AZ ADÓMORÁL ÉS AZ ADÓKULCS

Szakdolgozat

Horváth Ajna

Matematika BSc
Alkalmazott matematikus szakirány

Témavezető:

dr. Simonovits András
Differenciálegyenletek Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Belső konzulens:

Király Tamás
Operációkutatási Tanszék
Eötvös Loránd Tudományegyetem

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar
2012

Köszönetnyilvánítás

Ez úton szeretném megköszönni témavezetőmnek, dr. Simonovits Andrásnak a legvégső tisztázásig terjedő segítséget. Rendszeres útmutatásai, tanácsai nagyban hozzájárultak szakdolgozatom elkészüléséhez.

Köszönettel tartozom belső konzulensemnek, Király Tamásnak hasznos javaslataiért és a LaTeX-program kezelésével kapcsolatos ötleteiért.

Meg szeretném köszönni Gyenes Dávidnak, hogy hozzá mindig fordulhattam segítségért.

Tartalomjegyzék

Bevezetés

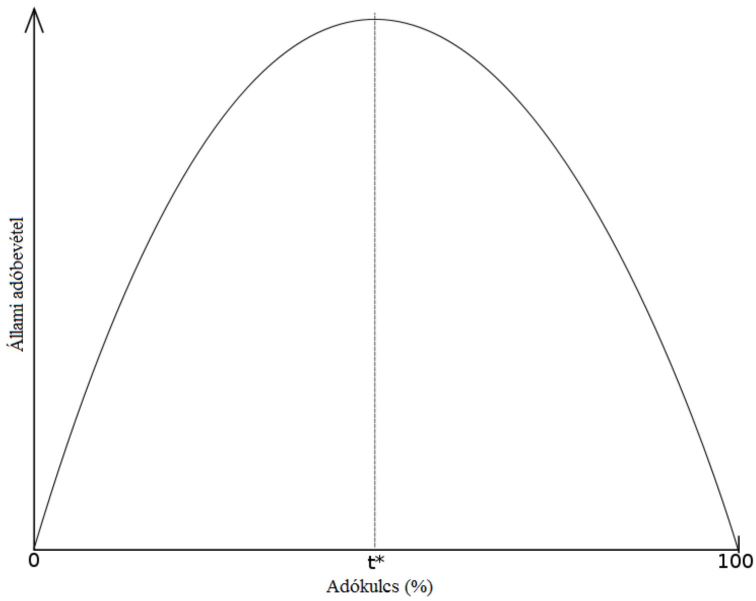
"Jövedelemadó esetében az igazságos ember többet, az igazságtalan kevesebbet fizet ugyanakkora jövedelem után." (Platón)

Az adóerkölcs kérdése már a XIV. században felvetődött. Károly Róbert az értékálló aranyforint bevezetésével elvesztette egyik fő adóforrását, az úgynevezett kamara hasznát (ami a pénz évenkénti beváltásából származott), ennek pótlására bevezette a kapuadót. Ez ellen a kisebb falvak úgy védekeztek, hogy egyetlen kapu mögé építették fel az egész települést.

Az adókerülés legismertebb magyarázata a *Laffer-görbe* (néha Laffer-Khaldun-görbeként említik), mely egy feltételes viszonyt fejez ki az adókulcs növekedése és az állami adóbevétel között. Az adóköteles jövedelem rugalmasságának illusztrálására szolgál, azaz arra, hogy hogyan változik a kereset az adókulcs függvényében. A Laffer-görbén az adókulcs értékei 0%-tól 100%-ig emelkednek. Kétségkívül a két határesetben nincs adóbevétel, de a köztes értékek között biztosan létezik olyan, amely termel adóbevételt. A Laffer-görbe grafikonja 0% adókulcsról indul 0 értékkel és növekszik a maximális adóbevétel mértékéig. Ez az érték mutatja meg, hogy az abszolút adóbevétel milyen adókulcs mellett érhető el. Egyik lehetséges kimenetel, hogy az adókulcs növekedésével az adóbevételek csak egy bizonyos pontig növelhetők, ezután az adókulcs további növekedésével az adóbevételek csökkenni kezdenek. 1. ábra

A Laffer-görbe adott gazdaságban csak elméleti modell, csak becsülni lehet, így sokszor ellentmondáshoz vezet. *Frey-Weck-Hannemann* (1984) azonban bevezettek egy új tényezőt, az *adómorált*, amelynek ugyanolyan meghatározó szerepe lesz az adóbevételek alakulásában, mint az adókulcsnak. Annak ellenére, hogy nem tudjuk mérni az adómorált olyan módon, mint a többi paramétert, nyilvánvaló, hogy két országban, amelyben azonosak az adóterhek, eltérő lehet az adóelkerülés mértéke.

A gazdasági modellekben a különböző tényezők egymáshoz való viszonyát



1. ábra. *Laffer-görbe* laffer

úgy tudjuk megállapítani, ha feltételezzük, hogy a gazdaság minden szereplője racionálisan gondolkozik és eszerint dönt. Ez azt feltételezi, hogy az egyének saját szándékaikat követve, önmagukhoz képest konzisztens módon cselekszenek. Ezen kívül fontos szempont, hogy a modell jó legyen. Egy jó séma olyan, mint egy jó térkép, a lényegre koncentrál. Nem szabad, hogy túl részletes legyen, mert ez esetben elvész a lényeg, vagy túl elnagyolt legyen, mert azzal semmitmondóvá válik. Fontos ezeket a szempontokat szem előtt tartani.

Dolgozatomat alapvetően *Simonovits A.* (2012*b*) cikkére alapoztam, de fontos megemlíteni, hogy két dologban alapvetően eltérek a fenti cikktől. Simonovits munkájában a csonkított társadalmi jóléti függvény maximalizálására koncentrált, a mediánszavazó elméletét csak mellékesen említi a tudományos cikk, ugyanakkor én kizárólag ezt vizsgáltam. A másik különbség, hogy míg a cikk ötféle kereseti rátára bontja az adózókat, addig én ezt folytonossá fűztem össze a Pareto-eloszlás segítségével.

Munkám felépítése a következő:

Az első fejezetben az elméleti hátteret fogalmazom meg az előbb említett cikk segítségével. Az 1.1 alfejezet a mediánszavazó elmélete, melyet *Black* (1948) tételére építettem kiegészítve az előbbi tudományos munka (2011)-es magyar változatának függelékével. Ez az elmélet nagy jelentőséggel bír, és alapvetően elősegíti az élethű modell alkotást.

A második fejezetben a modellt fejtem ki, amely az egész alapjául szolgál. Bevezetem a később használatos fogalmakat, jelöléseket, képleteket. Először az egyéni optimumokat keressük meg, majd ezt kiterjesztjük a társadalom egészére is. A 2.3 alfejezet a Pareto-eloszlás elméleti alapjait tartalmazza, ennek felírásához *Simonovits:* (2012*c*) idetartozó fejezetét és az angol nyelvű Wikipédiát használtam.

