

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

# Pontrendszerek jelentősége a motorsportban

BSc szakdolgozat

Fehér Patrik

Matematika Bsc

Matematikai elemző szakirány

Témavezető:

Németh László, PhD hallgató

Valószínűségelméleti és Statisztikai Tanszék

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar



Budapest, 2019

# Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Németh Lászlónak a szakdolgozatom készítése során nyújtott minden segítségéért és iránymutatásáért.

Továbbá köszönet illeti a családomat, barátaimat és mindenkit az egyetemi évek alatti támogatásért, segítségükért a tanulmányaim során.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>4</b>
<b>2. A dolgozatban lévő matematikai fogalmak</b>	<b>6</b>
2.1. Illeszkedésvizsgálatok . . . . .	6
2.1.1. Khí-négyzet próba . . . . .	6
2.1.2. Kolmogorov-Szmirnov-próba . . . . .	7
2.1.3. Anderson-Darling teszt . . . . .	7
2.1.4. Cramér-von Mises teszt . . . . .	7
2.2. Topologikus sorrend . . . . .	7
<b>3. Pontrendszerek bemutatása és összehasonlítása</b>	<b>9</b>
3.1. Pontrendszerek bemutatása . . . . .	9
3.2. Pontrendszerek összehasonlítása . . . . .	10
3.3. A pontok eloszlása . . . . .	14
<b>4. Igazságos bajnoki végeredmények</b>	<b>18</b>
4.1. Bevezetés . . . . .	18
4.2. Miért is nevezhető ez a pontrendszer igazságosnak? . . . . .	19
4.3. A korábban megismert pontrendszerek értékelése . . . . .	23
4.4. A lehető legigazságosabb pontrendszer megtalálása . . . . .	25
4.4.1. MotoGP . . . . .	25
4.4.2. Hibrid . . . . .	26
4.4.3. Meredek . . . . .	27
4.4.4. Pontlevonás . . . . .	29
<b>5. Összefoglalás</b>	<b>32</b>

# 1. Bevezetés

Azóta, hogy megépítették az első, önerőből mozgásra képes automobiloikat és motorkerékpárokat, szinte azonnal versenyezni kezdett az emberiség ezekkel a gépekkel. Nem kellett sok időnek eltelnie mind a versenyzők, mind az autógyártók számára komoly presztízzsel bíró események létrejöttéhez.

Emiatt már a kezdetek óta fontos volt, hogy a versenyeket, versenysorozatokat megfelelően értékeljük. Az idő előrehaladtával kialakultak a mai, gyűjtőnéven technikai sportoknak nevezett szakág alapjai, a járművek és az értékelés terén egyaránt.

A manapság legnépszerűbb technikai sportok, mint a Formula 1, a MotoGP vagy a megbízhatósági versenysorozatok alapjai a XX. század közepén születtek meg. Ezek a szakágak, illetve a legtöbb egyéb technikai versenysorozat is a kezdetek óta hasonló módon, úgynevezett pontrendszerek segítségével dönti el az aktuális kiírás végeredményét.

A pontrendszerek lényege az, hogy minden egyes versenyen elért helyezés bizonyos mennyiségű pontot ér. A szezon végén a legtöbb pontot gyűjtő pilóta lesz az aktuális kiírás győztese.

Az értékelési rendszerek azonban nem voltak mindig állandóak, sportágaktól függően számos alkalommal módosították ezeket a pontrendszereket. Természetesen mindig voltak olyanok, akik nem voltak megelégedve egy-egy aktuális pontrendszerrel, és örök diskurzus tárgya marad a technikai sportágak rajongói körében, hogy melyik is a legjobb, legkorrektebb értékelés, az egyes pilóták és márkák által gyűjtött pontok alkotta sportstatisztikákról már nem is beszélve.

Szakdolgozatomban a korábban használt pontrendszerek elemzésével és egy matematikai alapon nyugvó sorrend segítségével próbálok a meglévő pontrendszereknél igazságosabbat alkotni.

Az első fejezetben a dolgozat során felbukkanó matematikai fogalmat ismertetem és fejtem ki, hivatkozási alapot teremtve ezzel a későbbiekre, elősegítve a könnyedebb olvasást.

Dolgozatom második részében szeretném bemutatni a pontrendszert, mint fogalmat a dolgozat szövegkörnyezeti kontextusának megfelelően, illetve néhány fontosabb eddig előforduló pontrendszert. Ezeket összehasonlítom egymással, és ezek eredménybeli valamint eloszlásbeli hatásait reprezentálom. Mindezek alapjául egy korábbi Formula 1-es eredményeket tartalmazó adatbázis fog szolgálni.

A harmadik szakaszban bemutatásra kerül egy matematikai alapokon nyugvó igazságos bajnoki végeredmény, mint fogalom. Ez különböző szempontok szerint so-

rolja be a sportolók teljesítményét. Ezután a dolgozatom során használt adatbázis különböző éveinek igazságos végeredményeit összevetem a korábban megismert pontrendszerekkel, és értékelem őket igazságosságuk szerint.

Zárásképp a korábbi pontrendszerek elemzésének és az igazságos végeredmények segítségével meghatározásra kerül egy olyan pontrendszer, mely a lehető legigazságosabb eredményekkel szolgál egy adott szezonban, és a legtöbb motorsportrajongó számára könnyebben értelmezhető, mint egy bonyolultabb matematikai szabályokkal megalkotott sorrend.

## 2. A dolgozatban lévő matematikai fogalmak

A szakdolgozat során előforduló matematikai kifejezések magyarázatát ebben a fejezetben gyűjtöttem össze.

### 2.1. Illeszkedésvizsgálatok

A szakdolgozat során néhány adatsor eloszlására különösebb figyelmet fordítok, és szeretnék megfelelő eloszlást illeszteni rájuk. Az illeszkedésvizsgálat matematikai háttéréhez legyen adott  $x_1, x_2, \dots, x_n$  független azonos eloszlású adatsor, és  $F$  eloszlás. Az adatok tapasztalati eloszlása legyen  $F_n$ .

Az illeszkedésvizsgálat hipotézisvizsgálati feladatában a hipotézisek:

$H_0 : F_n = F, H_1 : F_n \neq F$ . A hipotéziseket különböző statisztikai próbák segítségével lehet megvizsgálni, melyeket az alábbiakban részletezek.

#### 2.1.1. Khí-négyzet próba

A Pearson-féle kí-négyzet ( $\chi^2$ )-próba egy olyan hipotézisvizsgálati eljárás, mely a  $\chi^2$ -eloszláson alapul [1]. Diszkrét eloszlás esetén alkalmazható, legyen az előforduló értékek száma  $r$ . Legyenek  $p_1, \dots, p_r$  valószínűségek (összegük 1). Vizsgáljuk, hogy a minta alapján lehet-e az  $i$ . esemény előfordulási valószínűsége  $p_i$  egyszerre minden  $i$  esetén.

Illeszkedésvizsgálat esetén:

$H_0$ : a valószínűségek:  $\mathbf{p}=(p_1, \dots, p_r)$

$H_1$ : nem ezek a valószínűségek

Próbastatisztika:  $T_n(\mathbf{X}) = h := \frac{(N_i - np_i)^2}{np_i} \xrightarrow{H_0 \text{ esetén}} \chi_{r-1}^2$ , ha  $n \rightarrow \infty$ , ahol  $N_i$  az  $i$ -edik esemény előfordulásának száma a mintában.

Kritikus tartomány:  $X_k = \{\mathbf{x} : T_n(\mathbf{X}) > \chi_{r-1, 1-\alpha}^2\}$

Folytonos eloszlású változó esetén az értékészlet felbontható - általában ugyanakkora valószínűséget lefedő - intervallumokra és az egyes intervallumokba esés valószínűsége az elméleti eloszlás és a minta alapján is kiszámítható ( $p_i$  és  $N_i$  meghatározása). Ez, a diszkrétizálásnak nevezett módszer megfelelő intervallum választás mellett alkalmas rá, hogy a folytonos eloszlású minta esetén is alkalmazható legyen a kí-négyzet próba.

### 2.1.2. Kolmogorov-Szmirnov-próba

A tapasztalati és elméleti eloszlásfüggvény eltérésein alapul [3],[4].

$H_0 : F_n(x) = F(x) \forall x \in \mathbb{R}$ , ahol  $F$  a feltételezett eloszlásfüggvény és  $F_n$  a minta alapján számolt tapasztalati eloszlásfüggvény

$H_1$ : a nullhipotézis tagadása

Próbastatisztika:  $D_n(\mathbf{X}) = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F(x)|$

Kritikus tartomány:  $X_k = \{\mathbf{x} : \sqrt{n}D_n(\mathbf{X}) > K_{1-\alpha}\}$

### 2.1.3. Anderson-Darling teszt

Szintén a tapasztalati és elméleti eloszlásfüggvény eltérésein alapul [2].

$H_0 : F_n(x) = F(x) \forall x \in \mathbb{R}$ , ahol  $F$  a feltételezett eloszlásfüggvény és  $F_n$  a minta alapján számolt tapasztalati eloszlásfüggvény

$H_1$ : a nullhipotézis tagadása

Próbastatisztika:  $A_n(\mathbf{X}) = n \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x))^2 W(x) dF(x)$ , ahol  $W(x)$  egy súlyfüggvény

Kritikus tartomány:  $A_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x))^2 [F(x)(1 - F(x))]^{-1} dF(x)$

### 2.1.4. Cramér-von Mises teszt

A Cramér-von Mises teszt az Anderson-Darling teszt módosított változata, ahol a súlyfüggvényt  $W(x) = 1$ -nek választjuk meg [4].

Míg a  $(\chi^2)$ -próba esetén a megfigyelések gyakoriságát hasonlítjuk össze az elméleti megfelelőjünkkel, addig a másik három módszer a tapasztalati és az elméleti eredmények eltéréseivel számol.

## 2.2. Topologikus sorrend

Az olyan gráfelméleti alapfogalmakat, mint a gráf, él, csúcs, irányított él, ismertnek tekintem.

Egy gráfot irányított gráfnak nevezünk, ha élei rendezett párok. Egy ilyen  $(v_1, v_2)$  élnek  $v_1$  a kezdőpontja és  $v_2$  a végpontja [5].

