

# Matematikus és alkalmazott matematikus MSc Biztosítási és pénzügyi matematika MSc

## Szakdolgozati témajavaslatok

2018/2019

---

Meghosszabbított határidő: 2018. október 27.

---

Az alábbiakban a szakdolgozati témajavaslatokat tanszékenkénti bontásban soroljuk föl. Természetesen nemcsak a felsorolt témákról lehet szakdolgozatot írni: a témavezetővel való személyes egyeztetés után egyéb témakörök is szóba jöhetnek.

---

### Algebra és Számelmélet Tanszék

---

#### 1. Téma: Algebrák reprezentációdimenziója

Témavezető: Ágoston István

Rövid leírás: Auslander az 1970-es évek elején vezette be az algebrák reprezentációdimenziójának fogalmát: ez a dimenzió homologikus eszközökkel méri azt, hogy egy algebra milyen messze van a reprezentációvégegtől. Auslander bizonyította, hogy egy algebra pontosan akkor reprezentációvéges, ha  $\text{rep. dim } A \leq 2$ . Sokáig nem volt ismeretes, hogy  $\text{rep. dim } A$  mindig véges-e; ezt Iyama bizonyította egy 2003-as cikkében. Igusa és Todorov 2005-ben megmutatták, hogy ha egy algebra reprezentációdimenziója legföljebb 3, akkor a finitisztikus dimenziója véges (általános véges dimenziós algebrákra ez a homologikus algebra egyik legismertebb megoldatlan sejtése). Sajnos, ezzel lényegében egyidőben (2006-ban) Rouquier mutatott példát olyan algebrákra, melyek reprezentációdimenziója 4 (ezt megelőzően ilyen példa sem volt ismeretes). Azóta számos eljárás született nagy dimenziójú algebrák konstruálására, de a finitisztikus dimenzióval való kapcsolat még számos kiderítenivalót rejt, s a fogalom kutatása meglehetősen nyitott.

Ajánlott irodalom:

- [1] M. Auslander: Representation dimension of Artin algebras. *Queen Mary College Mathematics Notes, London*. (1971)
- [2] O. Iyama: Finiteness of representation dimension. *Proc. Am. Math. Soc.* **131** (2003), 1011–1014.
- [3] K. Igusa, G. Todorov: On the finitistic global dimension conjecture for Artin algebras. *Repr. of Algebras and Related Topics*. Am. Math. Soc. (2005), 201–204.
- [4] R. Rouquier: Representation dimension of exterior algebras. *Invent. Math.* **165** (2006), 357–367.
- [5] S. Opperman: A lower bound for the representation dimension of  $kC_p^n$ . *Math. Z.* **256** (2007), 481–490.

Szak: matematikus

## 2. *Téma: A Sidorenko-sejtés*

*Témavezető:* Frenkel Péter

*Rövid leírás:* A Sidorenko-sejtés azt mondja ki, hogy páros gráfnak tetszőleges gráfba "sok" homomorfizmusa van (legalább annyi, mint amennyit az utóbbi gráf csúcsszáma és élszáma alapján valószínűségi alapon várnánk). Rengeteg részeredmény van, ennek a hatalmas irodalomnak egy részét lehetne feldolgozni a diplomamunkában.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] David Conlon, Jeong Han Kim, Choongbum Lee, Joonkyung Lee: Some advances on Sidorenko's conjecture, arXiv:1510.06533
- [2] Péter Csikvári, Zhicong Lin: Sidorenko's conjecture, colorings and independent sets, arXiv:1603.05888
- [3] Balazs Szegedy: An information theoretic approach to Sidorenko's conjecture, arXiv:1406.6738

*Szak:* matematikus

## 3. *Téma: Pseudovéletlen bináris sorozatok és rácsok*

*Témavezető:* Gyarmati Katalin

*Rövid leírás:* A kriptográfiában meghatározó szerepet játszó pseudovéletlen bináris sorozatok és rácsok konstrukciója és tanulmányozása

*Ajánlott irodalom:*

- [1] A. J. Menezes, P. C. van Oorschot, Scott A. Vanstone, *Handbook of Applied Cryptography*
- [2] C. Mauduit, A. Sárközy, On finite pseudorandom binary sequences. I. Measure of pseudorandomness, the Legendre symbol

*Szak:* matematikus.