A harmadik fejezet tartalmazza az eredmények numerikus szemléltetését, azaz az eddigi eredmények számszerűsítését. Az első táblázat a Pareto-eloszlás működését mutatja be. A Pareto-eloszlás ezen ismert táblázata nem, de az ez után következő numerikus számolások a saját eredményeim.

1. Elméleti háttér

1.1. A mediánszavazó elmélete

A mediánszavazó elmélete mérföldkő a játékelmélettől egészen a politikai gazdaságtanig. *Mediánszavazónak* nevezzük azt a szavazót, akinek optimuma ugyanannyi választó optimumánál nagyobb, mint amennyi választó optimumánál kisebb.

Condercet a 18. században felismerte, hogy az egyszerű többségi szavazás nem tranzitív. Ezt a felismerést általánosítva, Arrow bebizonyította, hogy az egyéni döntések alapján általában lehetetlen konzisztens demokratikus választásokat tartani. Speciális esetekben azonban az egyszerű többségi szavazás megfelelő. Ilyen speciális eset az egycsúcsú preferenciák esete.

Tegyük fel, hogy a szavazók legkedvezőbb értékét a τ személyi jövedelemadó-kulcs képviseli. Legyen minden választónak egy közvetett hasznosságfüggvénye, $u(\tau, w)$, amely a τ adókulcs függvényében mondja meg, hogy mekkora a w kereseti rátájú egyén maximális haszna. Megfelelő feltételek mellett minden szavazó rendelkezik egyetlen optimális adókulccsal: $\tau(w)$, ahol $0 \leq \tau(w) \leq 1$. *Egycsúcsú preferenciák*ról beszélünk, ha teljesül a feltétel, hogy az egyéni optimumnál kisebb adókulcsoknál a közvetett hasznosságfüggvény nő, nagyobb adókulcsnál pedig csökken. $G(\cdot)$-vel jelöljük a szavazók jellemzőjének folytonos és növekvő eloszlásfüggvényét, ekkor belátható, hogy a mediánszavazó választása optimális. Pontosabban: legyen w_M az a jellemző, amely két egyenlő részre vágja a népességet, $G(w_M) = \frac{1}{2}$.

A *többségi szavazás* azt hordozza magában, hogy bármely két τ_1 és τ_2 lehetőség közül a társadalom azt választja, amelyik a szavazásnál többséget kap. Azaz akkor "győzi le" τ_1 τ_2-t, ha $\mathbf{P}(\{w | u(\tau_1, w) \geq u(\tau_2, w)\}) > \frac{1}{2}$, ahol $\mathbf{P}(A)$ az A halmaz valószínűsége.

1.1. tétel. *(Black, 1948.) Egycsúcsú preferenciák esetén a w_M jellemzőjű mediánszavazó $\tau(w_M)$ döntése egyensúlyi.*

Bizonyításvázlat Tegyük fel, hogy a $u(\tau, w)$ függvény mindkét változójában növekvő függvény a $[0,1] \times [w_L, w_H]$ téglalapon. Az, hogy τ_M legyőzi τ-t, a következőképpen látható be: ha $\tau_M > \tau$, akkor a $w > w_M$ jellemzőjűek az egycsúcsúság miatt előnyben részesítik τ_M-et τ-val szemben, s ez többség. Hasonlóan belátható a $\tau_M < \tau$ eset is.

A demokratikus szavazás eredményeit vizsgálva nézzünk egy példát. Két párt verseng páratlan számú szavazatért. A szavazás kérdése: mekkora legyen az adókulcs. A baloldal (L) nagyobb, a jobboldal (R) kisebb adókulcsot javasol: $0 \leq \tau_R \leq \tau_L$. A τ adókulcsot preferáló szavazó arra a pártra szavaz, amelyiknek javaslata közelebb van a szavazó értékéhez. Ezek az egycsúcsú preferenciák. Tehát τ szavazó akkor és csak akkor szavaz balra, ha $|\tau - \tau_L| < |\tau - \tau_R|$. Adott (τ_L, τ_M) javaslatpár esetén a jobboldal a szavazatok $p_R = G(\frac{\tau_L+\tau_R}{2})$ hányadát kapja. Más szóval $G(\tau)$ hányad szavaz jobbra és $1-G(\tau)$ balra. Akkor győz a jobboldal, ha a szavazatok többségét nyeri, azaz ha $p_R > \frac{1}{2}$. (Folytonosság és a feltétel miatt elvben érdektelen az egyenlőség esete.)

Minden szavazó hasznosságfüggvényének optimuma először növekszik, majd csökken az adókulccsal. Az a kérdés, hogy mit javasoljanak az elvtelen szavazatmaximalizáló pártok. A válasz a Nash-egyensúly fogalmán alapul. Két játékos esetén a *Nash-egyensúly* egy olyan döntéspárt jelent, amelytől ha bármely játékos eltér úgy, hogy közben a többiek nem változtatnak stratégiát, akkor rosszabbul jár.

1.2. tétel. *(Hotelling, 1929) Egyensúlyban mindkét párt a középen álló, mediánszavazó értékét javasolja:*

$$\tau_L^* = \tau_R^* = G^{-1}\Big(\frac{1}{2}\Big),$$

ahol $G^{-1}(p)$ a G eloszlásfüggvény inverze.

Bizonyításvázlat Indirekt látjuk be. Ha $\tau_L^* > \tau_R^*$ teljesülne, akkor a baloldal az adókulcs megfelelően kicsi csökkentési ígéretével új szavazatokhoz jutna anélkül, hogy az eddigiekből veszítene, tehát eredetileg nem volt egyensúly. Ha fennállna az egyenlőség, – de például a mediánszavazó értékénél nagyobb (vagy kisebb) érték esetén – akkor a baloldal a jobboldallal helyet cserélve (vagy fordítva) ismét csak javítana a helyzetén. Ez pedig ellentmond az egyensúlynak.

Esetünkben ez azt jelenti, hogy mindkét párt azonos adókulcsot ajánl, azaz $G(\tau) = 1 - G(\tau)$, ahol $G(\tau) = \frac{1}{2}$. Ez a mediánszavazó hasznosságfüggvényét optimalizálja.

Eredményünk paradox: egyensúlyban a két versengő párt ugyanazt az adókulcsot ajánlja. Ez csak részben igaz, mert a fejlett kétpárti demokráciákban sokszor minimális a két párt közti különbség. Ilyenkor a szavazók másodrendű szempontok alapján szavaznak a pártokra.

Természetesen a tétel így túl egyszerű: általában sem a politikában, sem a nyugdíjpolitikában sajátosan nem igaz, hogy a szavazók csak önös érdekeiket követik. Még abban az esetben is, ha ez a feltevés igaz lenne, akkor sem lehetne az egyéni érdekeket egyetlenegy skalár számmal kifejezni. Ezt az elméletet itt kizárólag a versengő pártok által közösen javasolt adókulcs meghatározására alkalmazzuk.