Irányított gráfban egy  $(v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_k, v_k)$  utat irányított útnak nevezünk, ha  $e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_k = (v_{k-1}, v_k)$ . Irányított kör esetén  $v_0 = v_k$ .

Egy  $G := (V, E, A)$  gráfot vegyes gráfnak nevezünk, ha a csúcsok között irányított és irányítatlan élek is futnak. A  $V$  a csúcsok halmazát jelöli, az  $E$  az irányított

éleknek megfelelő csúcsok rendezett párjainak halmaza, az  $A$  pedig az irányítatlan éleknek megfelelő csúcsok rendezetlen párjainak halmaza.

Egy irányított gráf topologikus sorrendje alatt csúcsainak lineáris sorba rendezését értjük. Az irányított élek mindig a hátrébb rangsorolt csúcstól az előrébb rangsorolt felé mutatnak. Ilyen sorba rendezés nem minden esetben létezik. Irányított körmentes gráfban tudunk mindenféleképpen találni topologikus sorrendet [6].

Egy gráfnak több sorba rendezése is létezhet, attól függően, hogy milyen algoritmus segítségével határozzuk meg a sorrendet.



## 3. Pontrendszerek bemutatása és összehasonlítása

### 3.1. Pontrendszerek bemutatása

A dolgozat hátralévő részében már a bevezetésben is említett pontrendszerek elemzésével foglalkozom. Azonban mindenek előtt, fontos tisztázni, hogy mit is értünk ezen kifejezés alatt.

A pontrendszerek olyan értékelési rendszerek, melyek valamilyen teljesítmény alapján jutalmaznak vagy éppen büntetnek a résztvevőt. A dolgozat legnagyobb részében jutalmazó pontrendszereket vizsgálok, ám az igazságos végeredményt adó pontrendszerek keresésekor olyan értékelési rendszereket is vizsgálni fogok, melyek büntethetők is a versenyzőket.

A legtöbb, a motorsportban valaha használt pontrendszereknek számos közös jellemzője létezik. Minden pontrendszerre igaz, hogy a futamon elért jobb helyezés több pontot érdemel. A legjobb helyezéseket elérő pilóták arányaiban több pontot kapnak, mint a mögöttük végzők, ezzel is az élen való versenyzést ösztönözve.

Szintén fontos alapelv, hogy a pontrendszer futamonként egységes legyen, mivel minden egyes futamon a szabályokban előre lefektetett, közel egyenlő elvárásnak kell megfelelni. Ezen a téren akadnak kivételek bizonyos versenysorozatoknál. Néhány esetben indokolt az ilyen jellegű lépés a szabályalkotóktól, ha például a szokásosnál hosszabb versenytávot kell leküzdeniük a pilótáknak egy-egy eseményen, ám olyan helyzet is előfordulhat, hogy a pontrendszer ilyen irányú módosítása nem indokolt. Ez utóbbiak az értékelési rendszer objektivitását rontó tényezők.

Az alábbiakban pontrendszerek kerülnek bemutatásra. Ezek a pontrendszerek a Formula 1 1950-es indulása óta használt pontrendszereken alapulnak, némi módosítással. Módosítások alatt az egyes pontrendszerek olyan összetevőinek eltávolítását értem, amelyek befolyásolják az értékelés objektivitását. Ilyen tényező például a leggyorsabb körért járó pont, egy futam pontértékeinek felezése vagy éppen megduplázása, illetve csak bizonyos számú futam értékelése szezononként. Az imént említett változásokat a következő alfejezetben fejtem ki részletesebben.

A pontozási szabályok az egyes futamok végeredményeire érvényesek. A táblázat tetején olvasható évszámok jelölik, hogy mely szezonokban alkalmazták az adott pontrendszert, és az egyes helyezések hány pontot értek futamonként.

	1950-1959	1960	1961-1990	1991-2002	2003-2009	2010-től
<b>1.</b>	8	8	9	10	10	25
<b>2.</b>	6	6	6	6	8	18
<b>3.</b>	4	4	4	4	6	15
<b>4.</b>	3	3	3	3	5	12
<b>5.</b>	2	2	2	2	4	10
<b>6.</b>	0	1	1	1	3	8
<b>7.</b>	0	0	0	0	2	6
<b>8.</b>	0	0	0	0	1	4
<b>9.</b>	0	0	0	0	0	2
<b>10.</b>	0	0	0	0	0	1
<b>11. vagy rosszabb</b>	0	0	0	0	0	0

1. táblázat. A Formula 1 eddigi pontrendszerei

### 3.2. Pontrendszerek összehasonlítása

Az előző alfejezetben tárgyalt pontrendszereket alkalmazásukkor kapott eredmények alapján hasonlítom össze. Ehhez szükség van egy eredménylistára, amire alkalmazni tudjuk ezeket az értékelési rendszereket.

Az eredmények adatbázisba ültetése, noha elsőre egyszerűnek tűnhet, közel sem az. Addig, amíg a pilóták egy bizonyos helyen célba érnek, ez nem jelent gondot, a bonyodalmak a kieséseknél, valamint az ennél is rosszabb eredményeknél kezdődnek. Az elemzés során három eredménykategóriát különböztettem meg. Az egyszerűbb magyarázat érdekében a három eredménykategóriát nevezzük 31., 32. és 33. helyezésnek, az adatbázisban is így jelöltem őket, jelezve ezzel azt is, hogy melyik eredménykategória számít jobbnak.

A 31. helyezést olyan pilóták kapják meg, akik vagy kiestek a futam során, vagy a hivatalos értékelés szerint nem indultak azon el (DNS - did not start). Ennél egy szinttel rosszabbak azok a versenyzők, akiket kizártak a versenyről (DSQ/DQ - disqualified), az ő versenyeredményük mellett ilyenkor a 32. helyezés szerepel. 33. helyezést pedig azok a versenyzők érnek el, akik már az időmérős rostán sem jutnak túl, azaz vagy nem elég gyorsak ahhoz, hogy részt vehessenek a versenyen (DNQ - did not qualify), vagy már ott kizárják őket valamilyen oknál fogva (EX - excluded).

A szabályok további részletezése megtalálható a [8] hivatkozásban.

Abban az esetben, ha a pilóta nem indult el egy futamon, vagy elindult volna, de valami miatt visszavonták az indulását (WD - withdrawn), a pilóta az adott versenyen nem ért el eredményt, az a terület üresen marad az adatbázisban. Fontos kiemelni az adatbázis értékelése szempontjából, hogy bármilyen eredmény jobb, mint az üres eredmény. A fent definiált négy esetben egyazon futamon több pilótának is lehet ugyanolyan eredménye.

Az adatbázis, melynek segítségével összehasonlítom a korábban említett pontrendszereket, a Formula 1 1998 és 2017 közötti eredményeit tartalmazza [7]. Azért az 1998-as szezonnal indítom az eredménylistát, mert ettől az évtől kezdve vált igazán modernné a Formula 1 a megelőző évek szabálmódosításainak köszönhetően [11]. A Formula 1-es autók ebben az évben nyerték el sokáig meghatározónak számító alakjukat, miután 1997-ről 1998-ra lecsökkentették az autók maximális szélességét [10]. Emellett az autók motorjai is egységesek lettek már 1996-tól, korábban azonban előfordult olyan is, hogy eltérő hengerűrtartalmú és hengerszámú, valamint szívó- és turbómotorok is felbőgtek az autókban ugyanabban a szezonban [9].

Az előző fejezetben említettem, hogy a pontrendszerek bizonyos mértékben módosításra kerültek, elősegítve ezzel a még objektívabb értékelést. Ez szoros kapcsolatban áll az adatbázissal, hiszen az egyes futamok egyedi értékelési beállításai is módosultak. A konkrét módosítások:

- A 2009-es szezon második futama (Maláj Nagydíj) során a versenyzők az aktuális pontrendszer szerint őket illető pontok felét kapták. Ehelyett én az aktuális pontrendszer által adott teljes pontszámmal számolok.
- A 2014-es szezon tizenkilencedik futama (Abu-dzabi Nagydíj) során a versenyzők az aktuális pontrendszer szerint őket illető pontok dupláját kapták. Ehelyett én az aktuális pontrendszer által adott teljes pontszámmal számolok.

Az általam vizsgált időtartamban minden egyes futam beleszámít a bajnokság értékelésébe. Az imént említett módosítások változtatták az eredeti szezonok (2009 és 2014) végeredményét, itt a módosított eredmények lesznek az összehasonlítások alapjai.

A pontrendszereket összehasonlítva elsősorban azt vizsgáltam, hogy hány helyen tér el egy adott szezon eredménye különböző pontrendszerek esetén. Az alábbi táblázatokban az eltérések átlaga (2. táblázat) és szórása (3. táblázat) található. A későbbiekben a pontrendszereket a bevezetésük évszámával fogom jelölni.