## 4. *Téma: Eliminációelmélet*

*Témavezető:* Károlyi Gyula

*Rövid leírás:* Hogyan lehet szisztematikusan megoldani magasabbfokú egyenletrendszerket? A kérdés minőségi vizsgálata a projektív algebrai geometria eszközeivel.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] D.A. Cox, J.B. Little, D. O'Shea: *Ideals, Varieties, and Algorithms* további fejezetei

*Szak:* matematikus

## 5. *Téma: Általános algebrák, hálók*

*Témavezető:* Kiss Emil

*Rövid leírás:* Az általános algebráknak az utóbbi évtizedekben mély elmélete alakult ki. Az alapok elsajátítása mellett szabadon lehet választani olyan témákból, mint teljességi kérdések, kommutátorelmélet, kongruenciaszelídítés, a szubdirekt irreducibilis algebrák viselkedése.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Kiss: Bevezetés az algebraiba, 8. fejezet
- [2] Hobby–McKenzie: The structure of finite algebras

*Szak:* matematikus

## 6. *Téma: Öröklődő kongruenciahálók*

*Témavezető:* Pálffy Péter Pál

*Rövid leírás:* Az univerzális algebra talán legnevezetesebb megoldatlan problémája a véges algebra kongruenciahálóinak jellemzése. Még egyetlen véges hálóról sem sikerült bizonyítani, hogy ne lehetne egy véges algebra kongruenciahálója, bár vélhetően a hálók nagy része nem áll így elő. Snow a legkisebb moduláris de nem disztributív hálóvarietás véges tagjairól mutatta meg, hogy előállíthatók véges algebra kongruenciahálóiként. Ezt Hegedűs és Pálffy általánosították és bevezették az öröklődő kongruenciaháló fogalmát. A szakdolgozat célja ezeknek az eredményeknek a feldolgozása és esetleg további öröklődő kongruenciahálók konstruálása.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Hegedűs Pál és Pálffy Péter Pál, Modular congruence lattices, *Algebra Universalis* **54** (2005), 105–120.
- [2] John Snow, Every lattice in  $V(M_3)$  is representable, *Algebra Universalis* **50** (2003), 75–81.

*Szak:* matematikus.

## 7. *Téma: Homogén struktúrák*

*Témavezető:* Szabó Csaba

*Rövid leírás:* A véletlen gráf mintájára létezik véletlen részbenrendezett halmaz, véletlen lánc és véletlen Abel-csoport is. Ezek az úgynevezett homogén struktúrák modellelméleti és csoportelméleti (végtelen permutációcsoportok) eszközökkel vizsgálhatók.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] H.D. Macpherson, A survey of homogeneous structures. *Discrete Mathematics* **311** (2011), 1599–1634
- [2] <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~jberger/mac.pdf>

*Szak:* matematikus

## 8. *Téma: A $p$ -adikus Langlands-program*

*Témavezető:* Zábrádi Gergely

*Rövid leírás:* A  $p$ -adikus csoportok  $p$ -adikus reprezentációelmélete a matematika egy viszonylag új, dinamikusan fejlődő ága, melynek komoly alkalmazásai vannak az algebrai számelméletben. A Langlands program arról szól, hogy bizonyos Galois reprezentációknak próbálunk (viszonylag jól meghatározható szisztematikus módon) megfeleltetni bizonyos automorf reprezentációkat. Az úgynevezett  $p$ -adikus Langlands-programban az automorf oldalon a  $GL_n(\mathbb{Q}_p)$  csoport (és további, ennél általánosabb csoportok)  $p$ -adikus Banach-tér reprezentációi, a Galois oldalon pedig a  $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}_p}/\mathbb{Q}_p)$  abszolút Galois csoportnak  $p$ -adikus reprezentációi állnak, ahol  $\mathbb{Q}_p$  a  $p$ -adikus számok teste,  $\overline{\mathbb{Q}_p}$  pedig annak algebrai lezártja. A szakdolgozat a hallgató érdeklődésétől függően szólhat vagy csak a Galois-oldalról, vagy csak az automorf oldalról, vagy akár ezek kapcsolatáról.

*Ajánlott irodalom:* angol, ill. francia nyelvű szakcikkek, előadásjegyzetek a szakdolgozó érdeklődésétől függően, többek között:

- [1] Pierre Colmez: Représentations de  $GL_2(Q_p)$  et  $(\varphi, \Gamma)$ -modules
- [2] Peter Schneider és Jeremy Teitelbaum: Banach space representations and Iwasawa theory

[3] Laurent Berger: Galois representations and  $(\varphi, \Gamma)$ -modules  
*Szak:* matematikus.