1.2. Adómorál, munkavállalás, bevallás

A jövedelemadó-függvény alakja mindig élénk vita tárgya. Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a személyi jövedelem adó (továbbiakban: szja) csak a jövedelmek újraelosztására szolgál, arányos és a beszedett adókat az adózók között egyenlően osztják szét. Ez persze a valóság nagyfokú leegyszerűsítése, de első megközelítésként elfogadhatónak tűnik (Romer, 1975).

A dolgozatban figyelembe vesszük, hogy minél nagyobb az adókulcs, annál kisebb a munkakínálat — korlátot állítva az újraelosztásnak. De emellett szem előtt tartjuk azt is, hogy adott adókulcs mellett a különböző országok választói különböző szja-rendszert szavaznak meg, és különböző mértékben vallják be jövedelmeiket.

A különbség egyik lehetséges magyarázata az adómorál közti különbség, ahol adómorálon az adófizetési hajlandóságot értjük [9]. Az egyszerűség kedvéért csak az *egzogén* adómorállal foglalkozunk, azaz feltesszük, hogy a paraméterérték kívülről adott. (Az *endogén* adómorál viszont függ az ismerősök egyén által megfigyelt adóbevallásától.)

Az elmondottakat a legegyszerűbben a következőképpen lehet modellezni. Tegyük fel, hogy az egyén hasznossága három részhasznosság összege: a lineáris fogyasztásé pozitív, a négyzetes munkakínálaté negatív és a szintén négyzetes kereseteltitkolásé negatív előjellel (Doerrenberg és szerzőtársai, 2011). Ennélfogva az optimális kereseteltitkolás foka az adómorál reciproka, miközben az optimális munkakínálat az adókulcs és az adómorál lineárisan csökkenő függvénye. (Ez utóbbi függés miatt magasabb bevallott bevételhez magasabb az adókulcs.)

A fő eredményünk a következő: a mediánszavazó által preferált adókulcs – rivális párt által javasolt – növekvő függvénye az adómorálnak, ha a mediánkereset az átlagkereset 54 százaléka felett van. (Alacsonyabb minimális keresetre, az adókulcs csökkenő függvénye az adómorálnak.) Definiáljuk a *keresetkülönbséget* mint az átlag- és mediánidőbér különbsége. Ekkor a nagyobb keresetkülönbség az adózó jövedelem újraelosztásban nagyobb adókulcsot indokol.

A fő gondolatmenet intuitív lényege egyszerű: magasabb adómorálnál több adót fizetnek a dolgozók, ezzel utat nyitva az újraelosztásnak. Mindazonáltal a javuló adómorál hatására a tényleges adókulcs is nő felerősítve az adóemelés munka visszaszorító hatását. Következésképpen pontos modellre van szükségünk, hogy ezt az intuitív gondolatmenetet elfogadhatóvá tegyük.

Az adómorál és adókulcs közti szoros kapcsolat nem csak akkor érvényes, ha a mediánszavazó optimumát fogadja el a társadalom. Akkor is igaz marad, ha egy jóindulatú diktátor csonkított társadalmi jóléti függvényt maximalizál, azaz csak a legszegényebb jövedelemcsoport átlagos jólétét maximalizálja [2]. Ráadásul ha a legszegényebb jövedelemcsoport átlagkeresetét tekintjük, és ez egyenlő a medián bérrel, akkor a két kifejezés azonos.

2. Modell

2.1. Egyéni vonatkozás

Legyen I (> 1) a szavazók típusai, indexei $i = 1,\ldots,I$. Ha feltesszük, hogy I páratlan, létezik M természetes szám, amire $I = 2M - 1$. Itt M a mediánszavazó indexe. Az i-edik típus munkakínálata l_i, ahol $0 < l_i \leq 1$, kereseti rátája (függetlenül az adórendszertől) $w_i > 0$. Mivel mindkettő valós, így a kereset $w_i l_i$. A jövedelem újraelosztáshoz a kormány lineáris adórendszert működtet, τ adókulccsal, ahol $0 \leq \tau \leq 1$, és a befolyó adókból mindenkinek azonos alapjövedelmet fizet: $\beta \geq 0$. Az i-edik dolgozó $e_i \geq 0$ keresetet titkol el, azaz τe_i adót csal. Az adózó keresete $y_i = w_i l_i - e_i$, a ténylegesen befizetett adó pedig $\tau y_i - \beta = \tau(w_i l_i - e_i) - \beta$. Definíció szerint a fogyasztás $c_i = (1 - \tau) w_i l_i + \tau e_i + \beta$.

Vegyük észre, hogy bármely pozitív alapjövedelemnél az egykulcsos adórendszer is progresszív (azaz a fizetendő adó és az adóalap hányadosa nő az adóalap emelkedésével) abban az értelemben, hogy az átlagos nettó adókulcs t_i, ahol $t_i = (\tau y_i - \beta)/y_i$, nettó adó/adózó kereset hányadosa nő az utóbbi függvényében. Származtassuk a munkakínálat és az eltitkolt kereset kettős választását az egyéni optimumból, ekkor egyéni hasznosság függvényeket kell feltételeznünk.

Egy elsőfokú – másodfokú hasznosságfüggvényre fogunk támaszkodni és egy explicit formulát előállítani. A fogyasztás elsőfokú hasznossága $2c_i$, a munkavállalás másodfokú hasznossága $-\alpha w_i l_i^2$ (ahol $\alpha > 0$ a munkaáldozat együtthatója) és az adócsalás szintén másodfokú hasznossága $-\mu\tau w_i l_i (e_i/w_i l_i)^2$ (ahol $\mu > 0$ az adómorál együtthatója). (Látni fogjuk, hogy $\tau w_i l_i$ és w_i tényezők megfelelő normák. Megduplázva a fogyasztást a hasznosságfüggvényben az $\frac{1}{2}$ norma előfordulását minimalizáljuk a további tényezőkben.)

Az eddigiek szerint az i-edik típus hasznosságfüggvénye:

$$u_i = 2c_i - \alpha w_i l_i^2 - \mu\tau w_i^{-1} l_i^{-1} e_i^2 \tag{1}$$

Behelyettesítve a fogyasztási képletet (c_i) a hasznosságfüggvénybe (u_i) egy csökkentett hasznosságfüggvényt kapunk:

$$v_i(l_i, e_i) = 2(1-\tau)w_i l_i + 2\tau e_i + 2\beta - \alpha w_i l_i^2 - \mu\tau w_i^{-1} l_i^{-1} e_i^2 \tag{2}$$

Deriváljuk a hasznosságfüggvényt mindkét változója szerint külön-külön, majd rendezzük az egyenleteket nullára:

$$u_{i,1}(l_i, e_i) = 2w_i(1-\tau) - 2\alpha w_i l_i + \mu\tau w_i^{-1} l_i^{-2} e_i^2 = 0 \tag{3}$$