	1950	1960	1961	1991	2003	2010
1950	0	2,80	2,50	2,90	7,90	10,25
1960	2,80	0	0,30	0,70	7,10	9,85
1961	2,50	0,30	0	0,40	7,35	9,95
1991	2,90	0,70	0,40	0	7,60	10,10
2003	7,90	7,10	7,35	7,60	0	4,65
2010	10,25	9,85	9,95	10,10	4,65	0

2. táblázat. Az eltérések átlaga

	1950	1960	1961	1991	2003	2010
1950	0	1,642	1,573	1,889	3,339	3,508
1960	1,642	0	0,733	1,342	3,597	3,602
1961	1,573	0,733	0	1,046	3,573	3,634
1991	1,889	1,342	1,046	0	3,331	3,582
2003	3,339	3,597	3,573	3,331	0	2,300
2010	3,508	3,602	3,634	3,582	2,300	0

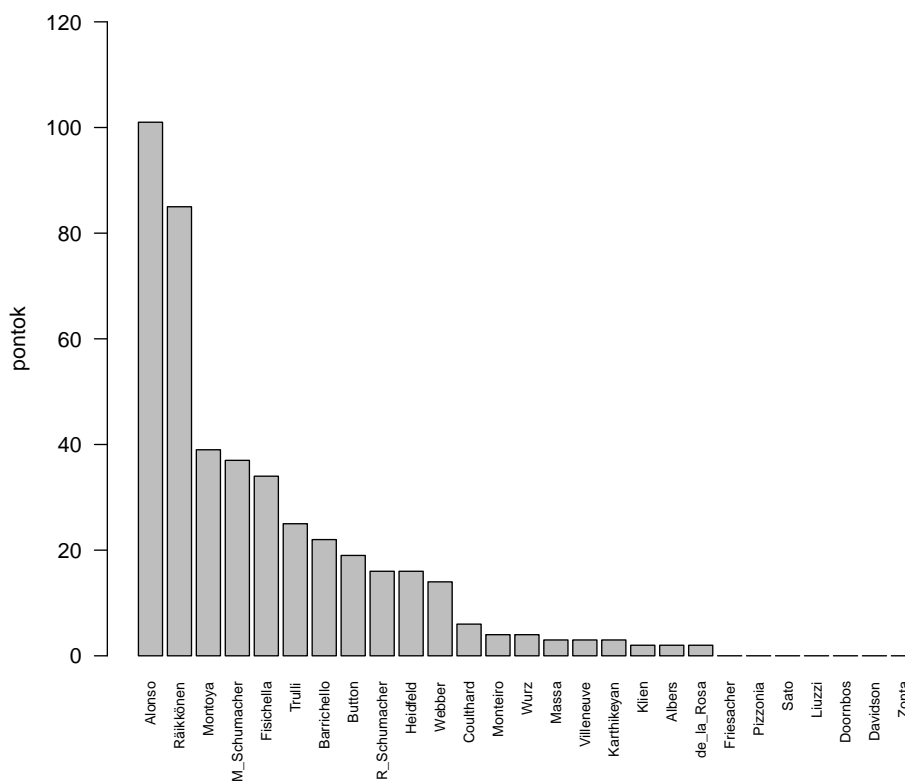
3. táblázat. Az eltérések szórása

A táblázatokból leolvasható, hogy a különböző értékelési rendszerek milyen nagy mértékben módosítják az eredményeket. A legnagyobb különbség az 1950-es és a 2010-es pontrendszerek között jelentkezik. Ennek fő oka az, hogy az 1950-es pontrendszerrel szemben - mely az első öt pilótát jutalmazta - 2010-től az első tíz pilóta kap pontot. Ez leginkább a középmezőnyben tapasztalt erőviszonyokat bolygatja meg, de természetesen a mezőny egészére hatással van, nem egyszer a világbajnok személyét is befolyásolva.

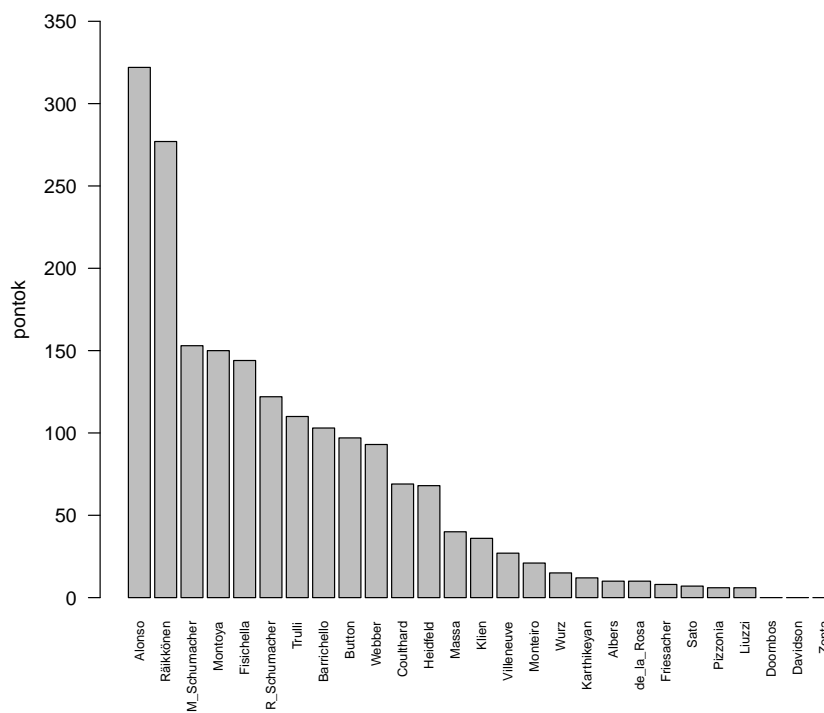
Érdekes módon az 1960-as, az 1961-es és az 1991-es pontrendszerekből kapott eredmények között szinte alig van különbség. Ez annak tudható be, hogy a három pontrendszer között csak a győztes jutalmazásában van eltérés, és ez nyilvánvalóan nem hat ki a teljes mezőnyre. Egy nagyon szoros világbajnoki harc során komoly szerepe is lehet ennek a bajnokság élmezőnyének rangsorolása esetén.

A legnagyobb végeredménybeli eltérés a 2005-ös szezon versenyein alapul (ld. 1. ábra), az 1950-es és a 2010-es pontrendszer szerinti eredményeket összehasonlítva 17 pilóta akad, akik eltérő helyen végeznének a sűrű középmezőnynek köszönhetően.

### 2005-ös eredmények az 1950-es pontrendszer szerint



### 2005-ös eredmények a 2010-es pontrendszer szerint



1. ábra

### 3.3. A pontok eloszlása

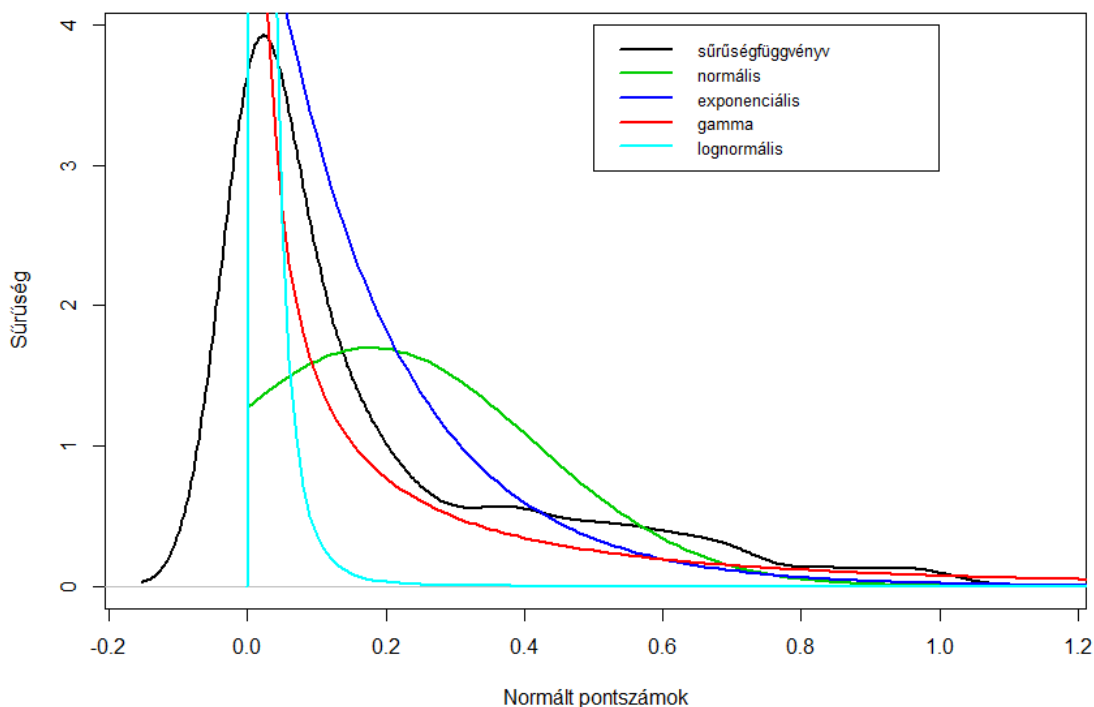
A különböző pontrendszerekkel való értékelés különböző mintázatokat adott az egyes bajnoki évadok végén. Ugyanis nem csak a bajnokság végeredménye alakul át, a mezőny pontjainak eloszlása is megváltozik. Ez a tudás a későbbiekben hasznos lehet az igazságos pontrendszer felépítésénél. Miután kiértékeljük az eddig használt értékelési rendszereket, az általuk generált végeredmények eloszlási tapasztalatait felhasználva könnyebben építhetjük meg az új pontrendszert, és segítségével ellenőrizhetjük annak helyességét.

Ahhoz, hogy a lehető leghasznosabb információkat kapjuk a pontok eloszlásáról, a különböző szezonok adatait összehasonlíthatóvá kellett tennem. A versenyzők szezon végi összpontszámát leosztottam a szezon futamainak számával, valamint a pontrendszer első helyéért járó pontszámával, így az adatokat 0 és 1 közé normáltam az összehasonlításhoz. Így minden versenyzőhöz a szerzett pontszáma és a szezonban maximálisan megszerezhető pontszám arányát rendeltem. Ezzel kiiktattam a szezonok hossza közti különbséget, illetve összevethetővé tettem a többi pontrendszerrel az adatokat. Alapvetően négy ismert eloszlástípust vizsgáltam: ezek a normális, az exponenciális, a gamma és a lognormális eloszlások voltak.

A különböző pontrendszerek által kapott végeredmények eloszlásának elemzése során több statisztikai módszer is alkalmazható. Először grafikus vizsgálatot alkalmaztam az adatokon, hogy a szóba jöhető eloszlástípusok száma elfogadható mennyiségű legyen, és ne kelljen a már látszólag is nagyon eltérő eloszlásokat vizsgálni minden egyes pontrendszerrel a chí-négyzet próbával, a Kolmogorov-Szmirnov-próbával, az Anderson-Darling teszttel és a Cramér-von Mises teszttel. A grafikus vizsgálatra vonatkozó példa a 2003-as pontrendszer szerint látható a 2. ábrán.

Az imént leírt eloszlások közül nem mindegyiket lehetett azonnal alkalmazni az R programban használt grafikus tesztnél. Tudvalevő, hogy a gamma és a lognormális eloszlás nem vehet fel nulla értéket, emiatt a program megakadt azon pilóták miatt, akik nem szereztek a szezonok során pontot. A problémát kikerülve ezekben az esetekben egy nagyon apró, az adatsort lényegében nem befolyásoló pozitív véletlen változó került hozzáadásra az egyes pilóták pontszámához. Így már össze lehetett hasonlítani az adatokat a kérdéses eloszlással.

