Név: **ETR azonosító**:

1. $\square$ 2. $\square$ 3. $\square$ 4. $\square$ 5. $\square$ 6. $\square$ 7. $\square$

2006-2007/II. félév

I. matematika BSc Analízis alapszint vizsgadolgozat beugró feladatsor

minta feladatsor

1.

$$\lim_{x\to-\infty} \operatorname{arctg} x = \qquad a)\ -\infty \qquad b)\ -\frac{\pi}{2} \qquad c)\ -\frac{\pi}{4} \qquad d)\ \frac{\pi}{2}$$

2. Melyik állítás helyes az (i) és (ii) állítások logikai kapcsolatáról, ha f értelmezve van az a pont egy környezetében?

   (i) f differenciálható a-ban. **(ii)** f folytonos a-ban.

   a) (i)$\Leftrightarrow$(ii) b) (i)$\Rightarrow$(ii) és (i)$\not\Leftarrow$(ii)

   c) (i)$\not\Rightarrow$(ii) és (i)$\Leftarrow$(ii) d) (i)$\not\Rightarrow$(ii) és (i)$\not\Leftarrow$(ii)

3. Az alábbiak közül melyik formula a helyes összetett függvény deriváltjáról (feltéve, hogy teljesülnek a tétel feltételei)?

   a) $(f\circ g)'(a) = f'(a)\cdot g'(a)$ *b)* $(f\circ g)'(a) = g'(a)\cdot f'(g(a))$

   c) $(f\circ g)'(a) = f'(g(a))$ *d)* $(f\circ g)'(a) = f'(g'(a))$

4. Melyik állítás **nem** igaz biztosan, ha f folytonos $[a,b]$-n és differenciálható (a,b)-n?

   a) f-nek van $[a,b]$-n abszolút maximuma.

   b) f-nek csak ott lehet $[a,b]$-n abszolút maximuma, ahol f' nulla.

   c) f-nak a-ban, b-ben vagy f' nullhelyein lehet abszolút maximuma.

   d) $f(a)$, $f(b)$ és f' nullhelyein felvett értékek közül a legnagyobb érték f abszolút maximuma $[a,b]$-n.

5. Melyik állítás igaz minden olyan f függvényre, amely kétszer differenciálható a-ban?

   a) $f'(a)=0, f''(a)>0 \Longrightarrow$ f-nek a-ban szig. lokális maximum helye van.

   b) $f'(a)=0, f''(a)<0 \Longrightarrow$ f-nek a-ban szig. lokális maximum helye van.

   a) $f'(a)=0, f''(a)>0 \Longleftarrow$ f-nek a-ban szig. lokális maximum helye van.

   a) $f'(a)=0, f''(a)<0 \Longleftarrow$ f-nek a-ban szig. lokális maximum helye van.

6. $\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{x}$ értéke: a) ∞ b) 1 c) 0 d) nincs határértéke

7. Melyik állítás **hamis**?

   a) f határozatlan integrálja f primitív függvényeinek halmaza.

   b) Ha f-nek primitív függvénye F és G, akkor $F' = G'$.

   c) Ha f-nek primitív függvénye F és G, akkor $F - G$ konstans.

   d) Ha f-nek primitív függvénye F és G, akkor $F = G$.

8. $\square$ 9. $\square$ 10. $\square$ 11. $\square$ 12. $\square$ 13. $\square$

---

8. $\int \frac{1}{1+x^2} dx =$

a) $\operatorname{arctg} x + C$ b) $\arcsin x + C$ c) $\log(1+x^2) + C$ d) $\frac{-1}{1+x} + C$

9.
$$\int \frac{x}{x^2+1} dx = \qquad a)\ \operatorname{arctg} x + C \qquad b)\ \log|x^2+1| + C$$

$$a)\ \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + C \qquad b)\ \frac{1}{2} \log|x^2+1| + C$$

10. Melyik igaz?

a) Minden függvénynek van minden intervallumban alsó integrálja.

b) Minden korlátos függvénynek van minden intervallumban határozott integrálja.

c) Az alsó integrál mindig kisebb a felső integrálnál.

d) Az alsó integrál nem lehet nagyobb a felső integrálnál.

11. Melyik állítás igaz? Az $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha}\, dx$ improprius integrál pontosan akkor konvergens, ha

a) $\alpha < 1$ b) $\alpha > 1$ c) $\alpha \leq 1$ d) $\alpha \geq 1$

12. Melyik állítás helyes az (i) és (ii) állítások logikai kapcsolatáról?

(i) $\sum_{n=1}^\infty a_n$ konvergens. **(ii)** $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

a) (i)$\Leftrightarrow$(ii) b) (i)$\Rightarrow$(ii) és (i)$\not\Leftarrow$(ii)

c) (i)$\not\Rightarrow$(ii) és (i)$\Leftarrow$(ii) d) (i)$\not\Rightarrow$(ii) és (i)$\not\Leftarrow$(ii)

13. Az alábbi állítások közül melyikből **nem** következik, hogy $\sum_{n=1}^\infty a_n$ konvergens?

a) $\sum_{n=1}^\infty |a_n|$ konvergens.

b) $a_n \geq 0$ és $\sqrt[n]{a_n} \leq 1$ minden n-re.

c) $a_n > 0$ minden n-re és van olyan $q < 1$, amelyre $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q$ minden n-re.

d) a_n váltakozó előjelű, $|a_n|$ monoton csökken és $a_n \to 0$.