőérték és második derivált

2.

- (a) (8 pont) Határozza meg az alábbi határértéket!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1 - x}{\sqrt{1+6x} - 1 - 3x}$$

- (b) (12 pont) Mekkora téglalap alakú kertet lehet egy hosszú egyenes fal mellett elkeríteni 100 méter hosszú kerítéssel?

3. Mondja ki (3 pont) és bizonyítsa be (11 pont) a függvények összegének (véges helyen vett véges) határértékéről szóló tételt!

*Az első rész tesztfeladataira jár még annyiszor 2 pont, amennyivel több volt a helyes válaszok száma 10-nél.*

*Ponthatárok:*

*0 - 19: elégtelen*

*20 - 29: elégséges*

*30 - 39: közepes*

*40 - 49: jó*

*50 - 60: jeles*

**Dolgozatok kiosztása és jegybeírás:** *holnap (január 4.) 12:30-kor a Déli tömb 3-219 Turán Pál teremben.*