### A teljes mezőny pontjainak futamonkénti eloszlása a 2003-as pontrendszer szerint



2. ábra

Az eloszlásvizsgálat módszereit a dolgozatom korábbi szakaszában ismerttettem. Az adatokat több bontásban is megvizsgáltam. A próbák előtt úgy sejtettem, hogy a teljes mezőny pontjainak eloszlását egyszerre vizsgálni nem igazán érdemes, látva a korábban kapott eredmények képét, és a sportág követőjeként ismerve az eredménybeli jellegzetességeket (domináns gyári csapatok a mezőnyben, "fizetős" pilóták, akik csak néhány versenyen vesznek részt kisebb, gyengék csapatoknál, stb.). Feltételezéseimet már az első kő-négyzet próbával végzett vizsgálatok is alátámasztották, melyeket csak megerősített az összes további vizsgálat a Kolmogorov-Szmirnov-próbával, az Anderson-Darling teszttel és a Cramér-von Mises teszttel.

Ezért a mezőnyt több részre bontottam a vizsgálatok szempontjából. Megvizsgáltam külön a húsz vizsgált bajnokság különböző pontrendszerek szerinti győzteseit, az élmezőnyt és a középmezőnyt.

A mezőnyt úgy választottam szét, hogy a szezon hat legjobb pilótája alkotja az élmezőnyt, míg az eredménylista hetedik helyével kezdődő és tizenhatodik helyével bezáruló 10 versenyző alkotja a középmezőnyt. Az élmezőnyt azért alkotja épp ennyi sportoló, mert a pontrendszerekkel generált végeredmények döntő többségében megfigyelhető volt egy mintázat, miszerint az első hat helyezett pilóta

jóval magasabb pontszámmal rendelkezett, mint a középmezőny. Ennek oka lehet akár néhány kiemelkedő vezetési képességgel rendelkező versenyző, vagy 2-3 csapat, akik számottevően gyorsabb autót építettek a többiekénél, illetve ezek kombinációja. A középmezőnyben az iménti okok miatt sokkal sűrűbb a mezőny.

A Formula 1-es mezőny a vizsgált időszakban 20 és 24 pilóta között mozgott, legalábbis a szezonkezdeti ideális esetben. Ám ez az ideális eset annyira ideális, hogy a sportág története során mindössze egyszer fordult elő, hogy valóban csak azok a pilóták vettek részt a szezon futamain, akik az első versenyhétvégén is indultak. Azért, hogy a legtöbb, érdemben is értékelhető állandó pilóta vizsgálata megtörténhessen, a középmezőny végének a tizenhatodik pozíciót választottam.

A statisztikai próbákból kapott eredmények alapján számos esetben meg lehet határozni a győztesek, az élmezőny és a középmezőny pontjainak eloszlását. A mezőny ezen részeit minden korábban említett pontrendszer alkalmazásával megvizsgáltam külön-külön. Az elemzés során az összes vizsgált szezon eredményét összevontam annak érdekében, hogy pontosabb képet kapjak a mezőnyrészek pontszámának eloszlásáról. Van, ahol nagyon egyértelműen kirajzolódik, hogy a rendelkezésre álló adatokra melyik eloszlás illeszkedik a legjobban, viszont olyan helyzet is fennáll, ahol az adatok nem csak egy, hanem többféle eloszlás jellemzőit is felmutatják. Végül pedig tapasztaltam olyat is, hogy semelyik vizsgált eloszlás sem illeszkedett megfelelően, többek között a korábban is említett teljes mezőnyös vizsgálat során.

A teljes mezőny vizsgálata egyetlen esetben sem adott elfogadható eredményt. Voltak olyan esetek, ahol többféle típusú eloszlás is a képbe került. Ez megnehezítette a dolgomat. Ezekben az esetekben a különféle próbáknál a p-értékek alapján döntöttem, a vizsgálatok során legnagyobb értékkel bíró eloszlást feleltetve meg az adott pilótacsoport ponteloszlásának. Fontos megjegyezni, hogy a legnagyobb p-értéket adó eloszlás nem feltétlenül tükrözi a valós eloszlást, ha több elfogadható is van, viszont a rendelkezésre álló adatok alapján a lehető legjobb választást adja.

Előfordult, hogy a négy különféle vizsgálat is különféle eredményeket adott. A végső döntésnél ebben az esetben figyelembe vettem a vizsgálatok működési elvét, melyről még dolgozatom elején írtam. Két kategóriára bontottam a vizsgálat típusokat, az egyikben a khí-négyzet próbával, míg a másikban az eloszlások eltérésén alakuló próbákkal. A második kategóriában a három különböző próba egységes eredményeket produkált az esetek többségében. Azokban az esetekben, amikor nem így történt, a többség erejével lehetett dönteni, azaz ahol a három próbából kettőnél



ugyanaz az eloszlás adta a legnagyobb p-értéket, ott azt választottam a vizsgálati kategória legjobban illeszkedő eloszlásának.

A kapott adatokból már meg lehetett határozni a mezőny különböző részeinek eloszlását. A vizsgálatok során a legnagyobb fejtörést az élmezőny pontjainak eloszlása okozta. Míg a khí-négyzet próba gamma eloszlásúként értékelte a pilóták eme részhalmazát, a többi vizsgálat egyhangúan vagy gamma, vagy lognormális eloszlásúként, szezontól függően. Mivel ez a két eloszlás paraméterezéstől függően nagyon hasonló lehet egymáshoz, ezért az ilyen esetekben gamma eloszlásúként értékeltem a szóban forgó adatokat.

A 4. táblázatban összesítettem az eloszlásvizsgálatok összefoglaló eredményeit az egyes szezonok során. Az N a normális, a G a gamma, az E az exponenciális eloszlást jelöli.

	1950	1960	1961	1991	2003	2010
<b>teljes mezőny</b>	-	-	-	-	-	-
<b>világbajnokok</b>	N	N	N	N	N	G
<b>élmezőny</b>	G	G	G	G	G	G
<b>középmezőny</b>	-	E	E	E	G	G

4. táblázat. Az eloszlásvizsgálatok eredményei

Kiemelkedik a fenti táblázatból a 1950-es pontrendszer szerint alkotott középmezőny abból a szempontból, hogy a vizsgálatok nem találtak rá jól illeszkedő eloszlást. Ennek oka az lehet, hogy az 1950-es értékelési rendszer mindössze csak a legjobb öt pilótát jutalmazta ponttal, így a bajnokság hetedik helyétől számított középmezőny tagjai ritkán értek be pontszerző helyen. Ennek megfelelően nem sok versenyző volt, akit lehet értékelni, hiszen legtöbbjük nulla ponttal rendelkezett. Emiatt nem sikerült egyetlen módszernek sem jól illeszkedő eloszlást találnia az adatokra.

## 4. Igazságos bajnoki végeredmények

### 4.1. Bevezetés

A Formula 1 és a többi technikai sport esetében is számos alkalommal úgy érezhetik a rajongók, hogy nem az a sportoló nyerte az adott bajnoki kiírást, aki valóban megérdemelte volna, és a bajnokság végeredménye nem feltétlenül tükrözi a szezon során látott teljesítményeket. Ennek számos oka lehet: a pilóták teljesítménybeli különbsége, a kiesések száma vagy éppen az alkalmazott pontrendszerből eredő eredményértékelési különbségek.

Ha minden embert megkérdeznénk, hogy ők hogyan értékelnék a versenyzők teljesítményét a legigazságosabban, számos különböző válasz születne. Nehéz egy mindenki számára megfelelő, általánosan elfogadott igazságos eredményekről szóló definíciót felállítani, azonban van néhány sarkalatos pont, amiben minden rajongó egyetért. Ezek alapján alkottam meg az igazságos sorrend fogalmát.

Egy olyan világméretű, hatalmas presztízzsel bíró sportágban, mint a Formula 1-ben, vagy a többi technikai sportban egy állandó, magas szint kell ahhoz, hogy valaki a mezőny legjobbjá legyen és bajnoknak mondhassa magát, és ne legyen elég néhány eseményen a leggyorsabbnak lenni. Éppen ezért úgy építettem fel az igazságos bajnoki végeredményt meghatározó módszert, hogy ez a szempont érvényesüljön. A rendszer tehát jobban értékeli a középmezőny állandóan jó teljesítményt nyújtó, konzisztens eredményekkel rendelkező pilótáit, szemben a futamokat kihagyó, de egyébként kiugró teljesítményű versenyzőkkel.

Ez a módszer jó megoldást kínálhat a nagy fluktuációjú technikai sportokra, ahol a mezőny összetétele akár futamról futamra jelentősen változhat. Így azok a versenyzők, akik hűek maradnak az adott sorozathoz, jobb eredményeket érhetnek el a teljes szezont tekintve. Számos magasan jegyzett bajnokság küzd ezzel a problémával, mint például a rali-világbajnokság, a túraautó-világkupa vagy a Formula E. A Formula 1 története során is volt ilyen évad, az 1994-es szezon során a mezőny 28 autójában 46 pilóta is megfordult. Ezek a szériák a pontrendszer esetleges alkalmazása esetén arra ösztökélhetik a pilótákat, hogy maradjanak hűek a sorozathoz és annak versenynaptárához az adott szezon során.

A vizsgált évadok igazságos bajnoki végeredményét úgy alkottam meg, hogy minden pilóta eredményeit összehasonlítottam minden másik pilótáéval. Az összehasonlítás futamonként történt, és ha valaki az adott szezon során többször szerepelt jobban a másik pilótánál, akkor őt megverte abban a szezonban. A futam

monkénti összehasonlítás során ugyanazt az értékelési rendszert használtam, mint amit korábban a pontrendszerek összehasonlításánál kifejtettem. Emiatt olyan eredmény is születhet egy futamon, hogy a két pilóta egyenlő teljesítményt ért el (pl. mindketten kiestek a versenyből, egyikük sem állt rajthoz, stb.). Ez akár a teljes szezonra is igaz lehet, azaz nem minden esetben lehet eldönteni ez alapján, hogy két pilóta közül ki volt a jobb. Egy szezon végén holtversenyek esetén további szempontok döntenek a pilóták közötti végeredményről.

