

2012-2013/II. félév

I. matematika BSc Az analízis megalapozása

2013 május 30.

1. (20 pont) Írja le az alábbi témában tanultakat!

Hatványozás II: kiterjesztés (racionális kitevőkről tetszőleges valós kitevőkre)

Azokat az állításokat, melyeket bizonyítottunk, bizonyítani kell, de egyetlen tétel bizonyítását ki lehet hagyni. Egyértelműen jelezzék, hogy melyik bizonyítást hagyják ki! Az is legyen egyértelmű, hogy mi definíció, mi állítás, bizonyítás, példa, stb.!

2. (6 pont) Határozzuk meg az alábbi halmaz infimumát és szuprimumát! (Természetesen indokolni kell!)

$$\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n : n \in \mathbb{N}^+ \right\}$$

3. (8 pont) Igaz-e hogy minden folytonos periodikus $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény korlátos? (A pontszám döntő része természetesen a bizonyításra jár.)

4. (8 pont) Bizonyítsuk be, hogy minden $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ korlátos függvényhez megadható olyan (x_n) sorozat, amelyre $x_n \rightarrow \infty$ és az $f(x_n)$ sorozat konvergens! (Mondja ki pontosan a hivatkozott tételeket!)

5. (12 pont) Mondja ki (2 pont) és bizonyítsa be (10 pont) a sorozatokra vonatkozó Cauchy-kritériumról szóló tételt!

Az 5 feladatot 5 külön lapra írják!

A dolgozatát csak annak értékeljük, aki legalább 10 tesztkérdésre helyes választ adott!

A tesztkérdésekre jár még annyiszor 2 pont, amennyivel több volt a helyes válaszok száma 10-nél.

Ponthatárok:

- 0-19: elégtelen
- 20-29: elégséges
- 30-39: közepes
- 40-49: jó
- 50-60: jeles

A dolgozatokat kiosztani és a jegyeket az indexbe beírni június 3-án hétfőn 15:00-kor fogom a Déli épület 3-306-os teremben.

Jó munkát!