és

$$u_{i,2}(l_i, e_i) = 2\tau - 2\mu\tau w_i^{-1} l_i^{-1} e_i = 0 \tag{4}$$

Rendezve a második egyenletet e_i-re:

$$e_i = \mu^{-1} w_i l_i \qquad \text{ahol } \mu > 1 \tag{5}$$

Annak ellenére, hogy a (3) egyenlet harmadfokú l_i-ben, az e_i kifejezés behelyettesítését követően ez is lineáris lesz.

$$u_{i,1}(l_i, e_i) = 2w_i(1-\tau) - 2\alpha w_i l_i + \mu\tau w_i^{-1} l_i^{-2} \mu^{-2} w_i^2 l_i^2 = 0$$

Egyszerűsítve, majd rendezve l_i-re

$$2w_i(1-\tau) - 2\alpha w_i l_i + \tau\mu^{-1} w_i = 0$$

$$l_i = \frac{2 - (2-\mu^{-1})\tau}{2\alpha} \tag{6}$$

Az imént megkapott e_i és l_i értékek az optimumok. Ahhoz, hogy az elkövetkezőkben egyszerűbben használhassuk az l_i kifejezést, vezessük be a $\delta = \frac{\mu^{-1}}{2} < 1$ jelölést:

$$l_i^* = \alpha^{-1}(1 - \delta\tau) = \lambda \qquad \text{és} \qquad e_i^* = \mu^{-1} w_i l_i^* \tag{7}$$

Az előző képletek értelme a következő: az optimális be nem jelentett kereset e_i^*, ami arányos a keresettel $w_i l_i^*$, ahol az arányossági együttható $\frac{1}{\mu}$. Az egységes optimális munkakínálat $l_i^* = \lambda$ lineárisan csökkenő függvénye τ-nak, ahol az első arányossági együtthatója τ-nak $\frac{1}{\alpha}$, a második pedig $-\delta$ (tükrözve azt, hogy a valódi adókulcs az erkölccsel egyenes arányban növekszik). Fehér gazdaságról beszélünk, ha $\mu = \infty$ és $e_i = 0$.

Maximumkeresés

Az előző részben megkaptuk a hasznosságfüggvény l_i és e_i változóira az optimális értékeket. Az bizonyos, hogy ebben a pontban a függvénynek szélsőértéke van, mert az elsőrendű derivált ezen a helyen veszi fel a 0 értéket. Azonban le kell ellenőrizni, hogy valóban a maximum pontban vagyunk-e. Ehhez a függvény görbületét kell vizsgálnunk, azaz megkeressük a kritikus pontjait. Ezt a *Hesse-mátrix* segítségével tesszük meg, amely egy többváltozós valós függvény másodrendű parciális deriváltjaiból alkotott négyzetes mátrix. Szükségünk van a (2) sorszámú kifejezés négy másodrendű deriváltjára. Ezek a következők:

$$v_{i,11}(l_i, e_i) = -2\alpha w_i - 2\mu\tau w_i^{-1} l_i^{-3} e_i^2 < 0$$

$$v_{i,12}(l_i, e_i) = vi, 21(l_i, e_i) = 2\mu\tau w_i^{-1} l_i^{-2} e_i$$

$$v_{i,22}(l_i, e_i) = -2\mu\tau w_i^{-1} l_i^{-1} < 0$$

Vezessük be a Hesse-mátrix jelölésére a H-t,

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -2\alpha w_i - 2\mu\tau w_i^{-1} l_i^{-3} e_i^2 & 2\mu\tau w_i^{-1} l_i^{-2} e_i \\ 2\mu\tau w_i^{-1} l_i^{-2} e_i & -2\mu\tau w_i^{-1} l_i^{-1} \end{pmatrix}$$

Látható, hogy H szimmetrikus mátrix a következők miatt: a Hesse-mátrix főátlóján kívüli elemei a vegyes másodrendű parciális deriváltak. Young tétele értelmében ha a hasznosságfüggvény egy y pont egy környezetében mindenütt kétszer parciálisan differenciálható és y pontban a második deriváltak folytonosak, akkor a parciális deriválás nem függ a deriválás sorrendjétől, azaz a vegyes deriváltak egyenlők.

Jelölje a Hesse-mátrix determinánsát Δ, ezt szeretnénk meghatározni.

$$\Delta = v_{i,11}(l_i, e_i)v_{i,22}(l_i, e_i) - v_{i,12}(l_i, e_i)v_{i,21}(l_i, e_i) > 0$$

$$\frac{1}{4}\Delta = (\alpha w_i + \mu\tau w_i^{-1}l_i^{-3}e_i^2)\mu\tau w_i^{-1}l_i^{-1} - (\mu\tau w_i^{-1}l_i^{-2}e_i)^2 = \alpha\mu\tau l_i^{-1} > 0$$

Annak köszönhetően, hogy a determinánsára pozitív értéket kaptunk és H első eleme negatív, pontunkban a mátrixnak valóban lokális maximuma van.

2.2. Társadalmi vonatkozás

Ahhoz, hogy alkalmas munkakínálathoz jussunk bármilyen adókulcs esetén, helyénvaló a feltételezés, hogy $\alpha \geq 1$, határesetben $\alpha = 1$. Szintén logikus feltételezés, hogy az optimumban az eltitkolt kereset kevesebb, mint a valós kereset, azaz $\mu > 1$.

Egyéni vonatkozásról társadalmi vonatkozásra térve feltételezzük, hogy minden szavazótípus súlya azonos a társadalomban. Szükségünk van egy átlagkereset–rátára, amit 1-re normálunk:

$$W = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} w_i = 1 \tag{8}$$

Bevezetünk három további átlagot: az átlagos munkakínálatot, az átlagos keresetet és az átlagos kereseteltitkolást:

$$L = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} l_i, \qquad Z = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} w_i l_i \qquad \text{és} \qquad E = \frac{1}{I}\sum_{i=1}^{I} e_i \tag{9}$$

$\alpha \geq 1$ és $0 < \tau < 1$-re a munkakínálat $0 < l_i < 1$ és csökkenő függvénye τ adókulcsnak és μ adómorálnak, szintén az adómorál csökkenő függvénye az eltitkolt kereset mértéke.

Az optimumban a következő egyenlősegek állnak fent az egyenletek átrendezése után: $L^* = \lambda = Z^*$ és $E^* = \mu^{-1}\lambda$.

