Eötvös Loránd Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Schwartz József

Játékstratégiák statisztikai kiértékelése

BSc Szakdolgozat

Témavezető:

Pröhle Tamás

Valószínűségelméleti és Statisztikai Tanszék

Budapest, 2017

Tartalomjegyzék

Bevezetés

Az ember veleszületett jellemzője a különböző tárgyak gyűjtése, őrzése és ezek kategorizálása. A gyűjtögetés, bizonyos dolgok megszerzése, halmozása régóta nyújt kikapcsolódási lehetőséget az emberek számára. A klasszikus gyűjtögetésen kívül, mint például festmények, relikviák és egyéb képzőművészeti alkotások gyűjtése, megjelentek a kifejezetten gyűjtési célra gyártott termékek. Ilyen például a 20. század elején elterjedő baseball kártya. Habár ezzel a játékkal valamilyen fajta játékot is lehetett űzni, célja valójában a minél teljesebb kollekció megszerzése volt. A baseball kártya sikerét látva a kereskedők megcélozták a fiatalabb generációkat is különböző rajzfilmes témájú gyűjthető matricákkal és kártyákkal. Promóciós célra is alkalmazzák ezt a fajta gyűjtögetést, ilyen például az egyes áruházláncok által terjesztett matrica, vagy figura ajándékozása bizonyos vásárlási összeghatár felett.

A számítógépes játékok piacán is egyre nagyobb figyelem fordul az efféle gyűjtögetések felé. Az angolul lootbox-nak nevezett értékesítési forma komoly erkölcsi kérdéseket vet fel. Magyarul talán a kincsesláda fordítás a legszerencsésebb. Ezekben a kincsesládákban a számítógépes játékkal játszó fogyasztók változatos játékbeli javakhoz juthatnak. A kincsesládák tartalmának gyűjtési mechanizmusa szorosan összefügg a gyűjtögetős kártyák gyűjtésével. Lehetnek ezek a javak egyszerű vizuális effektusok, de játékbeli előnyökhöz is juttathatják az adott játékost. A téma nagyon aktuális, mert komoly nemzetközi vita folyik róla, hogy miképpen szankcionálják ezt a szerencsejátékhoz hasonlatos jelenséget. Megoldás lehet, ha csak vizuális bónuszokat tesznek ezekbe a kincsesládákba, vagy megfelelően tájékoztatják a vásárlókat és az ár mellé zárójelben odateszik a kincsesládákból szerzett teljes kollekció beszerzési árának várható értékét.

Szakdolgozatom a gyűjtögetős kártyajátékokról (angolul: Collectible Card Game vagy Trading Card Game), azoknak gyűjtéséről, illetve egy bizonyos játékformájáról szól. A gyűjtögetős kártyajátékok a hagyományos kártyajátékok és a gyűjtögetős játékok ötvözete. Célja egyrészt maga a gyűjtögetés, ami már önmagában egy komplex szórakozási formát nyújthat, másrészt a begyűjtött kollekcióval lehetőséget teremt a hagyományos kártyajátékokhoz hasonló játékra is. Választásom azért esett erre a témakörre, mert ez a játékforma a kedvenc szabadidős tevékenységem. A játék matematikai modellezése révén olyan kérdéseket tudok megválaszolni dolgozatomban, amelyek valódi kérdésként fogalmazódtak meg bennem, és egyúttal a játékosközösség hasznára lehetnek.

1. fejezet

Gyűjtögetős kártyajátékok vizsgálati módszere

A sok sikeres gyűjtögetős kártyajáték közül igyekeztem az általam ismert és nemzetközileg, illetve országosan a legnagyobb bázissal rendelkezőkre fókuszálni. A továbbiakban ezeket a kártyajátékokat fogom elemezni különböző szempontok alapján. Elsősorban a kártyák gyűjtését, egy teljes kollekció kialakításához szükséges beszerzendő kártyamennyiségét fogom vizsgálni. Van egy olyan speciális versenyformátum, amire nagyon erősen kihat a kártyák gyűjthetősége, itt statisztikai eszközökkel elemezhetővé válnak egyes stratégiák. A gyűjtögetős kártyák gyűjtése központi kérdése az ilyen típusú játékoknak. R programozási nyelvben készített modelleket fogok elemezni, amelyekben legtöbbször azt illusztrálom, hogy hány csomagot kéne kibontani egy teljes kollekció beszerzéséig. Természetesen a hagyományos papíralapú kártyajátékoknál a játékosok cserélgethetnek egymással, így az előbbi modell nem egy átlagos gyűjtő vagy játékos fogyasztását fogja szimbolizálni. A gyártó szempontjából azonban jól reprezentálja a fogyasztást, illetve a közösségi fogyasztást figyelembe véve becsülhető az összes gyűjtemény mennyisége.

A gyűjtögetés által minden játékos saját paklival játszhat, amit ő maga kell, hogy elkészítsen a saját - korábban összegyűjtött - kártyagyűjteményéből. Paklinak nevezem a továbbiakban egy játékos saját lapkészletéből előállított, egy adott játékra szánt laphalmazát. Legyen a gyűjtemény egy játékos minden lapja. A gyűjtemény egy részét azok a lapok képezik, amelyeket a játékos magára a játékra szán, vagy amelyek gyűjtésében örömét leli. A gyűjtemény másik része pedig az, amit cserélhet más játékosokkal gyűjteménye bővítése vagy formálása céljából. A gyűjteményt kártyacsomagok beszerzésével és egymás közti laponkénti cserével alakíthatják ki a játékosok. A gyűjtögetős kártyajátékok lapjaihoz elsősorban zárt, véletlenszerű lapokból álló kártyacsomagokból lehet hozzájutni. A lap, a kártya és a kártyalap fogalmakat szinonimaként használom dolgozatomban.

2. fejezet

A kupongyűjtő probléma

Mennyi kupont kell beszereznünk ahhoz, hogy minden fajta kuponból rendelkezzünk legalább egy-egy darabbal?

Ezt a kérdést válaszolja meg a kupongyűjtő probléma. A kupon egy általános fogalom, jelölhet tetszőleges gyűjtendő objektumot. Tegyük fel, hogy véges sok különböző kupont szeretnénk gyűjteni. A kuponokat azonos valószínűséggel szerezhetjük be visszatevéses kiválasztási mintához hasonló módon. Célunk a teljes kollekcióig begyűjtött kuponok mennyiségének becslése, várható értékének a meghatározása. A kupon szó a 20. századi baseball kártya gyűjtésére utal. Egy egyszerűbb baseball kártya kollekció gyűjtögetésének várható értéke explicit felírható a kupongyűjtő probléma megoldásával. A gyűjtögetős kártyajátékok a gyűjtés mechanikáját a baseball kártya gyűjtésére alapozták, majd ez az évek során finomult, de továbbra is szoros kapcsolatba hozható a gyűjtögetős kártyajátékok gyűjtése a kupongyűjtő problémával.

Legyen X az a diszkrét valószínűségi változó, ami az összes begyűjtött kupon mennyiségét jelöli, mire minden fajta kuponból gyűjtöttünk legalább egyet. Legyen továbbá X_k a gyűjtött kuponok mennyisége a $(k-1)$-edik kupon megszerzésétől a k-adik kupon megszerzéséig. Speciálisan $X_1 = 1$ minden esetben, hiszen az első kupon addig még nem szerepelt gyűjteményünkben. A teljes kollekcióig gyűjtött kuponok várható értéke: $E(X) = E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_n)$, ahol összesen n különböző kuponból gyűjtögetünk. Szemléletes a következő példa.