Az igazságos bajnok az lesz, aki az évad során a legtöbb vetélytársát legyőzi, a második helyezett az a pilóta lesz, aki a második legtöbbet legyőzi és így folytatódik a sor a mezőny végéig. Azonban az egyenlőségek miatt előfordulhat olyan, hogy kettő vagy több pilóta is ugyanannyi ellenfelet győz le. Ebben az esetben az egymás elleni mérleget vettem figyelembe, az egymás között jobban szereplő pilóta lesz az, aki előrébb végez a bajnokságban. Ha ez a vizsgálat is döntetlennel zárul, valamint ha három, vagy több pilótánál körbeverés helyzete áll fenn, akkor a szezon összes futama során elért legjobb eredményt vettem figyelembe. Ez a szabály a Formula 1-ben is él, egyenlő pontszámú versenyzők esetén így döntenek el, hogy melyik pilóta végzett a bajnokság előkelőbb helyén. Ha ez is megegyezik, akkor a második legjobb eredmény vizsgálata következik, egészen addig, amíg döntés nem születik. Igen szélsőséges eredmények kellene ahhoz, hogy két pilóta között ténylegesen ne lehessen eldönteni, hogy melyikük a jobb ilyen döntési mechanizmus mellett. A vizsgált időszakban mindig sikerült döntést hozni a fenti összetett értékelő rendszerrel.

Ha szeretnénk matematikailag átfogalmazni a fent leírt folyamatot, akkor a bajnokság során a pilóták egymáshoz viszonyított eredményeit egy vegyes gráffal reprezentálhatjuk. Ezen a gráfon szeretnénk egy topologikus sorrendet, vagy egy ahhoz nagyon közeli sorrendet felállítani a vizsgált szezon legjobbjától a legrosszabbjáig. Noha nem teljesül minden feltétel ahhoz, hogy ezt tetszőleges végeredmények mellett megalkossuk [6], a fenti leírás megad egy olyan módszert, ahol a pilóták által alkotott gráf körmentes része topologikus sorban áll, míg a kört tartalmazó részen belül sorrendet állít fel, nem befolyásolva az egyéb viszonyokat.

## 4.2. Miért is nevezhető ez a pontrendszer igazságosnak?

A pilóták végső eredménye egy teljes vegyes gráffal reprezentálható. Ha két versenyző holtversenyben áll, akkor egy irányítatlan él helyett két, oda-vissza irányított éllel is jelezhetjük az eredményt. Ekkor már teljesen irányított gráfot kapunk, melyben akár előfordulhatnak kétszeres élek is, de csak holtverseny esetén. Ezeket egy 2

hosszú körbeverésnek is felfoghatjuk, és a fejezet további részében eszerint kezeljük őket.

A pilóták 4.1 fejezetben leírt sorba rendezésénél felmerülhetnek olyan esetek, melyek megkérdőjelezhetik a sorrend igazságosságát. Előfordulhat, hogy egy pilóta a vizsgált szezon során legyőzte a másikat, és mégis mögötte végzett az igazságos kiértékelés szerint.

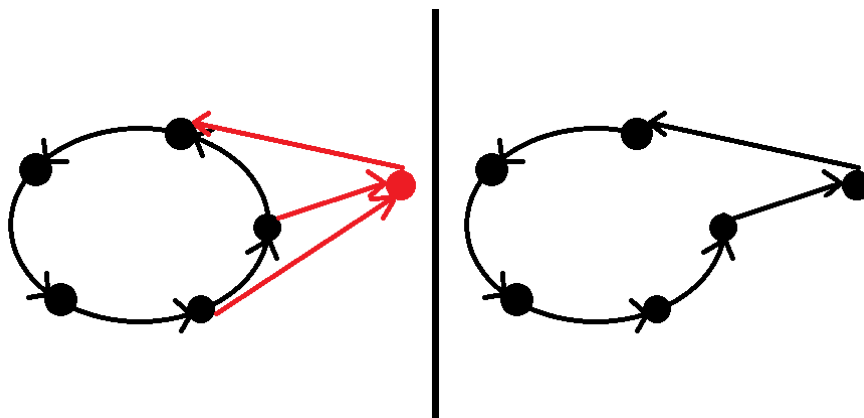
Ezt az ellentmondásosságot egy lemma és egy állítás segítségével oldom fel.

**Lemma.** A legnagyobb körbeverés tagjai egymás mellett szerepelnek az igazságos sorrendben.

*Bizonyítás.* Tekintsünk egy  $n$  versenyző részvételével megrendezett évadot. Az nyilvánvalóan látszik, hogy  $n = 1, 2$  és  $3$  esetén helytálló a lemma.

Vegyük a legnagyobb körbeverést. Ha az egész mezőny egy nagy körbeverés, azaz felállítható egy  $v_1v_2\dots v_nv_1$  lánc a versenyzők között, ahol a láncban egymás melletti versenyzők közül a jobb oldali mindig legyőzte a bal oldalt, akkor értelemszerűen a körbeverés tagjai fogják elfoglalni az 1.-től az  $n$ -dik helyig a pozíciókat, így a lemma igaz.

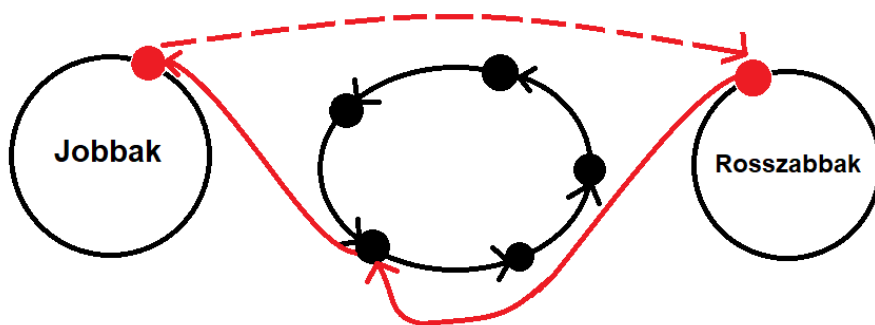
Ha a legnagyobb körbeverésnek nem tagja az összes versenyző, akkor az a pilóta, aki a kört alkotó társain kívül helyezkedik el, vagy minden sportolónál jobb, aki a kört alkotja, vagy rosszabb. Legyen  $v_l$  a kívül álló pilóta,  $v_1v_2\dots v_kv_1$  pedig a leghosszabb ( $k$  hosszú) körbeverés sorrendje. Tegyük fel, hogy  $v_iv_l$  él létezik, valamely  $i$  körbéli versenyzővel. Vizsgáljuk a körben  $v_{i+1}$  versenyzőt. Ha  $v_lv_{i+1}$  él létezik, akkor a kör kibővíthető  $v_1v_2\dots v_iv_lv_{i+1}\dots v_kv_1$  módon. Ekkor egy nagyobb kört kapnánk, ami ellentmond a kiindulási feltételnek, miszerint a legnagyobb kört vizsgáljuk (3. ábra). Tehát  $v_{i+1}v_l$  él szerepel a gráfban ( $v_l$  legyőzte  $v_{i+1}$ -et). Hasonlóan  $v_{i+2}, v_{i+3}, \dots, v_k, v_1, v_2, \dots$  csúcsokra is a kívülálló felé kell, hogy mutasson az él, azaz a  $v_l$  mindenkit legyőzött a körön belül. Hasonlóan megmutatható, hogy ha  $v_lv_i$  él létezik, akkor  $v_l$  mindenkitől kikapott.



3. ábra. A piros ponttal jelölt kívülálló pilóta a legnagyobbknak vélt körbeverés néhány tagját legyőzte, de volt, akitől kikapott. Emiatt a legnagyobb körbeverés valójában az, amelyikben a piros pilóta is szerepel (A nyilak a jobb pilóta irányába mutatnak)

Látható, hogy a körön kívüli versenyzőket két csoportra lehet osztani: vagy jobbak, mint a kör tagjai, vagy rosszabbak. Egy kérdés még nyitott maradt: előfordulhat-e olyan eset, amikor egy, a kör tagjainál rosszabb pilóta legyőzött egy jobb pilótát (4. ábra)?

Legyen  $v_1v_2\dots v_k$  a körbeverés,  $v_j$  a jobb,  $v_r$  a rosszabb pilóta úgy, hogy  $v_jv_r$  él létezik. A korábbi megfigyelés miatt  $v_rv_2$  él (mivel  $v_r$  minden körbelitől kikapott) és  $v_1v_j$  él is létezik (mivel  $v_r$  mindenkit legyőzött). Ekkor  $v_1v_jv_rv_2v_3\dots v_kv_1$  egy kör lesz, amely nagyobb mint  $v_1v_2\dots v_k$  és ez ellentmond a kiindulási feltételnek. Azaz a jobb pilóták az összes rosszabb pilótát is legyőzték.



4. ábra. A piros pontokkal jelölt pilóták a legnagyobb körbeverés tagjai lennének, ha teljesülne a szaggatott vonallal jelölt feltevés, mely szerint a kör tagjainál rosszabb pilóta legyőzné a kör tagjainál jobb versenyzőt (A nyilak a jobb pilóta irányába mutatnak)

Ezzel megmutattuk a bajnokság struktúráját a legnagyobb kör szempontjából. Legyen a kör hossza  $k$ , a tagjaiknál rosszabb pilóták száma  $r$ , míg a jobbaké pedig  $j$ . Ekkor a rosszabb pilóták legfeljebb  $r - 1$  versenyzőt győztek le, a kör tagjai mind legyőztek  $r$  darab ellenfelet, de legfeljebb  $r + k - 2$ -t, a jobb pilóták pedig mind legyőztek  $r + k$  másikat. Ebből látszik, hogy a struktúra a körbeverés tagjait egymás mellé rangsorolja, a náluk jobb pilótákat eléjük, míg a rosszabbakat pedig mögéjük.  $\square$

Megjegyzés: A legnagyobb körbeverésen kívül a jobb és a rosszabb pilóták csoportjában is előfordulhat körbeverés, a lemma ebben az esetben a halmazra, mint az éppen vizsgált mezőnyre vonatkozóan is igaz.

**Állítás.** Ha  $A$  pilóta legyőzte  $B$ -t, de  $B$  összetettben előrébb végzett, akkor  $A$  és  $B$  egy körbeverés részei.