Az optimális döntések elődjeként az adózó alapjövedelem

$$\beta^* = \tau(1-\mu^{-1})\lambda \tag{10}$$

Helyettesítsük be β^*-ot, valamint l_i^* és e_i^* optimumokat a közvetett hasznosságfüggvénybe ((2) egyenlet). Ezt az egyenletet jelöljük u_i^*-gal:

$$u_i^* = v_i(l_i^*, e_i^*) = 2\lambda w_i(1-\tau) + 2\mu^{-1} w_i \lambda\tau + 2\tau(1-\mu^{-1})\lambda - \alpha w_i \lambda^2 - \mu^{-1}\tau w_i \lambda =$$

$$= 2\lambda w_i(1-\tau) + \mu^{-1} w_i \lambda\tau + 2\tau(1-\mu^{-1})\lambda - \alpha w_i \lambda^2 \tag{11}$$

Ahhoz, hogy a hasznosságfüggvényt

$$u_i^* = A(\mu,\tau)w_i + B(\mu,\tau)$$

alakban, a mediánszavazó hasznosságfüggvényét pedig

$$U_M^*(\mu,\tau) = A(\mu,\tau)w_M + B(\mu,\tau)$$

alakban adhassuk meg, szükségünk lesz a fentebb bevezetett $\delta = 1 - \frac{\mu^{-1}}{2}$ képletre. Felírás után helyettesítsük be λ-t, amely egyben a (6).

$$A = 2\lambda(1-\tau) + \mu^{-1}\lambda\tau - \alpha\lambda^2 = \alpha\lambda^2$$

és

$$B = 2\tau(1-\mu^{-1})\lambda = 2(2\delta-1)\tau\lambda$$

A társadalmilag optimális adókulcsot a következő egyenlet adja meg:

$$U^{*\prime}_{M,\tau}(\mu,\tau) = A_\tau(\mu,\tau)w_M + B_\tau(\mu,\tau) = 0$$

Elvégezve a számolásokat

$$0 = -\delta w_M + \delta^2 w_M \tau + 2\delta - 1 - 2(2\delta-1)\delta\tau$$

Az egyenletet átrendezve megkapjuk a keresett mennyiséget

$$\tau_M(\mu, \tau) = \frac{2 - 1/\delta - w_M}{2(2\delta - 1) - \delta w_M}.$$

Pozitív adókulcs eléréséhez szükséges a feltétel, hogy $2 - w_M > \frac{1}{\delta}$, azaz $1 - \frac{\mu^{-1}}{2} = \delta > \frac{1}{2 - w_M}$

Ezek tudatában megfogalmazható egy tétel.

Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy $w_1 < w_2 < \cdots < w_{I-1} < w_I$, azaz a mediánszavazó kereseti rátája w_M. A valóságnak megfelelően feltételezzük, hogy a medián kereseti ráta alacsonyabb, mint az átlag kereseti ráta: $w_M < 1$. A fő eredményünk a következő:

2.1. tétel. *a) Tegyük fel, hogy az adómorál magasabb, mint a kritikus érték μ^*:*

$$\mu > \mu^* = \frac{2 - w_M}{2(1 - w_M)} \geq 1 \tag{12}$$

Ekkor a mediánszavazó optimális adókulcsa pozitív és a következőképpen adható meg:

$$\tau^*(\mu) = \frac{2 - w_M - 1/(1 - \mu^{-1}/2)}{2(1 - \mu^{-1}) - w_M} \tag{13}$$

b) Ha $0.54 \approx 4 - 2\sqrt{3} < w_M (< 1)$, akkor a mediánszavazó adókulcsa növekvő függvénye az adómorálnak bármely értékre.

Megjegyzés.

1. Meltzer és Richard (1981) fogalmazta meg elsők között, hogy minél nagyobb a kereseti egyenlőtlenség, annál nagyobb a választott adókulcs. Ehhez hasonlóan a mi modellünkben nagyobb az adózás előtti kereset egyenlőtlensége. $1 - w_M$ az átlag- és mediánidőbér különbsége, ezzel mérjük a kereseti egyenlőtlenséget. A nagyobb újraelosztás a mediánszavazótól függ.

2. Könnyen megmutatható, hogy nagyon alacsony w_M-re az állításunk nem teljesül minden μ értékre. Extrém esetben, amikor $w_M = 0$ és

$$\tau^*(\mu) = \frac{2 - 1/(1-\mu^{-1}/2)}{2(1-\mu^{-1})} = \frac{1}{2-\mu^{-1}}, \tag{14}$$

a függvény értéke csökkenő minden μ értékre.

Bizonyítás. Tekintsük a medián szavazó indirekt hasznosság függvényét:

$$u_M^*(\tau) = 2\lambda w_M(1-\tau) + \mu^{-1} w_M \lambda\tau + 2\tau(1-\mu^{-1})\lambda - \alpha w_M \lambda^2$$

Vegyük $u_M^*(\tau)$ deriváltját és rendezzük a kapott egyenletet 0-ra, így jutunk $\tau^*(\mu)$ értékéhez. Mivel $u_M^{*\prime}(\tau)$ pozitívból negatívba fordul a stacionárius pontban, $\tau^*(\mu)$ lokális (és globális) maximum. $\mu > \mu^*$ ekvivalens $\tau^*(\mu) > 0$-val.

$\tau^*(\mu)$ kvantilis viselkedése további vizsgálatokat igényel. Ahhoz, hogy egy növekvő adókulcs – adómorál függvényt kaphassunk, $\tau^{*\prime}(\mu) > 0$-ra kell választanunk. Cseréljük ki μ-t δ-ra, vezessük be a $z = 2 - w_M$ jelölést, és hanyagoljuk el a nevező négyzet kitevőjét. Ekkor

$$0 < \tau^{*\prime}[\delta] \approx z(4\delta^2 - z\delta) - 8\delta(z\delta - 1) \tag{15}$$

Átrendezéssel a következő egyenlőtlenséget kapjuk:

$$\frac{1}{2} < \delta < \bar{\delta} = \frac{8 - z^2}{4z} = \frac{4 + 4w_M - w_M^2}{4(2 - w_M)} \tag{16}$$

Mivel $\delta(\mu)$ értéke $[\frac{1}{2}, 1]$ intervallumba esik, egy egyszerű számítással $w_M = 4 - 2\sqrt{3}$ eredményhez jutunk. Emiatt $\bar{\delta} \longrightarrow 1$, ami maga után vonja, hogy $\tau^{*\prime}(\mu) > 0$ $\forall\mu$-re. Könnyen látható, hogy teljesül $0 < w_M < 4 - 2\sqrt{3}$ és $\tau^{*\prime}(\mu) < 0$ megfelelően nagy μ-k esetén. □

2.3. Pareto-eloszlás

Mielőtt konkrét értékeken, táblázatok formájában mutatnám meg az elért eredményeket, vezessünk be egy eloszlást, aminek segítségével az eddigi diszkrét eredményeket folytonossá tudjuk összefűzni.

A Pareto-eloszlás hatvány típusú eloszlás, amit leginkább elemzési célokra használnak. Jellemzője, hogy megegyezik a szociális, természettudományos, geofizika, biztosításmatematikai és sok más egyéb megfigyelhető jelenséggel. Leggyakrabban közgazdaságtani területeken használják, ezen kívül gyakran Bradford - eloszlásnak is szokták nevezni.