2.0.1. Példa. Hányszor kell dobnunk egy dobókockával, hogy minden oldalát lássuk legalább egyszer? Tegyük fel, hogy szabályos dobókockáról van szó. Ekkor tudjuk, hogy minden oldalát $P = 1/6$ eséllyel dobjuk. Az első dobás mindenképp új oldal lesz, vagyis $E(X_1) = 1$. Keressük $E(X_2)$-t. Tudjuk, hogy a dobások függetlenek egymástól. A várakozási ideje a dobókockán egy adott oldal dobásának geometriai eloszlást követ, $P = 1/6$ paraméterrel. Jelen esetben egy oldalt már kidobtunk, tehát még 5 felel meg, vagyis $P(\text{új oldal})) = 5/6$. Ennek a várható értéke $E(X_2) = 6/5$, hiszen a geometriai eloszlás várható értéke az előfordulás valószínűségének a reciproka. A következő lépésben már eggyel kevesebb oldal felel majd meg, tehát $P(\text{új oldal}) = 4/6$, amiből következik, hogy $E(X_3) = 6/4$. És így tovább felírható, hogy:

$$E(X) = 1 + \frac{6}{5} + \frac{6}{5} + \frac{6}{4} + \frac{6}{3} + \frac{6}{2} + \frac{6}{1} = 14,7.$$

Tehát ahhoz, hogy egy szabályos dobókocka minden oldalát kidobjuk, várhatóan $14,7$ kockadobás szükséges.

Ennek általánosítása a következő képlet, ahol X az összes begyűjtött kupon száma és n a különböző kuponok mennyisége:

$$E[X] = n \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}.$$

Mivel ez a szám az n-edik harmonikus szám n-szerese, ezért nagy pontossággal közelítő explicit formula is felírható rá az Euler-Mascheroni-állandó segítségével:

$$E[X] = n \log n + \gamma n + \frac{1}{2} + O(\frac{1}{n}), \text{ ahol } \gamma \approx 0,5772156649015\dot{}.$$

A továbbiakban amikor ezt a várható értéket meghatározom, a szummás alak eredménye fog szerepelni. Ez programozási eszközökkel gyorsan és pontosan előállítható kis n-ekre.

2.1. A kupongyűjtés modellje R programnyelvben

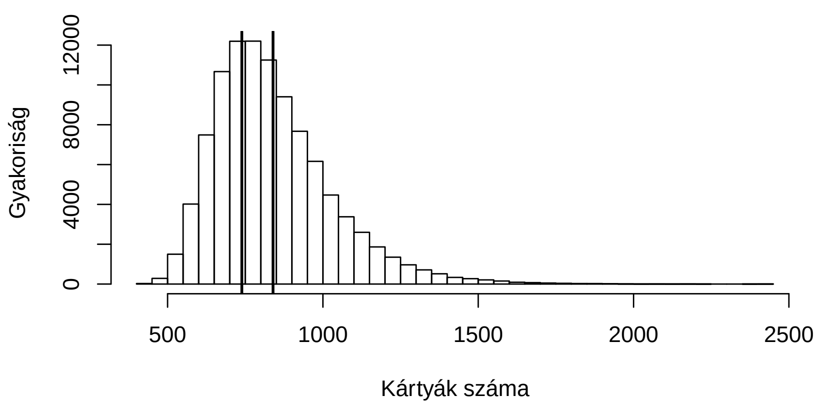
```
01    gatheringNCoupons <- function(n){
02      coupons <- (1:n)
03      i <- 1
04      repeat{
05        coupon = sample(1:n, 1, replace = TRUE)
06        if(coupon %in% coupons){
07          coupons = coupons[coupons != coupon]
08          if(length(coupons)==0){
09            break
10          }
11        }
12        i=i+1
13      }
14      return(i)
15    }
16    simulateKGathering <- function(n,k){
17      gathers <- c()
18      for(i in 1:k){
19        gathers <- c(gathers,gatheringNCoupons(n))
20      }
21      return(gathers)
22    }
23    gathers <-simulateKGathering(150,100000)
```

A modellt könnyen meg lehetett valósítani R programozási nyelvben. Témaválasztásom után Javascript programozási nyelvben kezdtem el a modellkészítést, de a szintaktikája feleslegesen komplex volt és statisztikai célokra kevesebb beépített lehetőséget kínált. Később az egész projektet újrakezdtem R-ben, ami nagyon sok funkciót tartalmazott a modelljeimhez. Ezáltal kódjaim olvashatóbbá váltak, és könnyebbé vált követni a kódolás logikáját.

A kód második sorában létrehozok egy n hosszú vektort, ami az n különböző kupont jelenti. Ezután urnából való visszatevéses mintavételhez hasonló módon egészen addig húzok kuponokat, míg minden kupont ki nem húzok legalább egyszer. Ezt úgy jelölöm, hogy ha egy kupont kihúztam, akkor kiveszem a vektorból, majd a függvény visszatér a húzott kuponok számával, ha a vektor hossza így nullára redukálódik. Ezt a kísérletet k-szor ismételhetővé teszi a következő függvény, ami az előző kupongyűjtő függvényt hívja meg.

A kód utolsó sora egy 150 különböző kupont tartalmazó baseball kártya gyűjtését szimulálja 100000-szer. Ezekből a mérésekből készítettem a következő hisztogramot.

2.1. ábra. 150 különböző baseball kártya gyűjtögetése



A baseball kártyák gyűjtögetésének hisztogramján az első függőleges vonal a mintaértékek módusza 739. A tételben szereplő képletbe visszahelyettesítve 150 kuponra a gyűjtés várható értéke $E(X) = \sum_{k=1}^{150} \frac{150}{k} = 838,677088296582$. A számtani közepe a szimulált adatoknak 839.4001, ez a második függőleges vonal a hisztogramon. A nagy számok törvénye értelmében a mintaátlag közelíti valamilyen mértékben a várható értéket. Jelen esetben 100000-es mintaelemszám mellett az eltérés már nem túl nagy.

Kiválóan szemlélteti a gyűjtögetés témakör statisztikáját az ábra. Jellemző erre az eloszlásra, hogy módusza a mintaátlagtól balra csúcsosodik, majd az átlagtól jobbra hosszan laposodik el a hisztogram. Nem ritkák olyan futások, ahol az átlag kétszeresét is meghaladja egy-egy gyűjtögetés. Pontosan ez a fajta hosszú lecsengés tolja el a módusztól a számtani közepet. Ennek a lecsengésnek a becsléséről értekezik egy kupongyűjtéssel foglalkozó cikkben Erdős Pál és Rényi Alfréd.[6] Emiatt a tulajdonsága miatt a várható érték nem a legszerencsésebb mérőszáma a kupongyűjtésnek, a fogyasztók tapasztalata ettől jelentősen eltérő lehet. Jobb képet adhat erről az eloszlásról, ha a várakozás geometriai eloszlásából adódó extremitást mérsékeljük a módusz együttes ismertetésével.

A továbbiakban kevesebb fajta kártya gyűjtögetését vizsgálom hasonló mintaelemszámmal. A következő modellekre olyan minőségi változók fognak kihatni, mint az, hogy milyen kiszerelésben lehet a kártyákhoz hozzájutni, illetve hány teljes szériát szeretnénk a kártyalapokból gyűjteni. Ez a gyűjtögetés alapmechanikáját nem befolyásolja. A többi modellt nem tudom pontos képlethez hasonlítani. Célom vizuálisan és nagyságrendileg következtetni a modellek alapján a gyűjtögetésekre.