*Bizonyítás.* A bizonyításhoz az imént leírt lemma adja meg a struktúrát. A bizonyítás során teljes indukciót alkalmazunk. Ha  $n = 1, 2$  pilóta alkotja a mezőnyt, akkor az állítás feltétele nem teljesülhet. Három versenyző esetén  $B$  úgy végezhet  $A$  előtt, ha neki is van legalább egy győzelme, tehát  $B$  legyőzte  $C$ -t.  $A$  és  $C$  viszonyát tekintve, ha  $A$  legyőzte volna  $C$ -t, akkor  $A$ -t előrébb rangsorolják (mert 2 másik versenyzőt győzött le), tehát  $C$  legyőzte  $A$ -t. Azaz  $A, B$  és  $C$  egy körbeverés részei, így az állítás igaz.

Tegyük fel, hogy  $n - 1$  versenyzős bajnokságra teljesül az állítás. Vizsgáljuk meg  $n$  pilóta esetén. Ha nincs körbeverés, akkor egy irányított körmentes teljes gráfot kapunk, amiben egyértelműen létezik topologikus sorrend [6], így ez alapján az állítás feltétele nem teljesülhet. Ha egy nagy körbeverés az egész évad, akkor az állítás triviális. Ha ezek közül egyik sem áll fenn, akkor vegyünk a legnagyobb kört.

A lemma szerint a legnagyobb körön kívüli versenyzőket két csoportra lehet osztani: vagy jobbak, mint a kör tagjai, vagy rosszabbak.

Ha  $A$  és  $B$  is a körön belül van, az állítás ismét csak triviális. Az állítás feltétele szerint  $B$  mindenképpen előrébb van rangsorolva, mint  $A$ . Ha  $B$  a jobb pilóták között van, és  $A$  a körbeverés része, vagy náluk is rosszabb, akkor  $A$  nem győzhette le  $B$ -t a lemma miatt. Hasonlóan, ha  $B$  a körbeverés része és  $A$  a rosszabbak mezőnyében van, akkor  $A$  nem győzhette le  $B$ -t.

Ha  $B$  pilóta összetettben  $A$  előtt végez az állításnak megfelelően, az csakis úgy lehetséges, ha  $A$  és  $B$  is egyszerre jobbak, vagy rosszabbak a körbeverés tagjainál a szezon végén. Tudjuk, hogy a jobb pilóták száma kisebb, mint  $n$ . Ha  $A$  és  $B$  is a

jobbak között szerepel, akkor az indukciós feltevés miatt a jobbak részmezőnyében ők egy körbeverés részesei. Hasonló megfontolás igaz akkor is, ha mindketten a rosszabbak mezőnyében szerepelnek.  $\square$

Egy adott létszámú mezőny esetén kiválasztható a legnagyobb körbeverés, valamint a náluk jobb és rosszabb pilóták a lemma alapján. Helyettesítsük a kört egy csúccsal, amelybe minden rosszabb pilóta csúcsából és amelyből minden jobb pilóta csúcsába mutat irányított él. Így egy kisebb irányított gráfot kapunk, melynek az újonnan konstruált, körbeverést reprezentáló csúcsa biztosan nem áll egy körben. Ezt ismételve eljutunk egy olyan gráfhoz, amely teljes, irányított és körmentes, valamint minden pontja vagy egy pilótát, vagy egy körbeverést reprezentál. Ezen a gráfon egyértelműen létezik topologikus sorrend és ez a körbeverések erejéig megegyezik az eredeti gráfon kapott igazságos sorrenddel. Ebből adódik, hogy az igazságos sorrend a topologikus sorrend kibővítése, így valóban igazságos, azaz az egyértelműen jobb versenyzőket előbbre rangsorolja, a körbeverés tagjai pedig az egymás közötti eredmény alapján kapják a végső pozíciókat.

### 4.3. A korábban megismert pontrendszerek értékelése

Mivel a fenti leírás valóban bonyolult és a hétköznapi sportrajongók számára futamról futamra időigényes ennek újraszámolása, ezért egy olyan pontrendszer előállítása a célom, amely éppen ezen a módszeren alapul, és a lehető legpontosabban az igazságos eredményeket adja vissza.

Miután elkészítettem a vizsgált húsz szezon igazságos végeredményét, első lépésként a 3.3 fejezetben taglalt hat értékelési rendszert elemeztem igazságosságuk szerint.

A hat vizsgált pontrendszer eredményeit egy büntetőpontrendszer segítségével értékeltem ki. A rendszer úgy működik, hogy az igazságos sorrendet összehasonlítva az aktuális pontrendszer alapján kapott eredménnyel büntetőpontokat ad az egyes pilóták neve mellé. A rendszer a versenyzők igazságos sorrendben elfoglalt pozíciójától való eltérést veszi figyelembe. A szezon eredményének igazságosságát a versenyzők pontszámának összegéből állapíthatjuk meg, minél több büntetőpont található egy eredmény mellett, az annál kevésbé igazságosabb.

Fontos szempontnak tekintettem, hogy ha nem is lehetséges a száz százalékos pontosság elérése, az élmezőny akkor is lehető legigazságosabb sorrendben szerepeljen, hiszen egy évad végeredményénél mégis csak ez a legfontosabb, ezt nézi a legtöbb ember. Ezért a büntetőpontok súlyozva lettek kiosztva. Másrészt, mivel

az egyes szezonok során a mezőny végén szereplő pilóták eredménye nem feltétlenül értékelhető optimálisan a kihagyott futamoknak köszönhetően, a középmezőny végét jelentő 16. helyezésnél rosszabb eredményt elérő pilóták nem kaptak büntetőpontot, ha nem az igazságos eredménynek megfelelő bajnoki pozícióban zárták a vizsgált évadot. A büntetőpontrendszer egy helynyi eltérésre vonatkozó részletes leírása az alábbi táblázatban található.

<b>Helyezés</b>	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	
<b>Büntetőpont</b>	5	3	2	1,5	1,5	1,5	1	1	
<b>Helyezés</b>	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17. vagy rosszabb
<b>Büntetőpont</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	0 pont

5. táblázat. Az igazságos helyezéstől egy pozícióval való eltérés büntetőpontjai

A hat pontrendszert a vizsgált húsz szezonon végigfuttatva kiderült, hogy a Formula 1 által eddig használt értékelési rendszerek közül a legigazságosabb a 2010 óta érvényben lévő pontrendszer, elhagyva belőle a 2019-ben bevezetett bónuszpontot, mely csak akkor kerül kiosztásra, ha az első tíz helyezett valamelyike megfutja a verseny leggyorsabb körét.

	1950	1960	1961	1991	2003	2010
<b>Összes büntetőpont</b>	535,5	502	507,5	506	427,5	409,5
<b>Büntetőpont/szezon</b>	26,8	25,1	25,4	25,3	21,4	20,5

6. táblázat. A Formula 1-ben valaha használt pontrendszerek igazságossága

Az eredményekből jól látható, hogy a több pilótát ponttal jutalmazó pontrendszerek igazságosabbak. Az is látszik, hogy az 1960-as, 1961-es és 1991-es pontrendszereknél nincs lényegi különbség. A három pontrendszer egyaránt hat pilótát pontoz egy-egy futam végén, a különbséget csak a győzelemért járó 8, 9, valamint 10 pont jelenti.

Hatalmas a különbség igazságosság tekintetében a 2010-es és az 1950-es pontrendszer között. A legrégebbi értékelési rendszer csak öt pilótát díjazott, szemben a legújabbal, mely tízet, és ez a különbség 23,5%-os javulást eredményezett az igazságosságban.



## 4.4. A lehető legigazságosabb pontrendszer megtalálása

Az eredményekre először rápillantva egyértelmű javulást lehet elérni azzal, hogy a pontrendszer több pilótát jutalmazott. Épp ezért logikus lépés ebbe az irányban elindulni. Mivel az első 16 pilótát szeretném jól rendezni, ezért egy olyan, már létező pontrendszert is megvizsgáltam, amely majdnem lefed ennyi versenyzőt.

### 4.4.1. MotoGP

A MotoGP pontrendszere [12] a legjobb tizenöt pilótát jutalmazza futamonként, így első lépésben megvizsgáltam ennek igazságosságát. Az értékelhető teljesítményű versenyzők eme értékelési rendszerben legtöbbször a pontszerző zónában végeznek, ezért nem szükséges több versenyzőnek pontot adni.

<b>Helyezés</b>	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.		
<b>Pont</b>	25	20	16	13	11	10	9		
<b>Helyezés</b>	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16. vagy rosszabb
<b>Pont</b>	8	7	6	5	4	3	2	1	0 pont

7. táblázat. A MotoGP által jelenleg használt pontrendszer

Ezzel a pontrendszerrel kiértékelve a vizsgált húsz évadot, már jóval igazságosabb eredményeket kapunk. Az eddigi legjobb, 2010-es pontrendszer összesített 409,5 hibapontjával szemben a MotoGP-ből vett értékelési rendszer csak 326,5 hibapontot eredményezett. Mindössze ez a lépés 20,2%-kal javította az igazságosságot.

Jó hír volt, hogy ilyen gyorsan egy ennyivel igazságosabb pontrendszert sikerült találni, ám az eredmények vizsgálata közben feltűnt, hogy az élmezőny versenyzői gyakrabban térnek el és kapnak hibapontot, mint az előzőekben. Ezért külön megvizsgáltam a korábban említett büntetőpontrendszer segítségével, hogy az élmezőny milyen arányban járul hozzá az igazságtalan eredményekhez.

Az eredmények beigazolták az előzetes gondolataimat. A MotoGP pontrendszerre, noha összességében igazságosabb, az élmezőnyben még rosszabb eredményt ad, mint a korábbi pontrendszerek (lásd 8. táblázat).

A középmezőnyben tapasztaltak rámutattak az eloszlásvizsgálatok hasznosságára. A korábbi Formula 1-es pontrendszerek vizsgálatakor a húsz évad hat-hat legjobb pilótájának pontszámaira minden esetben a gamma eloszlás illeszkedett a legjobban. Ez nem változott a MotoGP értékelési rendszere esetén, még a 32 hibapontos növekedés ellenére sem. Azonban már a 2003-as és a 2010-es pontrendszerek

büntetőpontjainak száma is megmutatta, hogy a középmezőny eredményeinek eloszlása összefügghet az értékelési rendszer igazságosságával.