---

## Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék

---

**1. Téma: A Magnus-integrátor alkalmazása a sekélyfolyadék-egyenletek megoldására** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Csomós Petra és Havasi Ágnes

*Rövid leírás:* A lineáris és nemlineáris sekélyfolyadék-egyenletek numerikus megoldása nagy körültekintést igényel. Az egyik szóba jöhető numerikus módszer a Magnus-módszer, amely az időfüggő mátrixú differenciálegyenlet-rendszerek Magnus-sorfejtéssel történő megoldásán alapul. A diplomamunka célja a sekélyfolyadék-egyenletekre alkalmazott Magnus-módszer kvalitatív tulajdonságainak a vizsgálata (stabilitás, megmaradó mennyiségek megőrzése).

*Ajánlott irodalom:*

[1] Geoffrey K. Vallis, Atmospheric and oceanic fluid dynamics

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

**2. Téma: Egy szakaszonként lineáris aeroelasztikus rendszer mateamtikai és számítógépes vizsgálata** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Faragó István

*Rövid leírás:* Az aeroelasztikus jelenségek vizsgálatának jelentősége a repülési sebesség növekedésével illetve, az egyre karcsúbb szerkezetek alkalmazásával az utóbbi időkből jelentősen megnövekedett. Az elemzés alapjául egy konkrét szélcsatornabeli kísérletből származó adathalmaz szolgál, melyben egy repülőgép szárnyára ható felhajtóerőt vizsgáljuk a szárny dőlésszögének függvényében. A kísérletből származó fizikai model egy három szakaszból álló, szakaszonként lineáris differenciálegyenlet rendszer, melynek első két szakaszának vizsgálata az irodalomból ismert. A szakdolgozat célja a harmadik szakasz elméleti és számítógépes vizsgálata.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Tamás Kalmár-Nagy, Rudolf Csikja, Tarek A. Elgohary - Nonlinear analysis of a 2-DOF piecewise linearaeroelastic system (2016)

[2] Dr. Gausz Tamás - Aeroelasztikus jelenségek és dinamikai terhelés BME jegyzet (2015)

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

**3. Téma: Járványterjedési folyamatok modellezése differenciálegyenletekkel és numerikus megoldásuk** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Faragó István

*Rövid leírás:* A járványok terjedésének adekvát matematikai leírása a folyamat jellege miatt fontos szerepet játszik. A Ross illetve Ross-Mcdonalds modellek a malária időbeli terjedésének leírását szolgálják. A dolgozat célja ezen modellek vizsgálat illetve numerikus megoldásának előállítás. További feladat a model térbeli kiterjesztése és annak vizsgálata, amely közegészségügyi szempontból alapvető fontosságú.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] S. Olaniyi, O.S. Obabiy Mathematical model for malaria transmission dynamics in human and mosquito populations, International Journal of Pure and Applied Mathematics, Volume 88 No. 1 2013, 125-156
- [2] V. Capasso Mathematical Structures of Epidemic Systems, Springer, 1983

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

**4. Téma: Stacionárius konvekció-diffúziós egyenletek numerikus megoldási módszerei**

*Témavezető:* Karátson János

*Rövid leírás:* Ezek a típusú elliptikus parciális differenciálegyenletek írják le számos olyan jelenség stacionárius állapotát, amelyekben szállítási (szél, áramlás vagy egyéb transzport típusú) folyamat és diffúzió egyszerre lép fel. A dolgozat témája e feladatok megoldhatóságának, fő tulajdonságainak és numerikus megoldási lehetőségeinek összefoglalása. A szakdolgozat feladata ezen túl a teljes módszer számítógépes realizálása, először alkalmas végeelem-módszerrel, majd ezen belül a főbb iterációs módszerek összehasonlító vizsgálata: egyrészt az SD-prekondicionálást a többirányú Gauss-Seidel-prekondicionálással, másrészt a CGN-iterációt a GMRES (GCR) iterációval versenyeztetni egy modellfeladaton.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Elman, H. C., Silvester, D. J., Wathen, A. J., Finite Elements and Fast Iterative Solvers: with Applications in Incompressible Fluid Dynamics, Numerical Mathematics and Scientific Computation, Oxford University Press, New York, 2005.
- [2] Horváth R., Izsák F., Karátson J., Parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei számítógépes alkalmazásokkal,  
[http://www.cs.elte.hu/karatson/pdnm\\_vegleges\\_2013.pdf](http://www.cs.elte.hu/karatson/pdnm_vegleges_2013.pdf)
- [3] Karátson J., Numerikus funkcionálanalízis, Typotex, 2014.
- [4] Y. Saad, Iterative methods for sparse linear systems, SIAM, 1996.