2.2. Részkollekció gyűjtése

Máshogy nézne ki részkollekció gyűjtése, ha n kuponból húzunk visszatevéssel, de a k-adik különböző kupon gyűjtése után megállunk, az átlagosan kevesebb kupon gyűjtését jelenti, mintha összesen k kuponból gyűjtenénk. Ez könnyen belátható. Mivel $k = n = 1$ esetén $X_1 \equiv 1$, és ha $k = n$ akkor természetesen ugyanakkora esélyeink vannak, ezért tegyük fel, hogy $1 < k < n$, ekkor:

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_k) = \frac{n}{n} + \frac{n}{n-1} + \ldots + \frac{n}{k},$$

ez k elemre a következőképpen nézne ki:

$$E(Y) = E(Y_1) + E(Y_2) + \ldots + E(Y_k) = \frac{k}{k} + \frac{k}{k-1} + \ldots + \frac{k}{1},$$

a k-ra kikötött feltételekből pedig következik, hogy:

$$E(X_1) = E(Y_1),\ E(X_2) < E(Y_2),\ \ldots, E(X_k) < E(Y_k),$$

amiből következik, hogy:

$$E(X) = E(X_1) + E(X_2) + \ldots + E(X_k) < E(Y) = E(Y_1) + E(Y_2) + \ldots + E(Y_k).$$

A szimulációk készítése során megfigyeltem, hogy az utolsó kuponok gyűjtése megduplázhatja a gyűjtendő kuponok számát az addig gyűjtöttekéhez képest. Ez egyenesen következik a geometriai eloszlás tulajdonságaiból, ugyanakkor fontos erre kitérni. Egy átlagos gyűjtő megelégszik 70%-90% teljességű gyűjteménnyel, aminek a gyűjtési ideje akár a felére csökkenhet, azokhoz a teljes gyűjtögetésekhez képest, amiket a továbbiakban vizsgálok.

3. fejezet

Hatalom Kártyái Kártyajáték

1995-ben indult el a magyar Hatalom Kártyái Kártyajáték. Ezt a játékot magam is sokáig űztem, és 2015-ben megnyertem a 49 előzetesen kvalifikált versenyzővel induló nemzeti bajnokságot. A Hatalom Kártyái Kártyajátékhoz elsősorban zárt, véletlenszerű kártyalapokat tartalmazó csomagokban lehet hozzájutni. Megkülönböztetünk a csomagokon belül gyakoriságokat. Egy csomag háromféle gyakoriságú kártyát tartalmaz: gyakori, nem-gyakori és ritka lapokat. A kártyalapok bal szélén egy bronz, ezüst vagy aranyszínű jel tájékoztat a kártyalap ritkaságáról. Ma egy csomag 21 véletlenszerűen kiválasztott lapot tartalmaz. Rendszeres időközönként jelennek meg újabb fajta csomagok, melyeket kiegészítőnek nevezünk. Egy kiegészítőben általában 40 fajta gyakori, 60 fajta nem-gyakori és 60 fajta ritka lap jelenik meg. Egy csomagban nincs két egyforma lap, vagyis visszatevés nélkül kiválasztódással kerülnek a csomagokba a kártyalapok. Egy adott kiegészítő csomagjában tehát 13 gyakori lap van visszatevés nélkül a 40 fajta gyakori lapból, 6 nem-gyakori szintén visszatevés nélkül a 60 fajtából, illetve 2 ritka hasonlóképpen 60 fajtából.

A gyűjtögetős kártyajátékok egyik legfontosabb kérdése a kártyák gyűjtése. Vannak olyan kártyagyűjtők is, akik nem használják játékra gyűjteményüket, számukra maga a gyűjtögetés jelenti a kikapcsolódást. Azonban a legtöbben azért gyűjtögetik a kártyákat, hogy paklit építsenek belőle, amivel játszani tudnak. A következőkben vizsgáljunk meg több fajta gyűjtögetést.

Vizsgáljuk először, hogy hány csomagot kell bontani egy adott kiegészítőből ahhoz, hogy minden fajta lapból rendelkezzünk legalább egy-egy darabbal. A különböző gyakoriságú lapok egymástól függetlenül kerülnek a csomagokba, vagyis három diszjunkt problémára bontható a teljes gyűjtögetés.

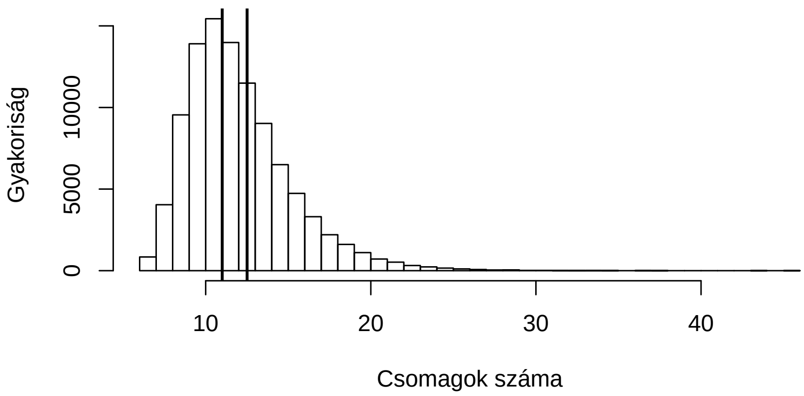
3.1. A Hatalom Kártyái Kártyajáték gyűjtési modellje R programnyelvben

```
HKKCardGathering <- function(multiplies, n, cluster){
    collection <- rep(0,n)
    i <- 1
    while(min(collection)<multiplies){
        pack <- sample(1:n, cluster, replace = FALSE)
        repeat{
            collection[pack[1]] <- collection[pack[1]] + 1
            pack = pack[pack != pack[1]]
            if(length(pack)==0){break}
        }
        i=i+1
    }
    return(i)
}
simulateKGathering <- function(m, n, c, k){
    gathers <- c()
    for(i in 1:k){
        gathers <- c(gathers,HKKCardGathering(m, n, c))
    }
    return(gathers)
}
gathers<-simulateKGathering(1,40,13,100000)
gathers<-simulateKGathering(1,60,6,100000)
gathers<-simulateKGathering(1,60,2,100000)
gathers<-simulateKGathering(3,60,2,100000)
```

A modell logikájához a kupongyűjtő modellt vettem alapul. Alapvetően nagyon hasonlít a két gyűjtögetés, és a differenciát könnyű volt implementálni. Különbség például, hogy a cluster paraméterben megadhatjuk, hogy hány azonos ritkaságú kártyalap kerül egy csomagba együtt visszatevés nélküli kiválasztással. Ez a visszatevés nélküli kiválasztás kis mértékben javítja a gyűjtögetést a sima kupongyűjtőhöz képest. A visszatevés nélküli kiválasztás azért javít a gyűjtögetésen, mert ha több azonos ritkaságú lapból választunk ki, akkor az csökkenti egy adott lapra történő várakozás idejét.

Egy kiegészítőben 40 fajta gyakori lap jelenik meg, és egy csomagban 13 található. Hány csomagot kell bontanunk, hogy minden gyakori lapból rendelkezzünk legalább egy darabbal?

3.1. ábra. 40 különböző gyakori kártya gyűjtögetése

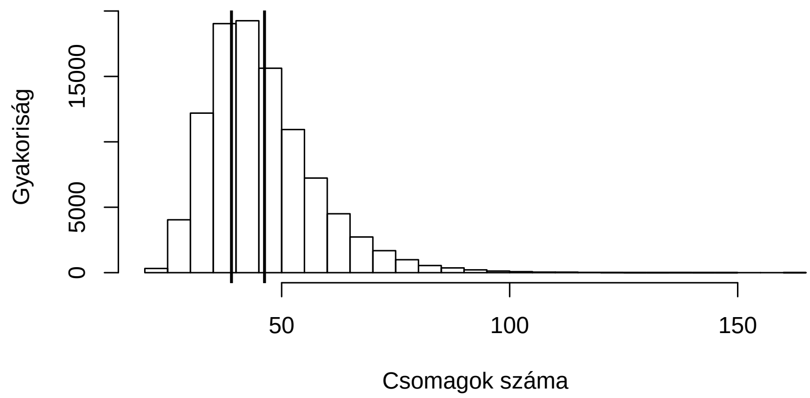


A modellnek a módusza 11, a számtani közepe 12, 50759. A kupongyűjtő várható értéke 40 kuponra: $E[X] = \sum_{k=1}^{40} \frac{40}{k} = 171,141721557455$, amit 13-al kell még osztani, hogy megkapjuk a szükséges csomagszámot, ami a kupongyűjtő szerint: $13,1647478121119$. Alkalmas még a kupongyűjtővel becslés a modell minőségének mérésére is. Az eltérés jellemzően kicsi és jó irányba tér el. A mintaközép és a várható érték eltérése $0,657157812111924$. Ez a differencia jól mutatja a visszatevés nélküli kiválasztás pozitív hatását a gyűjtögetésre.