Definíció. A Pareto-eloszlás eloszlásfüggvénye tetszőleges $w_m > 0$ és $\alpha > 0$ paraméterekre a következő:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - (\frac{x_m}{x})^\alpha & x \geq x_m \\ 0 & x < x_m \end{cases}$$

Definíció. A Pareto-eloszlás sűrűségfüggvénye tetszőleges $w_m > 0$ és $\alpha > 0$ paraméterekre a következő:

$$f(x) = \begin{cases} \alpha \frac{x_m^\alpha}{x^{\alpha+1}} & x \geq x_m \\ 0 & x < x_m \end{cases}$$

2. ábra

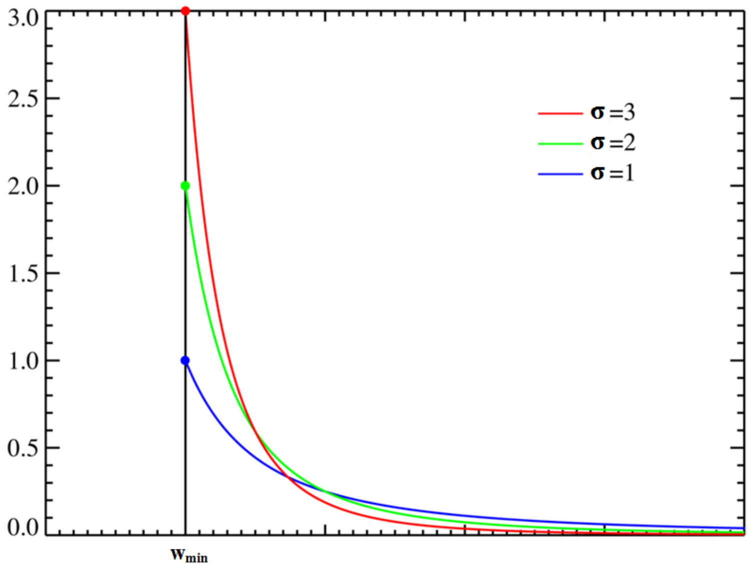
Esetünkben a Pareto-eloszlás sűrűségfüggvénye a következő:

$$f(w) = \sigma \frac{w_m^\sigma}{w^{1+\sigma}} \qquad \text{ha } w \geq w_m$$

ahol $\sigma > 1$ az eloszlás kitevője és w_m a minimálbér.

Nem okoz nehézséget ezek után az eloszlásfüggvény explicit módon való megadása:

$$F(w) = \int_{w_m}^{w} f(w)dw = 1 - \left(\frac{w_m}{w}\right)^\sigma \qquad \text{ha } w \geq w_m.$$



2. ábra. *Derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolva a sűrűségfüggvényt látható, hogy a görbesége egy J-alakra emlékeztet, amely aszimptotikusan közelíti mindkét koordináta tengelyt és önmagára szimmetrikus.* `pareto`

Ezzel annak a valószínűségét kaptuk meg, hogy a társadalom tetszőleges tagjának bére kisebb, mint w. A képlet alapján megkapható, hogy $F(w_m) = 0$ és $F(\infty) = 1$

Ebből számolható a várható érték, ami esetünkben az átlagkereset is egyben.

$$\mathbf{E}w = \int_{w_m}^{\infty} wf(w)dw = \int_{w_m}^{\infty} \left(\frac{1}{w}\right)^{\sigma} \sigma w_m^{\sigma} = \sigma w_m^{\sigma} \int_{w_m}^{\infty} \left(\frac{1}{w}\right)^{\sigma} dw =$$
$$= \sigma w_m^{\sigma} \frac{w_m^{1-\sigma}}{\sigma - 1} = \frac{\sigma}{\sigma - 1} w_m$$

Ezt követően normáljuk a várható értéket, tehát $\mathbf{E}w = 1$, ezért a minimálbér és a kitevő között teljesül, hogy

$$\frac{\sigma}{\sigma-1} w_m = 1 \qquad \textsf{azaz} \qquad w_m = \frac{\sigma-1}{\sigma}.$$

A gyakorlatban $\sigma \approx 2$ és $w_m = \frac{1}{2}$. A Pareto-eloszlás második momentumát a következő képlet határozza meg:

$$\mathbf{E}w^2 = \frac{\sigma}{\sigma - 2} w_m^2 = \frac{(\sigma - 1)^2}{\sigma(\sigma - 2)}$$

$\sigma > 2$ esetén.

A modellhez szükségünk lesz w_M mediánbérre, az eloszlásfüggvény definíció szerint $\sigma > 0 \qquad F(w) = 1 - (\frac{w_m}{w_M})^\sigma$. Ebbe behelyettesítve a medián órabért $F(w_M) = \frac{1}{2}$.

Tegyük egyenlővé a kapott értékkel az eloszlásfüggvényt, és határozzuk meg a medián órabért.

$$\frac{1}{2} = F(w_M) = 1 - \left(\frac{w_m}{w_M}\right)^\sigma$$

$$\frac{w_m^\sigma}{w_M^\alpha} = \frac{1}{2}$$

$$2w_m^\sigma = w_M^\sigma$$

$$w_M = \sqrt[\sigma]{2} w_m$$

Most helyettesítsük be a fentebb kapott w_m minimálbér képletet, ekkor a medián szavazó órabére már csak σ függvénye

$$w_M = \sqrt[\sigma]{2} \frac{\sigma}{\sigma + 1}$$

Ezzel belátható, hogy minél nagyobb az eloszlásfüggvény kitevője, annál kisebb az egyenlőtlenség az átlag- és mediánbér között, tehát annál kisebb az árrés. A medián órabér növekedése esetén az $1 - w_M$ rés csökkenő függvénye σ-nak.

3. Numerikus szemléltetés

A következőkben az eddig kidolgozott elméletet mutatjuk be számszerűen táblázatok segítségével. Bemutatjuk a különböző paraméterek alakulását mások függvényében, tanulmányozzuk és összehasonlítjuk együttes hatásukat.

Először a Pareto-eloszlás funkcióját mutatjuk be egy elterjedt táblázat segítségével. Másodikként az adómorál és a keresetek optimális adókulcsra gyakorolt hatását elemezzük. Harmadikként az adómorál hatását vizsgáljuk az egyéni optimumokra. Ezután összehasonlítjuk az adómorál és eloszlásfüggvény kitevőjének befolyását. Végül az adókulcsot tekintjük az utóbbi két változó együttes függésével. Az első táblázat kivételével a numerikus illusztrációk saját számolásaim.

Pareto-eloszlás

Ahhoz, hogy ráérezzünk a Pareto-eloszlás működési elvére, rámutatunk az eloszlásfüggvény és a biztosított várható kereset fontosságára, ez utóbbit a kiválasztott plafon értékeivel. Ezt mutatja be az alábbi táblázat. $\bar{w}$ változó mutatja meg, hogy az átlagbér legfeljebb mekkora részét keresők tartoznak egy csoportba. $F(\bar{w})$ jelzi annak valószínűségét, hogy az eloszlásfüggvény egy bizonyos csoportba tartozik. $\mathbf{E}(\bar{w})$ pedig annak a várható értékét tükrözi, hogy az adott csoportba tartozó munkavállalók az összkereset hány %-át keresik. Figyeljük meg, milyen gyorsan konvergál a valószínűség 1-hez. Pont ugyanígy a plafon relatív értéke is tart 4-hez. Ezekkel szemben a biztosított kereset megoszlása csak lassan növekszik. Például a társadalom legmagasabb bérrel rendelkező $1,6\%$-a birtokolják az összes kereset $12,5\%$-át.