	$\Sigma$	Élmezőny büntetőpontjai	Arány az összeshez
<b>1950</b>	535,5	94,5	17,65%
<b>1960</b>	502	80	15,94%
<b>1961</b>	507,5	86,5	17,04%
<b>1991</b>	506	85	16,80%
<b>2003</b>	427,5	74,5	17,43%
<b>2010</b>	409,5	89,5	21,86%
<b>MotoGP</b>	326,5	106,5	32,62%

8. táblázat. Az eddig megvizsgált pontrendszerek igazságossága

Míg a legjobb hat versenyzőt díjazó pontrendszerek esetében a középmezőnyhöz tartozó versenyzők pontszámaira az exponenciális eloszlás illeszkedik a legjobban, a két legújabb Formula 1-es pontrendszer esetében az adatokra a gamma a legjobban illeszkedő eloszlás. A mintát követte a MotoGP pontrendszere is, ahol az addigi legjobb, a 2010-es pontrendszerrel kapott 320 középmezőnybeli hibapontot sikerült 220-ra csökkenteni.

Az eloszlásvizsgálatok új információval is szolgáltak. Az összes vizsgált értékelési rendszer közül először sikerült a teljes mezőny pontszámainak eloszlását illetően eredményre jutni, melyek alapján az exponenciális eloszlás illeszkedik leginkább az adatokra.

#### 4.4.2. Hibrid

Az eredményeket értékelve a cél nem lehetett más, mint csökkenteni az élmezőny igazságostól való eltérését. A korábbi élmezőnybeli hibapontokat és a hozzájuk tartozó pontrendszereket megvizsgálva arra jutottam, hogy az eltérések azért nőttek meg, mert a legjobb pozícióért járó pontszám nem megfelelő ütemben követte az értékelési rendszer több versenyzőt is jutalmazó kibővítését.

Ennek okán két olyan pontrendszert alkottam, melyek ötvözik a legkisebb élmezőnybeli hibával rendelkező értékelési rendszer tulajdonságait az eddigi legigazságosabb rendszerrel, melyeket *hibrid*-nek és *hibrid2*-nek neveztem el (9. táblázat).

<b>Helyezés</b>	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.		
<b>Pont</b>	30	24	18	15	12	10	9		
<b>Helyezés</b>	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16. vagy rosszabb
<b>Pont</b>	8	7	6	5	4	3	2	1	0 pont

<b>Helyezés</b>	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.		
<b>Pont</b>	30	24	18	14	11	10	9		
<b>Helyezés</b>	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16. vagy rosszabb
<b>Pont</b>	8	7	6	5	4	3	2	1	0 pont

9. táblázat. A hibrid és a hibrid2 pontrendszerek

Ezek a pontrendszerek hoztak némi javulást. Mindkét esetben összesen 6 hibaponttal javult az eredmény, így 320,5 ponttal ezek lettek a keresés ezen pontján a legigazságosabb értékelési rendszerek. A helyzet az élmezőny szempontjából is kecsesítő volt, mivel ott is sikerült javulást elérni, a MotoGP 106,5 hibapontszámát 88,5-re, illetve 90,5-re sikerült redukálni.

Ez még azonban nem volt olyan jó, mint ami korábban, a 2003-as pontrendszer esetén tapasztalható volt. Ráadásul noha az élmezőny hibája 18-cal, illetve 20-szal csökkent, az összesített javulás csak 6 pont volt, ami azt mutatja, hogy a középmezőnyben romlott a helyzet. A két rendszer a legjobb Formula 1-es pontrendszerhez képest 21,7%-kal igazságosabb bajnoki eredményeket produkált.

Az eloszlásvizsgálatok a két új értékelési rendszernél is ugyanazt a képet mutatták, mint a MotoGP esetében. Ezekben az esetekben is a gamma eloszlás illeszkedett a legjobban a középmezőny versenyzőinek pontszámaira, valamint a teljes mezőny esetében szintén az exponenciális eloszlás simulat leginkább az adatokhoz.

#### 4.4.3. Meredek

Megvizsgálva a *hibrid* és a *hibrid2* pontrendszereket, úgy láttam, hogy ennél nagyobb hangsúlyt kell fektetni az élmezőny pontszámaira, még inkább megnövelve a legjobb pozíciók pontértékét. Ezért megalkottam a *meredek* névre hallgató pontrendszer első verzióját (10. táblázat).

Az első verzióban az első két pozícióért a zárójelben található pontok lettek kiosztva. Az új pontrendszer már nagyobb javulást hozott az addigi legjobb értékelési rendszerekhez képest, az élmezőny hibája is jelentősen csökkent, de a középmezőny

igazságosságán is sikerült minimálisan javítani.

<b>Helyezés</b>	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
<b>Pont</b>	44 (40)	32 (31)	25	22	19	16	14	12
<b>Helyezés</b>	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16. vagy rosszabb
<b>Pont</b>	11	9	7	5	4	2	1	0 pont

10. táblázat. A meredek pontrendszer

A *meredek* pontrendszer két módosításon is átesett. A húsz szezon adatait részletesen átvizsgálva megállapítható volt, hogy az első helyért járó pontok négyvel való megnövelése minimálisan, de javította az igazságosságot. Egy újabb átvizsgálás során a második és harmadik helyekért járó pontok egyidejű változását ellenőrizve kiderült, hogy az ezüstérmes pozícióért is érdemes eggyel több pontot adni, ha a legigazságosabb végkimenetelt szeretnénk elérni.

A többi helyezéért járó pontszámok módosításába azért nem merültem bele részletesebben, mert a középmezőnyben jóval többféle eredményt is elérhetnek a versenyzők a futamok során, ami túlságosan is megnehezítette volna a változások nyomán követését. Emellett lehet, hogy a pilóták ezen halmazának igazságos sorrendjét pozitívan befolyásolhatják az esetleges változtatások, de előfordulhat, hogy kifejezetten a meglévő bajnokságok eredményeire épülne a létrejött pontrendszer, így általános esetben kevésbé adna igazságos eredményt (túlillesztés problémája). A dobogós helyezések esetén nem ez a helyzet, a versenyzők viszonylag kis hányada ér fel valamelyik futamon az első három pozícióba egy szezon során. Emellett a pontrendszer általános javulása elég jól rendezte a középmezőnyt, elég csak megnézni az eddigi javulást.

Ezekkel a változtatásokkal 17,5 pontos javulást sikerült elérni a hibrid pontrendszerekhez képest, a 303 pontos *meredek* értékelési rendszer 26%-kal igazságosabb, mint a Formula 1 által valaha használt legjobb, 2010-es pontrendszer. Az élmezőny hibája szinte a korábbi legjobb szintre csökkent a maga 78 pontjával, míg a középmezőny is a valaha volt második legjobb, 225 hibaponttal.

Az eloszlásvizsgálatok csakúgy, mint az összes újonnan bevezetett pontrendszerénél, a *meredek* esetében is hasonló eredményeket adtak. Azaz a gamma eloszlás illeszkedett a legjobban külön-külön az élmezőny és a középmezőny versenyzőinek pontszámaira, valamint a teljes mezőny esetében szintén az exponenciális eloszlás simult leginkább az adatokhoz.

Ezzel az értékelési rendszerrel már egészen szép eredmények születtek az igazságosságot illetően, és úgy láttam, hogy ez a fajta építkezés, illetve megközelítés, amelynek az eredménye a *meredek* pontrendszer lett, már igencsak a határait feszegeti, sokkal jobb eredményeket nem lehet elérni.

#### 4.4.4. Pontlevonás

A korábban lefektetett igazságos eredmények egyik alappillére volt, hogy a sportághoz az adott szezonban hű pilóták jobb eredményeket érjenek el, mint a futamokat kihagyó, de egyébként kiugróbb teljesítménnyel rendelkező társaik. Azonban sem a Formula 1 által használt korábbi, sem az új, az előzőekben vizsgált pontrendszerek nem oldották meg ezt a problémát.

A MotoGP értékelési rendszerénél már jelentős középmezőnybeli javulást láthatunk, ami részben a kevésbé hű pilótákat is büntette a közvetlen mögöttük zárókkal szemben, de ez csak abban az esetben jelent megoldást, ha az üldözők is annyira jól teljesítenek a futamokon, hogy a pontszerző zónában végezzenek. Márpedig gyakran fennállt olyan eset, hogy a szezon során kevésbé jó eredményeket elérő pilóta is megelőzte az összesítésben a futamokat kihagyó versenyzőt az igazságos eredmények szerint.

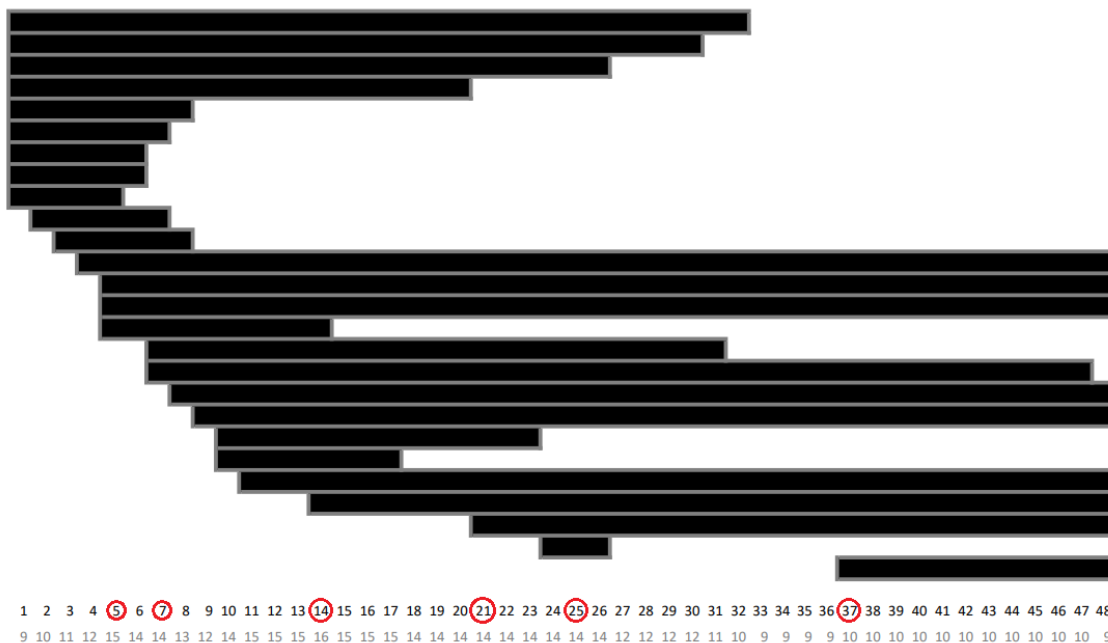
Ezen okok miatt nem működött jól az az ötlet sem, hogy a pontszerzőknek jelentősen több egységgel gyarapíthatják bajnoki pontjaik számát az egyes futamokat követően. Ezért a problémát fordítva megközelítve a pontlevonás ötletével próbálkoztam.