Hasonlóképpen néz ki a nem-gyakori lapok gyűjtögetése is. A kupongyűjtő 60 kuponra: $E[X] = 60\sum_{k=1}^{60} \frac{1}{k} = 280,792224777104$. Egy csomagban 6 nem-gyakori lap van, tehát átlagosan $46,7987041295174$ csomag lesz a felső becslése a nem-gyakori lapok teljes kollekciójának gyűjtésére. Az erre illesztett modell módusza 39, számtani közepe $46,24464$. A differencia a klasszikus kupongyűjtőnél kisebb. Minél kevesebb található egy adott ritkaságú lapból egy pakliban, annál pontosabban közelíti a kupongyűjtő.

A ritkák gyűjtésének felső becslése kupongyűjtővel azonos a nem-gyakoriakéval, tehát $280,792224777104$. A ritkák párosával vannak egy csomagban, vagyis a szükséges

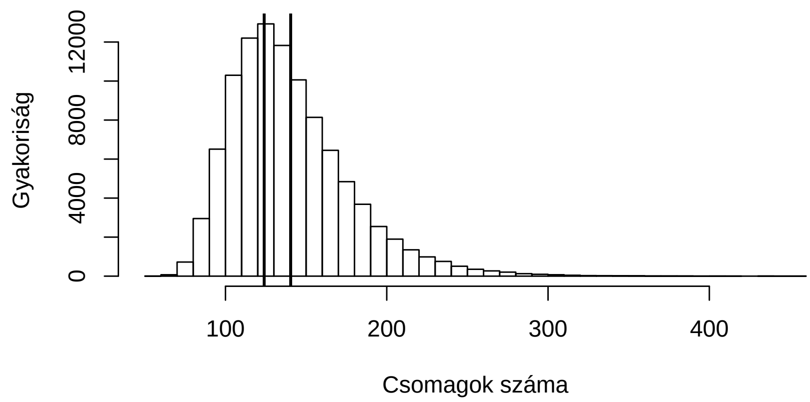
3.2. ábra. 60 különböző nem-gyakori kártya gyűjtögetése



csomagok száma ennek a fele: 140, 396112388552, a szimuláció módusza 124, átlaga pedig 140, 4322.

A szekció elején feltett kérdést, hogy hány csomagot kell bontani egy kiegészítőből a teljes kollekció megszerzéséig a három független feladat összessége válaszolja meg. Mivel a különböző gyakoriságok gyűjtése nem függ egymástól, és a ritkák gyűjtése tart a legtovább, ezért ez utóbbi fogja meghatározni a teljes gyűjtés idejét. Vagyis várhatóan 140 kártyacsomag kibontása után már minden kártyalapból rendelkezünk majd legalább egy darabbal.

3.3. ábra. 60 különböző ritka kártya gyűjtögetése

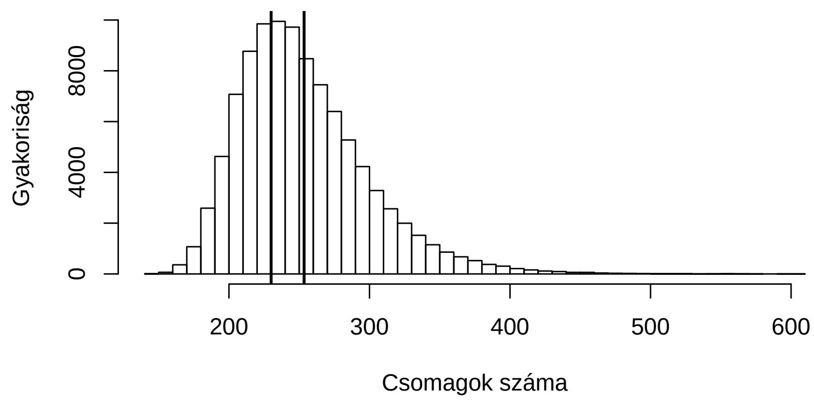


3.2. Egy játékkészletnyi kártya gyűjtése

A modellben van még egy paraméter, ahol meg lehet adni, hogy mennyi kollekciót szeretnénk gyűjteni. A gyűjtögetős kártyajátékokra jellemző, hogy nem csak egy, hanem több azonos nevű kártyalapot lehet használni egy játékra szánt pakliban. Ennek a felső korlátja jelen esetben a Hatalom Kártyái Kártyajátékban 3 darab. Angolul playset-nek nevezik ezt a mennyiséget, magyarul is inkább ezt a szót használják rá, de a továbbiakban a játékkészlet fordítást használom. Ez azt jelenti, hogy az aktívan versenyző játékosközösség a legjobb lapokból 3-3 darabot szeretne magáénak tudni. De akár felfogható ez a jelenség úgy is, hogy több barát vagy testvér közösen gyűjti, és együtt gyorsabban képesek összegyűjteni egy-egy kollekciót, mintha ugyanezt szeparálva tennék.

Vizsgáljuk meg a következőkben, hogy hány kártyacsomag szükséges három teljes kollekció gyűjtéséhez. Az előző feladatban nagyon jól becsülte a gyűjtést a kupongyűjtő, itt már kevésbé biztosít jó alapot. A kupongyűjtő gyűjtését az utolsó pár kupon gyűjtése befolyásolja a legnagyobb mértékben. Míg az utolsóra várunk, addig jelentős mennyiség felhalmozódik a többi kuponból. Ezt a visszamaradott mennyiséget alapul véve pedig jelentősen rövidebb gyűjtési idővel számolhatunk a második, illetve harmadik sor becslésénél.

3.4. ábra. 60 különböző ritka kártya játékkészletnyi gyűjtögetése



A szimuláció számtani közepe $253,466$, ami kétszerese sincs egy széria gyűjtésének, pedig jelen esetben hármat gyűjtünk. Ez az extrém csökkenés pont azzal magyarázható, hogy az előző gyűjtések által felhalmozott lapmennyiséget kell csak kipótolni.

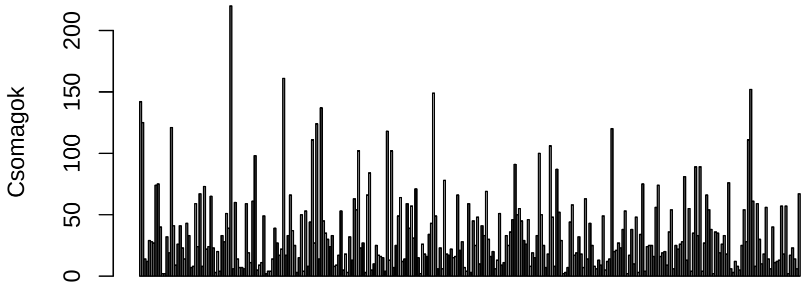
3.3. Több egymás utáni gyűjtögetés vizsgálata

```
HKKMultipleCardGathering <- function(multiplies, n, cluster){
  collection <- rep(0,n)
  packs <- c()
  for(j in 1:multiplies){
    i <- 1
    while(min(collection)<j){
      pack <- sample(1:n, cluster, replace = FALSE)
      repeat{
        collection[pack[1]] <- collection[pack[1]] + 1
        pack = pack[pack != pack[1]]
        if(length(pack)==0){break}
      }
      i=i+1
    }
    packs <- c(packs,i)
  }
  return(packs)
}
packs<-HKKMultipleCardGathering(300, 60, 2)
```

Az előző modell kis módosításával elő lehetett állítani ezt a modellt, ami az előbbi többszörös gyűjtögetés kiterjesztése. A modell azt vizsgálja, hogy a meglévő kártyalapok hány további csomag beszerzésével alkotnak újabb kollekciót. Viszonylag kis mintaszámot, 300-at választottam. Ennek több oka van. Pontos adataim nincsenek a forgalmazott kártyacsomagok mennyiségéről, azonban ebben a mintában 300 játékkészletnyi kártya gyűjtéséhez 10303 csomag kártyát kell beszerezni. Másrészt az adatokból készített oszlopdiagram nagyobb minta mellett túlságosan összefolyt. A mintaátlag ezen a futáson $34,34333$. Egy kollekcióhoz legalább 30 csomag kell, hiszen egy csomagban pontosan 2 ritka van. Ilyen kis mintán is már nagyon közel kerül a minimumhoz a mintaátlag. Egy 10000 hosszú futáson például az átlag már $31,706$.