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

**5. Téma: A Schrödinger-egyenlet numerikus megoldása (a téma már foglalt)**

*Témavezető:* Izsák Ferenc

*Rövid leírás:* A szakdolgozat célja a Schrödinger-egyenletnek, mint matematika modellnek megértése, továbbá ennek numerikus megoldásra szolgáló módszerek közül néhány áttekintése. Ezek alapján adott potenciál esetén legalább az egydimenziós esetben önálló programozási feladatként a numerikus megoldást végre is kell hajtani valamilyen módszerrel.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Cooper, J., Introduction to Partial Differential Equations with MATLAB New York: Springer Science+Business Media, 1998.
- [2] Horváth R., Izsák F., Karátson J., Parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei számítógépes alkalmazásokkal,  
[http://www.cs.elte.hu/karatson/pdnm\\_vegleges\\_2013.pdf](http://www.cs.elte.hu/karatson/pdnm_vegleges_2013.pdf)

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

**6. Téma: Beágyazott párok optimális erős stabilitást megőrző Runge-Kutta módszerekre (a téma már foglalt)**

*Témavezető:* Fekete Imre

*Rövid leírás:* Hiperbolikus megmaradási törvények MOL diszkretizációja során fontos az időbeli lépés során a fizikailag releváns és matematikailag fontos tulajdonságok megőrzése. Ez az ún. erős stabilitást megőrző (továbbiakban SSP) módszerek segítségével lehetséges. A szakdolgozó feladata az [1] könyv megfelelő részeinek feldolgozásán túl a [2] cikk alapján változó lépésközű optimális explicit SSP Runge-Kutta módszerek megértése. Továbbá a [2] cikkben ismertetett technika alapján beágyazott párok kidolgozása speciális optimális implicit SSP Runge-Kutta módszerek esetén.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] S. Gottlieb, D. Ketcheson, C.W. Shu: Strong Stability Preserving Runge-Kutta and Multistep Time Discretizations, World Scientific, 2011
- [2] S. Conde, I. Fekete, J.N. Shadid: Embedded error estimation and adaptive step-size control for optimal explicit strong stability preserving Runge-Kutta methods, pp. 1-22, preprint, 2018

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

**7. Téma: Változó lépésközű Runge–Kutta és lineáris többlépéses módszerek** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Fekete Imre

*Rövid leírás:* Változó lépésközű módszerek alkalmazása differenciálegyenletek hatékony megoldásánál elkerülhetetlenek. Runge–Kutta módszerek esetén a szakirodalom kellően mély és fontos gyakorlati elméleti implementálási stratégiák elérhetőek. A szakdolgozó egyik feladat ezek demonstrálása [1], [4], [5], [6]. Lineáris többlépéses módszerek esetén ún. sima nem ekvidisztáns rácshálók segítségével próbálunk hatékony eljárásokat konstruálni. A sima rácshálós technikán alapuló lineáris többlépéses módszerek jósága friss eredményeken alapulnak [2], [3].

*Ajánlott irodalom:*

- [1] E. Hairer, G. Wanner: Solving Ordinary Differential Equations II, Stiff and Differential-Algebraic Problems, Second Edition, Springer, 2002
- [2] C. Arevaló, G. Söderlind: Grid-independent construction of multistep methods, J. Comp. Math. 35 (5), 672-692, 2017
- [3] G. Söderlind, I. Fekete, I. Faragó: On the zero-stability of multistep methods on smooth nonuniform grids, BIT Numerical Mathematics, elfogadva, 2018
- [4] K. Gustafsson. Control theoretic techniques for stepsize selection in explicit Runge–Kutta methods. ACM TOMS 17:533 554, 1991
- [5] K. Gustafsson. Control theoretic techniques for stepsize selection in implicit Runge–Kutta methods. ACM TOMS 20:496 517, 1994
- [6] K. Gustafsson and G. Soderlind. Control strategies for the iterative solution of nonlinear equations in ODE solvers. SIAM J. Sci. Comp. 18:23 40, 1997