A pontlevonás tekinthető büntetésnek is. Épp emiatt csak abban az esetben alkalmaztam, amikor egy pilóta nem indult el egy futamon, vagy elindult volna, de valami miatt visszavonták az indulását, azaz nem ért el eredményt (egyszerű kiesés esetén nincs büntetés).

Nyilvánvalóan számít, hogy hány mínusz pont jár az eredmény nélküli versenyek után. Emiatt összegyűjtöttem az összes olyan esetet a húsz szezonból, ahol a pilóták valamilyen oknál fogva nem értek el eredményt. Az egyes évadok során összevetésre került az adott bajnokság összes ilyen téren érintett sportolójának igazságos helyezése azzal a pozícióval, melyet a *meredek* pontrendszer eredményezett.

Azon pilóták esetében, ahol pontlevonással javítható volt az igazságosság, kiszámítottam, hogy az egyes futamok során hány pontot lehet tőlük levonni, hogy a végső bajnoki állásnál a versenyző az igazságos eredménylistának megfelelő helyét foglalja el. Az alapul a *meredek* pontrendszer szolgált minden esetben.

Így született meg az alábbi ábra, ahol az érintett sportolókra vonatkozó futamankénti lehetséges pontlevonások láthatóak. A vízszintes fekete sáv egy pilóta egy kihagyott futamon elvehető pontjainak számát tartalmazza, figyelembe véve, hogy a pilóta ott végezzen, ahol az igazságos eredménylista szerint végeznie kellene.



Miután létrejött a segédábra, a segítségével hat olyan pont került meghatározásra, annak megfelelően, hogy mennyi pontot érdemes levonni a kihagyó versenyzőktől. Az ábrán pirossal bekarikázott számok, tehát az 5, a 7, a 14, a 21, a 25 és a 37 azok, amelyek kiválasztásra kerültek, kihagyott futamként ennyi pont került levonásra az érintett pilótáktól.

A kiválasztásnál figyelembe lettek véve a pilótákhoz tartozó intervallumok, mint szabályok. Mivel nem volt olyan pont, mely minden intervallumban szerepelt, ezért a pontok meghatározásakor számításba vettem, hogy egyszerre hány szabály aktív, ezt mutatja az alsó sötét szürke számsor. Ezt tudva igyekeztem a számsor lokális maximumait kiválasztani. Emellett a szabályok folyamatos változásaira is figyelni kellett, hiszen ha különböző pontlevonások mellett ugyanazok a szabályok élnek továbbra is, a végeredmény igazságossága nem változik jelentősen.

A pontlevonások a legtöbb esetben javítottak az szezonok végső állásának igazságosságán. A leginkább igazságos állás az eredmény nélküli futamok utáni 21 pontos levonás mellett érhető el. Ebben a pontrendszerben sikerült a legalacsonyabbra vinni az élmezőny és a középmezőny eltérését is az összes megvizsgált pontrendszer közül, összesen 31,14%-os javulást elérve a 2010-es értékelési rendszerhez képest. A

szezononkénti átlagos 20,5 hibapont 14,1-re csökkent.

	$\Sigma$	Élmezőny büntetőpontjai	Arány az összeshez
<b>meredek</b>	303	78	25,74%
<b>-5</b>	289	75	25,95%
<b>-7</b>	285	72	25,26%
<b>-14</b>	283	72	25,44%
<b>-21</b>	282	72	25,53%
<b>-25</b>	284,5	73,5	25,83%
<b>-37</b>	313,5	79,5	25,36%

11. táblázat. A mínuszpontokkal módosított pontrendszerek igazságossága

Fontos megemlíteni, hogy kevés olyan pilóta volt az élmezőnyben és a középmezőnyben, akiknek az igazságos végeredményben elfoglalt pozícióját versenyek kihagyása módosította. Emellett előfordult, hogy bajnokesélyes volt távol a versenyeiktől, ami lényegesen jobban sújtotta a végeredmény igazságosságát a sok szerzett pontja miatt. Ezért az optimálisnak talált 21 mínusz pont értéke kihagyott futamonként erőteljesen összefügg a vizsgált adatbázissal, és elképzelhető, hogy általánosságban más büntetőpont lenne releváns. Összességében azonban megállapítható, hogy a versenytől távol maradás büntetése javítja a végeredmény igazságosságát.

Az eloszlásvizsgálatok eredményén a negatív büntetőpontok éreztették hatásukat. A vizsgálatok alapján a teljes mezőny pontszámaira a gamma eloszlás illeszkedett a legjobban. Ugyanez az állítás csak az élmezőny adatait vizsgálva is igaznak bizonyult. A középmezőnybe tartozó versenyzők által elért összpontszámokra azonban már nem a gamma, hanem a normális eloszlás simult leginkább.

## 5. Összefoglalás

A motorsportok közé tartozó versenysorozatokban már a kezdetek óta pontrendszer segítségével döntötték el, melyik pilóta az aktuális kiírás legjobbja.

Az idők során a Formula 1-ben és más egyéb technikai sportágakban más és más értékelési rendszereket alkalmaztak, folyamatosan változtatva azokat. Ezek a változtatások, melyek az esetek többségében valóban ésszerűnek bizonyultak, teljesen más képet is adhatnak egy már korábban lefutott bajnokságnak. Míg egyes újításoknak szinte semmilyen hatásuk nem volt a korábbi végeredményekre, néhány aprónak tűnő módosítás komolyan befolyásolta a versenyzők szezón végén elért helyezését.

Jogosan merülhet fel tehát a kérdés, hogy mi az arany középút, melyik pontrendszer lenne a legjobb, és mi alapján válasszuk azt ki. A dolgozat során egy, a pilóták általam igazságosnak vélt sorrendjének meghatározására szolgáló módszert fektettem le. Mivel a módszer bonyolultabb matematikai szabályok segítségével alkotja meg a sorrendet, ezért a motorsportrajongók számára egy olyan pontrendszert határoztam meg, mely a lehető legjobban az igazságos végeredményt próbálja tükrözni.

Az utóbbi húsz év, azaz a Formula 1 mai, modern formájához és arculatához illő értékelési rendszer megalkotása során kiderült, hogy a korábbi pontrendszer-módosítások mennyiben javították vagy éppen rontották az eredmények igazságosságát. A dolgozat végén meghatározott eddigi legigazságosabb pontrendszer meghatározása során egy, a sportágban korábban nem alkalmazott értékelési formát is használtam. Ez a büntetőpont volt, melynek segítségével egy olyan, az igazságosságot rontó tényezőt sikerült leredukálni, amely jelentős hatással volt minden korábbi Formula 1-es pontrendszer igazságosságára.

Összefoglalva tehát, a dolgozatban több, a motorsportokban korábban használt pontrendszert is megvizsgáltam a pilóták végeredményeire gyakorolt hatásuk szerint. Ezt követően megalkottam egy általam igazságosnak tekintett sorrend definícióját és bebizonyítottam ennek gráfelméleti szempontból vett igazságosságát. A korábban használt pontrendszerekből kapott eredményeket összehasonlítottam az új sorrenddel, majd a dolgozat korábbi részéből nyert információk segítségével megalkottam egy olyan pontrendszert, mely minden korábbinál igazságosabb bajnoki sorrendet eredményez.

Érdekességképpen kiemelném, hogy a kutatások során kiderült, hogy a megosztó végeredményű 2007-es évadban Kimi Räikkönen az igazságos értékelés szerint is



bajnok lett volna. Fernando Alonsónak is eggyel több bajnoki címe lehetne, míg Nico Rosberg valószínűleg nem vonult volna vissza 2016 végén, mivel az igazságos sorrend szerint nem ő lett volna a világbajnok.

## Hivatkozások

[1] William G. Cochran (1952): The  $\chi^2$  Test of Goodness of Fit, The Annals of Mathematical Statistics

[2] T. W. Anderson and D. A. Darling (1952): Asymptotic Theory of Certain "Goodness of Fit" Criteria Based on Stochastic Processes, The Annals of Mathematical Statistics

[3] Varga László (2017): Leíró és matematikai statisztika (előadás)

[4] M. A. Stephens (1974): EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons, Journal of the American Statistical Association

[5] Katona Gyula, Recski András, Szabó Csaba (2002): A számítástudomány alapjai

[6] Arthur B. Kahn (1962): Topological sorting of large networks, Communications of the ACM

[7] "Standings", formula1.com > Standings > Archive 1950-2018 (Hozzáférés ideje: 2019. május 18.)

[8] "Points, classification and race distance", [https://www.formula1.com/en/championship/inside-f1/rules-regs/Classification\\_Race\\_distance\\_and\\_Points.html](https://www.formula1.com/en/championship/inside-f1/rules-regs/Classification_Race_distance_and_Points.html) (Hozzáférés ideje: 2019. május 18.)

[9] "TECH TUESDAY: France flashback – how F1 looked in 1990", <https://www.formula1.com/en/latest/article.tech-tuesday-france-flashback-how-f1-looked-in-1990.1ysdfhQzeImE2IeqokCeQG.html> (Hozzáférés ideje: 2019. május 18.)

[10] "1990s", <https://www.formula1.com/en/championship/inside-f1/safety/history-of-F1-safety/1990s.html> (Hozzáférés ideje: 2019. május 18.)

[11] "Tyres", <https://www.formula1.com/en/championship/inside-f1/understanding-f1-racing/Tyres.html> (Hozzáférés ideje: 2019. május 18.)

[12] "Inside MotoGP™ · Points — MotoGP™", <http://www.motogp.com/en/Inside+MotoGP/Points> (Hozzáférés ideje: 2019. május 18.)