1. táblázat. A Pareto-valószínűség és a biztosított keresetek a kereseti plafon függvényében

Kereseti plafon $\bar{w}$	Valószínűség $F(\bar{w})$	Összkereset megoszlása $\mathbf{E}(\bar{w})$
$0,7$	$0,500$	$0,250$
$1,0$	$0,750$	$0,500$
$1,5$	$0,889$	$0,667$
$2,0$	$0,938$	$0,750$
$2,5$	$0,960$	$0,800$
$3,0$	$0,972$	$0,833$
$4,0$	$0,984$	$0,875$

Az alábbi táblázat első három oszlopa mutatja meg azt, hogy az eloszlásfüggvény $\sigma > 1$ kitevőjének változtatása mellett hogyan változik $w_m > 0$, a minimálbér és $w_M > 0$, a medián szavazó órabére. A minimál órabér értéke $0,5$-ről indul és σ növekedésével 1-hez tart, a medián órabér értéke $0,707$-től $0,96$-ig növekszik és σ értékének emelkedésével szintén 1-hez tart. A további oszlopok egy-egy adott μ adómorál esetén mutatják $\tau_M(\mu)$ a mediánszavazó által preferált adókulcsot σ függvényében. Az adómorál 3-tól 9-ig növekszik. Látható, hogy σ növekedésével bármely rögzített adómorál esetén a mediánszavazó adókulcsa csökken, és $\mu = \infty$ esetén is 0-hoz tart.

2. táblázat. Az optimális adókulcs függése a kereseti egyenlőtlenségektől és az adómoráltól

Eloszlás kitevője	Minimál-bér	Medián órabér	Medián szavazó adókulcsa az adómorál függvényében					
σ	w_m	w_M	$\tau_M(2)$	$\tau_M(3)$	$\tau_M(4)$	$\tau_M(5)$	$\tau_M(10)$	$\tau_M(\infty)$
2	$0,500$	$0,707$	0	$0,125$	$0,170$	$0,189$	$0,213$	$0,227$
3	$0,667$	$0,840$		0	$0,022$	$0,058$	$0,107$	$0,138$
4	$0,750$	$0,892$			0	0	$0,058$	$0,098$

A táblázat adatai alapján kiválaszthatók olyan (μ_1, σ_1) és (μ_2, σ_2) gazdaságok, ahol $\mu_1 < \mu_2$, $\sigma_1 < \sigma_2$, hogy hiába jobb a 2. gazdaságban az adómorál, itt annyival egyenlőbbek a keresetek az 1. gazdasághoz képest, hogy az egyensúlyi adókulcs az 1. gazdaságban a nagyobb, tehát $\tau_M(\mu_1, \sigma_1) > \tau_M(\mu_2, \sigma_2)$. Például hasonlítsuk össze $(\mu_1, \sigma_1) = (3, 2)$ és $(\mu_2, \sigma_2) = (4, 3)$ gazdaságokat. Látható, hogy a 2. gazdaságban $\mu_2 = 4 > 3 = \mu_1$ és a mediánbér és minimálbér különbsége $0,84 - 0,667 = 0,173$, míg az 1. gazdaság esetében $w_M - w_m = 0,207$. Azonban $\tau_M(\mu, \sigma)$ értéke $\tau_M(\mu_1, \sigma_1) = 0,125 > 0,022 = \tau_M(\mu_2, \sigma_2)$ az első esetben nagyobb.

Adómorál hatása

Az alábbi táblázatban az egyéni optimumokat vizsgáljuk a kereseti ráta függvényében. A medián szavazó által preferált adókulcsot rögzítjük, $\tau_M = 0,106$, ekkor hogyan alakul a keresők 10%-os, 50%-os és 90%-os kvantilisa, azaz azon keresők optimuma, akiknél a munkavállalók $10-$, $50-$, illetve 90%-a keres kevesebbet. Minimális munkaáldozattal számolunk, azaz $\alpha = 1$, az adómorált $\mu = 4$-nek, az optimális munkakínálatot ($l_i = \lambda$) $0,85$-nek és $\sigma = 1,75$-nek választjuk. Az alapjövedelem értéke független a kereseti rátától, így minden bérhez azonos mértékű tartozik: $\beta = 0,068$. Az adócsalás mértéke az adómorál reciprokaként adódik, azaz $\frac{e_i}{w_i l_i} = \frac{1}{\mu}$, ebből számolható az eltitkolt kereset értéke. A befizetett transzfer különös jelentőségű számunkra: $T_i^* = \tau(w_i l_i^* - e_i^*) - \beta^*$, megmutatja az alapjövedelem és a befizetett adó különbségét, ezért szokás a ténylegesen befizetett adó mértékének is nevezni.

3. táblázat. Az egyéni optimumok

	Kereseti ráta	Eltitkolt kereset	Befizetett transzfer	Fogyasztás
x-kvantilis	w_i	e_i^*	T_i^*	c_i^*
$0,1$	$0,455$	$0,097$	$-0,037$	$0,426$
$0,5$	$0,639$	$0,136$	$-0,025$	$0,568$
$0,9$	$1,598$	$0,340$	$0,040$	$1,318$

Hatás az egyéni optimumokra

Ahhoz, hogy éreztessük a nagyságrendeket, numerikus illusztrációra támaszkodunk. Egy önkényes, de élethű adókulcs eloszlást használunk és normalizáljuk a várható értékeket egyre. Minimális munkaáldozat együttható paramétert használunk, azaz $\alpha = 1$.

Az alábbi táblázatban az áttekinthetőség érdekében rögzítsük a medián szavazó bérét, azaz $w_M = 0,8$. Az adómorált változtatjuk, miközben a medián szavazó optimális adókulcsára, munkakínálatára és eltitkolt bérére koncentrálunk. Az adómorál 3-tól 9-ig nő, külön tekintve a ∞ esetet. Az egyensúlyi adókulcs 0-tól $13,8$ százalékig nő külön vizsgálva a $16,7$ százalékot. Ezalatt a munkakínálat 1-ről $0,87$-re esik vissza határesetben mindössze $0,83$ értéket felvéve. Az átlagbér valamint az optimális munkakínálat függvényében változik az eltitkolt bér mértéke $0,27$-ről $0,08$-ra süllyed, szélsőséges esetben elértheti a 0-t, a szabadidő mértéke pedig $(1 - L^*)$-tal fokozódik.