Felmerülhetne a kérdés, hogy a gyártósoron azonos mennyiségű kártyalap készül-e minden egyes lapból. Jól látszik, hogy kis mennyiség esetén is közel kerül az átlaghoz a gyűjtemények mennyisége. Ez nem jelenti azt, hogy minden lapból egyforma mennyiség fog keringeni a közösségen belül. Jelenti azonban azt, hogy ha a gyártó nem fordít külön figyelmet arra, hogy azonos mennyiségű lap kerüljön minden fajtából forgalomba, akkor is kiegyensúlyozott lesz a lapok eloszlása a csomagokban.

3.5. ábra. 300 közös alapú kollekció oszlopdiagramja



Az oszlopdiagram első három értéke jól összehozza az előbbi két témakört. Az első kollekció gyűjtési ideje ebben az esetben 142 csomag. Ez abszolút átlagosnak tekinthető szimpla kollekciók esetén. A következő két kollekció 125, majd 14 csomag beszerzését jelenti. A három összege ismét tökéletesen illeszkedik a játékkollekciónyi gyűjtögetésre adott becslésre.

A csökkenő tendencia természetesen nem lineáris. Az oszlopdiagram kiugróan magas értékei mutatják, hogy még a legelső kollekció gyűjtési idejét is túlszárnyalhatja pár későbbi gyűjtögetés. Ez a jelenség könnyen magyarázható. Azokban az esetekben, amikor kevesebb mint 30 csomagot szereztünk be, a gyűjtemény mennyisége csökkent. A szimpla kupongyűjtő már rávilágított arra, hogy az utolsó pár kuponra való várakozás tart a legtovább. A kettő együtt magyarázza, hogy egyes esetekben miért tart tovább a gyűjtögetés, mintha nulláról kezdenénk.

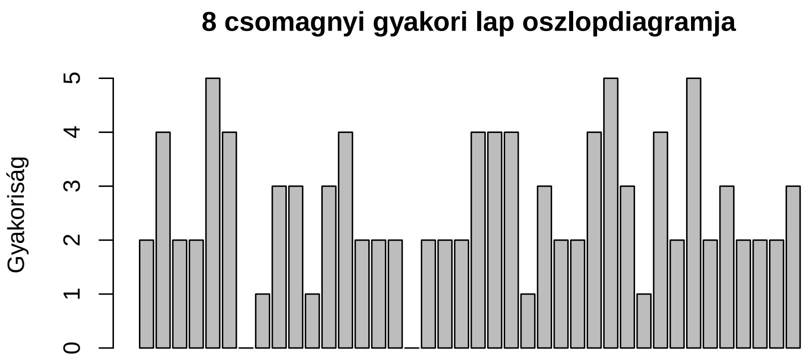
3.4. Válogatós verseny Hatalom Kártyái Kártyajátékból

A válogatós verseny, angolul draft, egy speciális és közkedvelt játékforma. Az alapértelmezett szabályok szerint nyolcasával ülnek le a játékosok az asztalokhoz, és mindenki kap három bontatlan csomag kártyát. Tehát a játékosoknak ebből a 24 csomag kártyából kell játékra való paklit összeállítaniuk. Jelenleg egy kártyacsomag 21 lapot tartalmaz. A válogatás a következőképpen zajlik: minden játékos kibont egy csomagot, kiválaszt pontosan egy tetszése szerinti kártyalapot, majd továbbadja a mellette ülőnek a maradék, jelen esetben $21 - 1 = 20$ lapot. Addig adják körbe a játékosok ennek a paklinak a maradékát, amíg az teljesen el nem fogy, majd ezt megismétlik a másik két paklival.

A kártyacsomagok számát felszorozva a csomagonkénti lapmennyiséggel megkapjuk, hogy összesen $24 \cdot 21 = 504$ kártyalap van egy asztalnál, ebből pár kártyalap kiesik a játékosok látóteréből, hiszen mire elér egy játékoshoz egy kártyacsomag, addigra már több lapot kivesznek belőle. A játékos a maga által bontott paklinak nyilván minden lapját látja, amit először kap a mellette ülőtől abból már eggyel kevesebbet, hiszen a mellette ülő már kivett egy lapot, és így tovább, a nyolcadik pakliból már 7 lap kerül kivételre mire hozzá kerül. Ez $\sum_{n=1}^{7} n = 28$ lapot jelent, és három csomag van, tehát összesen 84 lapot nem lát egy válogató játékos. Vagyis 420 kártyát ismer az 504-ből.

```
HKKDraft <- function(draftamount, n, cluster) {
  collection <- rep(0, n)
  i <- 0
  while (i < draftamount) {
    pack <- sample(1:n, cluster, replace = FALSE)
    repeat {
      collection[pack[1]] <- collection[pack[1]] + 1
      pack = pack[pack != pack[1]]
      if (length(pack) == 0) {
        break
      }
    }
    i = i + 1
  }
  return(collection)
}
draftboard <- HKKDraft(8, 40, 13)
draftboard <- HKKDraft(8, 60, 6)
draftboard <- HKKDraft(8, 60, 2)
```

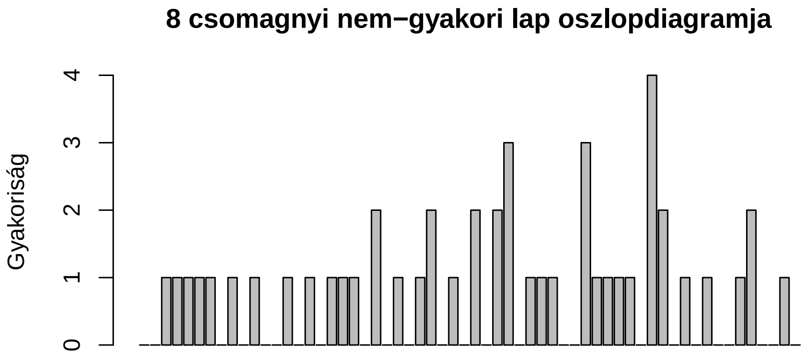
Mivel a játékosok a válogatás terének nagyon nagy részét látják, ezért komoly stratégiai mélysége van egy ilyen jellegű válogatós játékmódnak. A kártyalapok használhatóságának mértéke függhet attól, hogy mennyit sikerül begyűjteni a hozzá hasonló lapokból. Ezt pedig kiválóan lehet becsülni statisztikai eszközökkel. Ennek alkalmazását mutatom meg a következőkben 8 csomag kártyára. Azért választok 8 csomagot, mert egyszerre csak egy csomagot bontanak fel válogatásra, így nehéz lenne következtetéseket levonni a bontatlan csomagból. Továbbá előfordul, hogy nem azonos kiegészítőből történik a válogatás, hanem például 2 csomag a legújabb, és 1 az őt megelőző kiegészítőből kerül kiosztásra. Ebben az esetben a második kiegészítőből összesen csak 8 csomagot bontunk, míg az elsőből 16-ot.