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

**8. Téma: Numerikus értékkészlet**

*Témavezető:* Tarcsay Zsigmond

*Rövid leírás:* Banach-algebrában egy elem spektruma kizárólag az algebrai struktúrától és nem pedig magától a normától függ. A numerikus értékkészlet ezzel szemben egy olyan

részhalmaza az alaptestnek, amely a algebrai és a norma struktúrát egyaránt tükrözi. A szakdolgozat célja a numerikus értékkészlettel kapcsolatos leglényegesebb eredmények bemutatása.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] F.F. Bonsall, J. Duncan, Numerical ranges of operators on normed spaces and elements of normed algebras, Cambridge University press
- [2] K.E. Gustafson, D.K.M Rao, Numerical range, Springer Verlag

*Szak:* matematikus MSc

---

## Analízis Tanszék

---

### 1. *Téma:* **Lorenz típusú leképezések dinamikája** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Buczolic Zoltán

*Rövid leírás:* Lorenz típusú leképezések és azok forgatási számához kapcsolódó kérdések vizsgálata. (Az adott témára már van előzetes jelentkező.)

*Ajánlott irodalom:*

- [1] W. Geller and M. Misiurewicz, Farey-Lorenz permutations for interval maps (preprint).
- [2] Ll. Alsedà, J. Llibre, M. Misiurewicz and C. Tresser, Periods and entropy for Lorenz-like maps, *Ann. Inst. Fourier, Grenoble* 39 (1989), 929–952.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 2. *Téma:* **Fraktálok, geometriai mértékelmélet, multifraktálok**

*Témavezető:* Buczolic Zoltán

*Rövid leírás:* A fenti nagy témakör valamelyik érdekes, modern alfejezetének feldolgozása esetleg bekapcsolódás a témakörben folyó kutatómunkába.

A lehetséges részterületek például a következők: Dimenziófogalmak, Sűrűségi tételek, Irregularis halmazok, Multifraktál analízis, tangens mértékek, mértékek dimenziói, rektifikálhatóság, korlátos változású (BV) halmazok, topologikus Hausdorff dimenzió.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Falconer, K. J. The geometry of fractal sets. Cambridge Tracts in Mathematics, 85. Cambridge University Press, Cambridge, 1986. xiv+162 pp,
- [2] Falconer, Kenneth Techniques in fractal geometry. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, 1997. xviii+256,
- [3] Falconer, Kenneth Fractal geometry. Mathematical foundations and applications. Second edition. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, NJ, 2003. xxviii+337 pp.,
- [4] Mattila, Pertti Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Fractals and rectifiability. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 44. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [5] Ambrosio, Luigi; Fusco, Nicola; Pallara, Diego Functions of bounded variation and free discontinuity problems. Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 2000.

- [6] Z. Buczolich, Non- $L^1$  functions with rotation sets of Hausdorff dimension one, Acta Mathematica Hungarica 126:(1-2) pp. 23-50, (2010),
- [7] Z. Buczolich and A. Máthé, Where are typical  $C^1$  functions one-to-one?, Math. Bohem. 131 (2006), no. 3, 291–303.
- [8] Z. Buczolich, Occupation measure and level sets of the Weierstrass-Cellerier function. Recent developments in fractals and related fields, 3-18, Appl. Numer. Harmon. Anal., Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 2010.
- [9] R. Balka, Z. Buczolich and M. Elekes, A new fractal dimension: The topological Hausdorff dimension. <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/BBE.pdf>,
- [10] R. Balka, Z. Buczolich and M. Elekes, Topological Hausdorff dimension and level sets of generic continuous functions on fractals, <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/levelset110828.pdf>.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 3. *Téma:* **Dinamikus rendszerek, ergodelmélet**

*Témavezető:* Buczolich Zoltán

*Rövid leírás:* A fenti nagy témakörök valamelyik érdekes, modern alfejezetének feldolgozása esetleg bekapcsolódás a témakörben folyó kutatómunkába.