4. táblázat. Az adómorál hatása az optimális kimenetelekre

Adómorál	Egyensúlyi adókulcs	Optimális munkakínálat	Eltitkolt bér
μ	$\tau_M(\mu)$	$L^*(\mu)$	$E^*(\mu)$
3	$0,000$	$1,000$	$0,267$
4	$0,071$	$0,938$	$0,188$
5	$0,101$	$0,909$	$0,145$
6	$0,117$	$0,893$	$0,119$
7	$0,127$	$0,882$	$0,101$
8	$0,133$	$0,875$	$0,100$
9	$0,138$	$0,870$	$0,077$
∞	$0,167$	$0,833$	$0,000$

Az alábbiak az eloszlásfüggvény kitevőjének (σ) hatását mutatják a mediánszavazó által preferált bérre (w_M). Ez határozza meg az optimális adókulcs, munkakínálat és eltitkolt bér alakulását. Ez a táblázat igen hasonló az előzőhöz, csak itt az eloszlásfüggvény kitevője függvényében alakulnak az értékek. A másik eltérés köztük, hogy az 5. táblázatban külön oszlopban van feltüntetve w_M. Ezt azért tartottam fontosnak, mert minden egyes σ értékre változik, ezzel meghatározva a táblázat többi eredményét. A munkaáldozat együtthatóját ismét minimálisra választjuk, $\alpha = 1$ és az adómorált rögzítjük, $\mu = 9$. A keresetegyenlőtlenségi mutató (σ) 2-től 7-ig növekszik. Azért csak eddig az értékig vizsgáljuk, mert ez utóbbi esetben az optimális munkakínálat eléri az 1 határértéket, a medián szavazó adókulcsa pedig a három tizedesjegyben már nem mutathatóan kicsi 0 közeli értéket közelíti. A megfigyelt intervallumon az eltitkolt bér mértéke $0,079$-től $0,105$-ig fokozódik.

5. táblázat. Az eloszlás kitevőjének hatása az optimális kimenetelekre

Eloszlás kitevője	Medián órabér	Adókulcs	Optimális munkakínálat	Eltitkolt bér
σ	w_M	$\tau_M(\sigma)$	$L^*(\sigma)$	$E^*(\sigma)$
2	$0,707$	$0,211$	$0,778$	$0,079$
3	$0,840$	$0,103$	$0,891$	$0,093$
4	$0,892$	$0,052$	$0,945$	$0,099$
5	$0,919$	$0,024$	$0,975$	$0,102$
6	$0,935$	$0,006$	$0,994$	$0,104$
7	$0,946$	$0,000$	$1,000$	$0,105$

Hasonlítsuk össze a 4. és 5. táblázatok értékeinek változását μ és σ függvényében. A 4. táblázat értékei alapján látható, hogy a mediánszavazó által preferált adókulcs növekvő függvénye az adómorálnak, mialatt a munkakínálat és az eltitkolt bér értékei csökkennek. Határesetben $E^*(\mu)$ értéke 0-hoz tart. Ezzel szemben az 5. táblázatban az adókulcs csökkenő függvénye az eloszlásfüggvény kitevőjének, a munkakínálat és az eltitkolt bér pedig növekednek. Ebben a pontban $\tau_M(\sigma)$ értéke eléri a 0-t, ott $L^*(\sigma)$ 1-et vesz fel. Valamint a 4. táblázattal ellentétben, az 5.-nél $E^*(\mu)$ értéke határesetben $\frac{1}{\mu}$ -höz tart.

Együttes változás

Mindenképpen hasznos egyben látni, hogy az adómorál (μ) és az eloszlásfüggvény kitevője (σ) együttesen hogyan alakítják a medián szavazó által előnyben részesített adókulcs alakulását. Az első oszlopban σ értékei futnak 2-től, az első sorban μ értékeit növeljük szintén 2-től, a táblázat belsejében lévő értékek mutatják az adókulcs értékeit a két változó függvényében, $\tau(\mu, \tau)$.

6. táblázat. Az adómorál és az eloszlás kitevőjének együttes hatása

$\sigma\diagdown\mu$	2	3	4	5	9	10	∞
2	0	$0,125$	$0,170$	$0,189$	$0,211$	$0,213$	$0,227$
3		0	$0,022$	$0,058$	$0,103$	$0,107$	$0,138$
4			0	0	$0,052$	$0,058$	$0,098$
5					$0,024$	$0,031$	$0,075$

4. Következtetés

Simonovits (2012*a*) és (2012*b*) cikkében az adómorál hatását vizsgálta az egyensúlyi adókulcsra. Bizonyos feltételek mellett — egyforma lineáris és kvadratikus hasznosságfüggvényekkel — analitikusan belátta, hogy a mediánszavazó által választott adókulcs pozitív és növekvő függvénye az adómorálnak és a keresetegyenlőtlenségnek, feltéve, hogy a mediánkereset nagyobb, mint az átlagkereset 54%-a. A szerző ötfajta kereseti ráta esetén szemléltette numerikusan eredményeit.

A szakdolgozatomban megvizsgáltam, hogyan változnak a fenti eredmények a Pareto-eloszláscsalád esetén. Az öttípusú modellhez hasonló eredményeket kaptunk: létezik olyan σ^* keresetegyenlőtlenségi mutató, amelyre $w_M^* > 0,54$, ahol a mediánszavazó javasolta adókulcs (τ_M) éppen nulla. Afölötti egyenlőtlenség esetén nemcsak pozitív az adókulcs, de minden adómorálnak növekvő függvénye az egyensúlyi adókulcs.

Figyelemre méltó, hogy Simonovits (2012*a*) cikkében kvalitatíve hasonló eredményeket kapott, amikor a mediánszavazó helyett a jóindulatú diktátor határozza meg a társadalmilag optimális adókulcsot — feltéve, hogy csak a legszegényebb vagy legalábbis a szegényebb dolgozók jólétét veszi figyelembe.

Annak eldöntéséhez azonban, hogy miképpen változnának eredményeink, ha a modellt módosítanánk, további vizsgálatok szükségesek. Például abban az esetben, ha figyelembe vennénk, hogy az adókiadások nemcsak a jövedelemeloszlást, hanem a közösségi jószágokat is finanszíroznak.

Hivatkozások

□ [1] Simonovits A.: "Adómorál és optimális adó", *Közgazdasági Szemle 57* (2010), 481-496.

hightex [2] Simonovits A.: Higher tax morale implies a higher optimal income tax rate, *IE-HAS Working Paper*, 2011/37

□ [3] Simonovits A. (2012a): Adómorál, adórendszer és mediánszavazó, Egyensúly és optimum, Tanulmányok Forgó Ferenc 70. születésnapjára, *Bp. Aula*, 2012, 205-212.

□ [4] Simonovits A. (2012b): Does higher tax morale imply a higher optimal labor income tax rate, *IE-HAS Working Paper*, 2012/18.

□ [5] Simonovits A. (2012c): Optimal cap on pension contributions, *IE-HAS Working Paper*, 2012/8.

□ [6] http://en.wikipedia.org/wiki/Pareto_distribution

□ [7] Black, D. (1948): "On the Rational Group Decision Making", *Journal of Political Economy, 56*, 23-24.

□ [8] Hotelling, H. (1929): "Stability of Competition", *Economic Journal, 39*, 41-57

fwh [9] Frey, B. S.-Weck-Hannemann, H. (1984): "The Hidden Economy as an 'Unobserved' Variable", *European Economic Review 26*, 33-53.