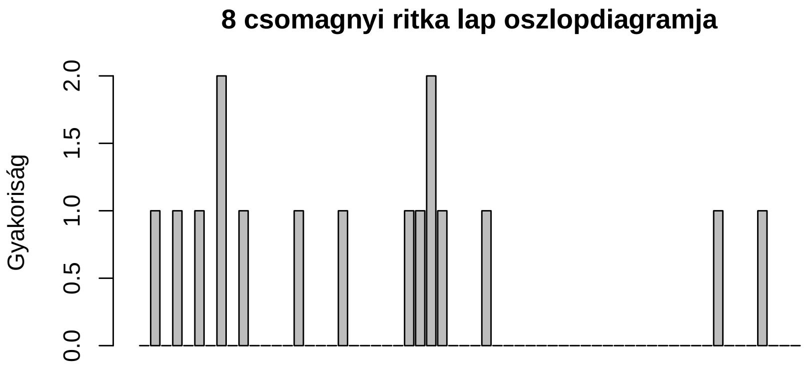


A fenti ábra 8 csomagban előforduló 104 gyakori lap oszlopdiagramja. Ez egyetlen szimuláció, ha többször futtatnám akkor természetesen elkezdene rálaposodni az átlagra. Ami mégis érdekes, az a relatív nagy ingadozás egyes lapok előfordulása közt. Habár a csekély előfordulással, vagy az átlagot meg nem haladóval nem igazán tudunk előnyhöz jutni, szinte garantált, hogy lesz az átlagot jelentősen meghaladó mennyiségű gyakori lapból egy-egy fajta. Amennyiben ezek a kiugró értékek egymást erősítő lapok, és önmagukban nem, de együtt érdemesek a válogatásra, akkor kiemelt előnyhöz juttathat minket a játékban.

A nem-gyakori kártyák nagyobbik feléből lesz legalább egy az asztalon, de jó eséllyel nem fogunk egynél többel találkozni. Természetesen ennek ellenére mindig lesz pár nem-gyakori lap, amiből nagyobb mennyiség jelenik meg egy asztalon.

A ritkák zömével nem fogunk találkozni, azonban a születésnap paradoxon miatt nagy az esélye, hogy lesz két egyforma ritka az asztalokon.





A válogatós játékban tehát a legfontosabb információ az a 420 kártya, amivel egy játékos találkozik. Előzetes stratégiát a nagy ingadozás miatt nehéz felállítani, még a gyakori lapoknak is túl nagy a szórása. Mégis érdemes lehet készülni a speciális gyakori lapok magas előfordulására reagálással, ahol gyors stratégiaváltás eredményt hozhat.

4. fejezet

Magic: The Gathering

A Magic: The Gathering az első, és mai napig legsikeresebb papíralapú gyűjtögetős kártyajáték. Az 1990-es évek elején megjelenő amerikai Magic: The Gathering, ma már több mint 20 millió fős játékostáborral rendelkezik.[3] Zászlóshajóként a Magic: The Gathering alapozta meg a csomagok jellegét és az eltérő ritkaságú lapok bevezetését is. Az évek során természetesen rengeteg változáson ment keresztül a játék, és a forgalmazott csomagok is. Ma egy csomag tartalmaz 11 gyakori kártyát, 3 nem-gyakori kártyát és 1 ritka kártyalapot, ami lehet sima vagy mitikus ritka. A lapok ritkaságát bronz, ezüst, arany és vörösarany ikonok jelzik. A ritkák és mitikus ritkák aránya 8:1-hez, ahol a ritkák előfordulása gyakoribb. Ez az arány nem pontos, minden kiegészítővel változhat, de a közösség leginkább ezzel becsül. Éppen ez utóbbi miatt elemzem a Hatalom Kártyái Kártyajáték után. Míg a Hatalom Kártyái Kártyajáték egyszerű gyűjtögetése kiválóan becsülhető a kupongyűjtővel, addig itt már a két ritka, a mitikus és sima ritka jelenléte miatt ez már nem lehetséges. Egy aszimmetrikus gyűjtögetést reprezentál, mintha például egy cinkelt dobókocka oldalainak gyűjtögetését vizsgálnánk.

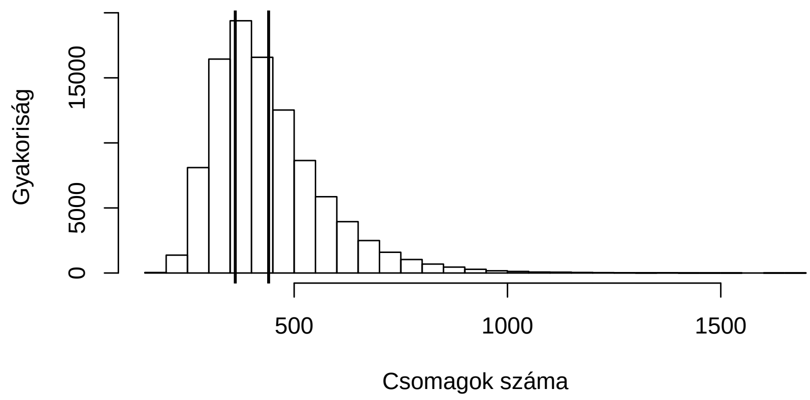
A Hatalom Kártyái Kártyajátékhoz készített modell könnyen átparaméterezhető ennek a gyűjtésnek a vizsgálatára. Az ottani 2 ritkával szemben itt csak 1 ritka van csomagonként, ráadásul ezen az egy helyen osztozik a sima illetve mitikus ritka is. Ez egy egyszerű elágazással implementálható volt a modellbe. A Hatalom Kártyái Kártyajáték gyűjtögetésénél már megállapítottam, hogy a teljes gyűjtögetést csak a ritkák határozzák meg, ezért itt a gyakori és nem-gyakori lapok gyűjtögetését már nem modellezem. Egy ezredfordulóból származó cikk más megközelítéssel vizsgálja a gyűjtögetést, viszont szintén rávilágít a gyakori és nem-gyakori lapok kis szerepére a gyűjtögetésben. [7]

4.1. A Magic: The Gathering kártyajáték gyűjtési modellje R programnyelvben

```
magicCardGathering <- function(multiplies, n, m) {
    collection <- rep(0, n + m)
    i <- 1
    while (min(collection) < multiplies) {
        if (sample(1:8, 1) != 1) {
            card <- sample(1:n, 1, replace = FALSE)
        }else{
            card <- sample(1:m, 1, replace = FALSE) + n
        }
        collection[card] <- collection[card] + 1
        i = i + 1
    }
    return(i)
}
simulateKGathering <- function(multiplies, n, m, k) {
    gathers <- c()
    for (i in 1:k) {
        gathers <- c(gathers, magicCardGathering(multiplies, n, m))
    }
    return(gathers)
}
gathers <- simulateKGathering(1, 63, 15, 100000)
gathers <- simulateKGathering(4, 63, 15, 100000)
```

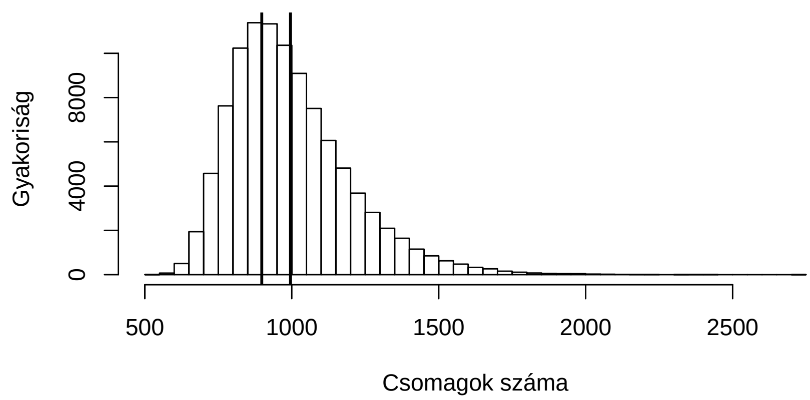
A Magic: The Gathering gyűjtögetése annak ellenére is nagyon hasonlít a Hatalom Kártyái Kártyajáték gyűjtögetéséhez, hogy kétféle ritka gyűjthető belőle. Habár mennyiségileg négyszer ritkább a mitikus ritka a sima ritkánál, a kupongyűjtő mégis közel hozná a kétféle ritka külön gyűjtögetését. A mitikus ritka minden nyolcadik csomagban található, de összesen csak 15 darab gyűjtendő belőlük. Az egyszerű ritkák 63 darabjának gyűjtögetése még úgy is tarthat néha tovább, hogy hétszer annyi lesz a sima ritkákból és négyszer több fajta sima ritkát gyűjtünk.

4.1. ábra. Egy teljes kollekció gyűjtögetése



A sztenderd Magic: The Gathering versenyeken legfeljebb 4 azonos nevű kártyalapot használhatnak a játékosok egy pakliban, tehát egy játékkészletnyi kártya 4 együttes gyűjtést jelent. Ahhoz, hogy egy ilyen teljes kollekció megjelenjen, sokkal több csomagra van szükség, mint az eddig vizsgált esetek bármelyikében. A Magic: The Gathering egy nemzetközi játék, és jelentős játékosbázissal rendelkezik Magyarországon, így feltehető, hogy pár játékkészletnyi kártyát össze tud gyűjteni a közösség. Vannak azonban kisebb közösségek, ahol az alacsonyabb fogyasztás miatt előfordulhat, hogy lesznek olyan kártyák, amikkel élőben nem is találkoznak.

4.2. ábra. Egy teljes játékkészlet gyűjtögetése



5. fejezet

Hearthstone

Nagyon széles körben terjedt el a Hearthstone kártyajáték, ami a Blizzard által birtokolt Warcraft világára építve hozta létre az eddigi legsikeresebb online gyűjtögetős kártyajátékot. A Hearthstone játék alcíme beszédes módon a Heroes of Warcraft. Jellemző, hogy a gyűjtögetős kártyajátékok egy már létező fantázia világra építenek. A Blizzard a számítógépes játékok történelmének egyik legnagyobb múlttal és játékostáborral rendelkező cége. A Blizzard cégnek egy kitalált mesevilága a Warcraft. A Hearthstone játékrendszerébe 2017-re nem kevesebb mint 70 millió játékos regisztrált.[5] Túl azon, hogy a gyűjtögetős kártyajátékok kiváló közösségépítő hobbiként funkcionálnak, komoly pénzdíjas versenyek is megrendezésre kerülnek. Például a Hearthstone világbajnokságra egymillió dolláros díjalappal várják a kvalifikált versenyzőket.

A következő modell elkészítése többszöri nekifutásra sikerült. A hagyományos papíralapú kártyák gyűjtögetése nincs túlbonyolítva, kiváló élményt biztosít azokkal az egyszerű tulajdonságaival amiket eddig elemeztem. A cserélgetés lehetősége kompenzálja a viszonylag hosszú gyűjtési időt, motiválja a közösséget a kooperációra. Az online gyűjtögetős teret máshogy kellett kialakítani, más játékosokkal való cserélgetésre nincsen lehetőség. A Hatalom Kártyái Kártyajátékból készült egy online változat, ami pár év futás után leállt. Ebben a játékosok belső valutával kaptak lehetőséget az egymással való kereskedelemre, ami alacsonyabb fogyasztást és visszaéléseket eredményezett.

Az eddig ismertetett gyűjtögetések nagyon hosszú ideig tarthatnak, amit az előbb említett közösségi cserélgetés itt nem mérsékel. Frappáns megoldást implementáltak azonban a játék tervezői. Lehetőség van a kártyák belső valutává konvertálására, amely valutából tetszőleges lap megépíthető.

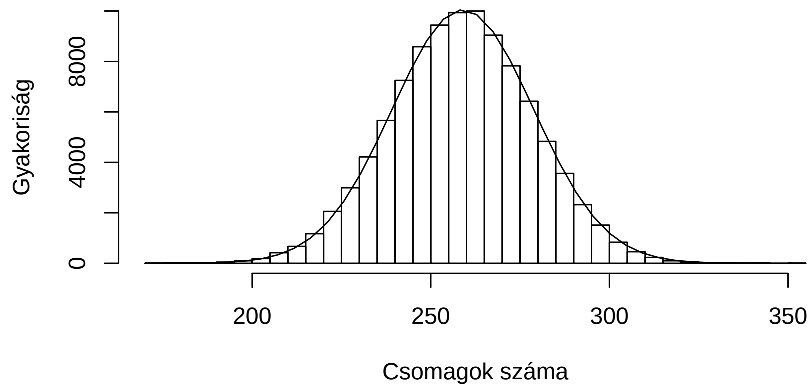
A játékban legfőképp kétféle módon lehet kártyához jutni. Csomagokat lehet vásárolni, illetve az előbb említett konverzióval alakíthatjuk át már meglévő lapjainkat újabb lapokra. Ez utóbbi lehetőség rossz arányban engedi a cserét, átlagosan körülbelül 4:1-hez arányban cserélgethetjük a kártyákat.

Egy csomag kártya 5 lapot tartalmaz. A ritkaságok hasonlóan jelennek meg ebben a játékban is mint az eddig taglalt kártyajátékokban: gyakori, ritka, epikus és legendás lapokat különböztetünk meg. A lapok közepén található színes kő ritkaságtól függően lehet fehér, kék, lila vagy narancssárga. Amikor elkezdtem foglalkozni a témával, még nem volt hivatalosan közzétéve, hogy milyen arányban tartalmazzák az ilyen ritkaságú lapokat a csomagok, majd később egy ország törvénykezése miatt közzétették az alapmechanikát. Minden csomag tartalmaz legalább egy ritka vagy ritkább lapot. Átlagosan egy epikus kártyát bonthatunk 5 csomagból. És 20 csomagonként egy legendás lap kerülhet gyűjteményünkbe.

Ami tovább színezi ezt a gyűjtögetést az az úgy nevezett "pity timer", ami exponenciálisan javítja a ritkább lapok előfordulását, ha már több csomag óta nem látott adott ritkaságú lapot egy játékos, mint ahány csomagból átlagosan kapna. Pontosan mit jelent ez, és miért szükséges? Egyenletes eloszlásnál is előfordulhat hosszú várakozási idő anélkül, hogy az, az átlagot lefelé görbítené. Ez történik például a pénzfeldobásnál, amikor 10 vagy annál hosszabb sorozatot dobunk egymás után ugyanabból az oldalból. Statisztikailag elvárt, hogy például egy pár ezer elemű pénzfeldobás sorozatban legyen legalább egy körülbelül 10 hosszú azonos oldalakból álló szakasz. Ha ugyanez úgy jelenne meg a kártyajátékban, hogy 100 csomag kibontása után se bont az ember legendás lapot, az nem növelné a fogyasztók elégedettségét. Ezt ellensúlyozza a "pity timer". Például ha 5 csomagon át nem bontottunk epikus lapot, akkor a 6. csomagban már nagyobb eséllyel találunk, egészen a 10. csomagig, amikor már garantált. Ez előbbi becslést, és a modellemben felhasználtakat felhasználói visszajelzésekre alapozom. A "pity timer" működéséről nem publikált a Blizzard cég pontos mechanikát, de a tapasztalatok alapján jól becsülhető.

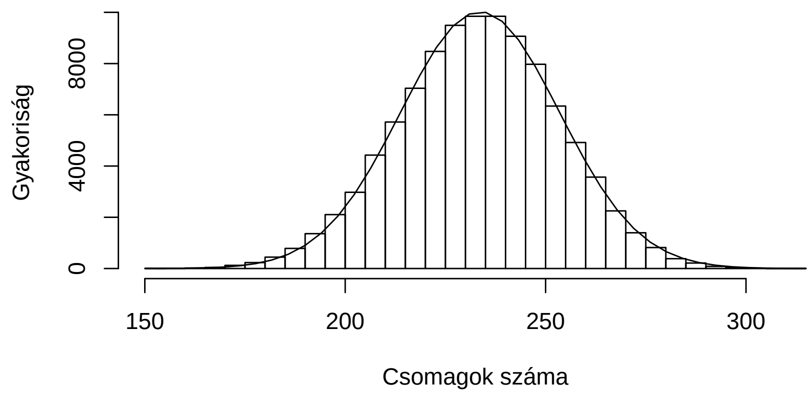
A modell nagyon komplex és tartalmazza a legtöbb feltételezett, gyűjtésre kiható tényezőt. A modell azt írja le, hogy hány csomagot kell bontani, amíg minden lapból rendelkezünk játékkészletnyi mennyiséggel. A játékkészlet a hagyományos kártyajátékoktól eltérően nem egyenletes. A nem legendás lapokból 2, a legendás lapokból pedig csak 1 darabot tehetünk a játékra szánt paklinkba.

A közelmúltban jelentős változás történt a gyűjtés mechanikájában. Bevezettek egy szabályt, miszerint ha legendás lapot bontunk, akkor mindenképp olyat kapunk, 5.1. ábra. Teljes Hearthstone kollekció gyűjtése régi szabályok szerint



amilyennel addig még nem rendelkeztünk. Az első hisztogram a módosítás előtti szimulációk eredményeiből készült, a második pedig az újítás implementálásával. A differencia jelentős, nagyjából 15 csomaggal kevesebbet kell gyűjtenie annak aki teljes gyűjteményt szeretne. A születésnap paradoxon kihatásaként egy átlagos felhasználó is találkozhatott két egyforma legendás lappal kevés csomag vásárlása esetén, ezt abszolút megszünteti a szabálymódosítás, ami tovább növeli a felhasználói elégedettséget.

5.2. ábra. Teljes Hearthstone kollekció gyűjtése új szabályok szerint



Az ábrákra a mintaadatok számtani közepéből és szórásából paraméterezett normális eloszlást illesztettem, ami nagyon jól illeszkedik a hisztogramokra. A többi hisztogramnál erre nem volt lehetőség, az eloszlásuk nem felelt meg klasszikus eloszlásoknak.

A Hearthstone kártyajáték gyűjtési modelljét R programnyelvben lásd a Függelékben.

6. fejezet

Összegzés

A dolgozatomban elemzett teljes gyűjtögetések rengeteg csomagot igényelnek. A hosszú gyűjtési idő fenntartja a játékosok érdeklődését, ugyanakkor a gyártók szempontjából ez jól kiegyensúlyozott, hiszen a fogyasztók elég változatosnak találják a játékot. Az egymás közti csere, vagy játékon belüli átalakítás lehetősége mérsékeli az általam készített statisztikákat.

Fogyasztói szempontból ezen statisztikák alapján jól becsülhető, mekkora populációval kell kapcsolatot létesíteni ahhoz, hogy gyűjteményünket teljessé tegyük. Adtam becslést a fogyasztás alapján az összes kollekció mennyiségére is.

A bevezetőben említett "lootbox" jelenség akkor lesz elfogadható, ha ezekhez a kártyajátékokhoz hasonló egyensúlyt teremtenek a gyűjtögetés minősége és ára között.

Irodalomjegyzék

[1] Brian Dawkins, *Siobhan's Problem: The Coupon Collector Revisited*, The American Statistician, vol. 45, no. 1, 1991, pp. 76-82

[2] Marco Ferrante, Monica Saltalamacchia, *The Coupon Collector's Problem*, MATerials MATematics Volum 2014, treball no. 2, 35 pp. ISSN: 1887-1097

[3] Owen Duffy, *How Magic: the Gathering became a pop-culture hit - and where it goes next*, The Guardian (https://www.theguardian.com/technology/2015/jul/10/magic-the-gathering-pop-culture-hit-where-next)

[4] Hanula Zsolt, *Tiltott mágia Kispesten*, Index (https://index.hu/kultur/eletmod/hkk010908/)

[5] Blizzard Entertainment, *70 Million Players!* (https://news.blizzard.com/en-gb/hearthstone/20720847/70-million-players)

[6] Erdős Pál, Rényi Alfréd, *On a classical problem of probability theory*, Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató Intézetének Közleményei, 6: 215-220

[7] Robert A. Bosch, *Optimal Card-Collecting Strategies for Magic: The Gathering* The College Mathematics Journal, 31(1), 15-21.

Az online források utolsó megtekintése 2017-ben történt.

Függelék

A Hearthstone kártyajáték gyűjtési modellje R programnyelvben

```
baseProbabilities <- c(75, 20, 4, 1)
probabilities <- c(75, 20, 4, 1)
pityTimers <- c(0, 0)
legendaryExponent <- 1.4
epicExponent <- 3.5
pityCount <- function() {
  probabilities <<- baseProbabilities
  if (pityTimers[1] > 5) {
    probabilities[3] <<-
      baseProbabilities[3] + (epicExponent ** (pityTimers[1] - 5))
  }
  if (pityTimers[1] == 10) {
    probabilities <<- rep(0, 4)
    probabilities[3] <<- 1
  }
  if (pityTimers[2] > 20) {
    probabilities[4] <<-
      baseProbabilities[4] + (legendaryExponent ** (pityTimers[2] - 20))
  }
  if (pityTimers[2] == 40) {
    probabilities <<- rep(0, 4)
    probabilities[4] <<- 1
```

```
  }
}
cardPack <- function() {
  rarities <- c(0, 1, 2, 3)
  pack <- c()
  for (i in 1:5) {
    if (length(pack) == 4 && sum(pack) == 0) {
      card <- sample(rarities[2:4], 1, probabilities[2:4], replace = TRUE)
    } else{
      card <- sample(rarities, 1, probabilities , replace = TRUE)
    }
    if (card > 1) {
      pityTimers[card - 1] <<- 0
      pityCount()
    }
    pack <- c(pack, card)
  }
  if (!(2 %in% pack)) {
    pityTimers[1] <<- pityTimers[1] + 1
  }
  if (!(3 %in% pack)) {
    pityTimers[2] <<- pityTimers[2] + 1
  }
  pityCount()
  return(pack)
}
goldTimers <- c(0, 0, 0, 0)
goldProbabilites <- c(2, 5, 5, 5)
goldCommonExponential <- 1.2018
goldUncommonExponential <- 1.5785
goldCard <- function(card) {
  card <- card + 1
  if (card > 1) {
    if (sample(1:10000, 1) <= (goldProbabilites[card] +
```

```
    goldUncommonExponential**(max(10,goldTimers[card])-10)-1)*100){
      goldTimers[card] <<- 0
      return(card + 3)
    } else{
      goldTimers[card] <<- goldTimers[card] + 1
      return(card - 1)
    }
  } else{
    if (sample(1:10000, 1) <= (goldProbabilites[card] +
    goldCommonExponential**(max(25,goldTimers[card])-25)-1)*100){
      goldTimers[card] <<- 0
      return(card + 3)

    } else{
      goldTimers[card] <<- goldTimers[card] + 1
      return(card - 1)
    }
  }
}
variants <- c(0, 50, 36, 27, 23)
values <- c(5, 20, 100, 400, 50, 100, 400, 1600)
costs <- c(40, 100, 400, 1600)
collect <- function(n) {
  collection <- rep(0, sum(variants))
  for (i in 0:variants[length(variants)] - 1) {
    collection[length(collection) - i] <- 1
  }
  fullCost <-
    sum(variants[2:5] * costs) * 2 - variants[5] * costs[4]
  extraDust <- 0
  i <- 0
  while (extraDust < fullCost) {
    pack <- cardPack()
    for (j in 1:5) {
```

```
      card <- goldCard(pack[j])
      if (card > 3) {
        extraDust = extraDust + values[card + 1]
      } else{
        col <-
        sample(sum(variants[1:(1+card)],1):sum(variants[1:(2+card)]),1)
        if (collection[col] < 2 || (card == 3 && n == 1)) {
          fullCost = fullCost - costs[card + 1]
        } else{
          extraDust = extraDust + values[card + 1]
        }
        collection[col] <- collection[col] + 1
      }
    }
    i <- i + 1
  }
  return(i)
}
hearthstoneGathering <- function(k, n) {
  gathers <- c()
  for (i in 1:k) {
    gathers <- c(gathers, collect(n))
  }
  return(gathers)
}
gathers <- hearthstoneGathering(100000, 1)
gathers <- hearthstoneGathering(100000, 0)
```