A lehetséges részterületek például a következők: Entrópia fogalmak, topologikus dinamika, szimbolikus dinamika, ergodtételek, maximális egyenlőtlenségek, nem konvencionális ergodikus közepek, ergodikus optimalizáció.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Petersen, Karl Ergodic theory. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 2. Cambridge University Press, Cambridge, 1983.,
- [2] Walters, Peter An introduction to ergodic theory. Graduate Texts in Mathematics, 79. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.
- [3] B. Hasselblatt, A. Katok: A first course in dynamics. With a panorama of recent developments. Cambridge University Press, New York, 2003.
- [4] A. Katok, B.Hasselblatt: Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [5] Robert L. Devaney: An introduction to chaotic dynamical systems. Second edition. Addison Wesley Studies in Nonlinearity. Addison Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989.
- [6] D. Lind, B. Marcus, An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [7] Jenkinson, Oliver Ergodic optimization. Discrete Contin. Dyn. Syst. 15 (2006), no. 1, 197-224.
- [8] A témavezető cikkeiből: Z. Buczolich and D. Mauldin, Divergent Square Averages, Annals of Mathematics, 171, pp. 1479-1530,
- [9] I. Assani and Z. Buczolich, The  $(L^1, L^1)$  bilinear Hardy-Littlewood function and Fürstenberg averages, Rev. Mat. Iberoamericana Volume 26, Number 3 (2010), 861-890,
- [10] Z. Buczolich, Almost everywhere convergence of ergodic averages, Real Anal. Exchange 34 (2009), no. 1, 1–15.



- [11] K. M. Brucks and Z. Buczolich, Trajectory of the turning point is dense for a co-*sigma*-porous set of tent maps, *Fund. Math.* 165 (2000), 95-123.
- [12] K. M. Brucks and Z. Buczolich, Universality in inverse limit spaces of the logistic family occurs with positive measure, *Atti. Sem. Univ. Modena*, 48 (2000), no. 2, 335-353.
- [13] J. Bremont and Z. Buczolich, Maximizing points and coboundaries for rotations, <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/cbdetds.pdf>.
- Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

#### 4. *Téma: Geometriai mértékelmélet*

*Témavezető:* Elekes Márton

*Rövid leírás:* A témát azoknak ajánlom, akik elvégezték a "Geometriai mértékelmélet" kurzust. A szakdolgozó feladata az ott megismert valamelyik anyagrész részletesebb megismerése és feldolgozása, valamint kellő elszántság esetén a kapcsolódó nyitott problémák tanulmányozása lenne.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Megbeszélés szerint

*Szak:* matematikus

#### 5. *Téma: Leíró halmazelmélet*

*Témavezető:* Elekes Márton

*Rövid leírás:* A témát azoknak ajánlom, akik elvégezték a "Leíró halmazelmélet" kurzust. A szakdolgozó feladata az ott megismert valamelyik anyagrész részletesebb megismerése és feldolgozása, valamint kellő elszántság esetén a kapcsolódó nyitott problémák tanulmányozása lenne.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Megbeszélés szerint

*Szak:* matematikus

#### 6. *Téma: Valós analízis és halmazelmélet*

*Témavezető:* Elekes Márton

*Rövid leírás:* A tágan értelmezett valós analízisben, amelybe beleértjük például a leíró halmazelméletet és a geometriai mértékelméletet is, gyakran bukkan fel a halmazelmélet. Sokszor bizonyítási módszerként, időnként már a kérdésfelvetésben, és néha azért, mert egy kérdés váratlanul függetlennek bizonyul a *ZFC* axiómarendszerrel. A szakdolgozó feladata egy ilyen téma megismerése és feldolgozása, valamint kellő elszántság esetén a kapcsolódó nyitott problémák tanulmányozása lenne.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Megbeszélés szerint

*Szak:* matematikus

#### 7. *Téma: Konkrét univerzális objektumok*

*Témavezető:* Elekes Márton

*Rövid leírás:* A matematika számos területén fontos, hogy objektumok egy osztályában van-e olyan, amelybe minden osztálybeli objektum beágyazható, illetve amelynek minden osztálybeli objektum homomorf képe. Az ilyeneket injektíven illetve projektíven univerzálisoknak nevezzük. Injektíven univerzális például a  $(Q, <)$  megszámlálható rendezett

halmaz, a véletlen gráf, a Hilbert-kocka mint kompakt topologikus tér,  $C[0, 1]$  mint szeparábilis Banach-tér,  $T^N$  mint kompakt metrikus Abel csoport, az úgynevezett Uriszon-tér mint szeparábilis metrikus tér, stb. Projektíven univerzális pedig például a szabad csoport, a Cantor-halmaz mint kompakt topologikus tér, az irracionális számok mint lengyel tér, stb. A szakdolgozó feladata az irodalom összegyűjtése és feldolgozása, valamint kellő elszántság esetén ilyen típusú nyitott problémák tanulmányozása lenne.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Megbeszélés szerint

*Szak:* Matematikus

**8. Téma: Polinomokra és trigonometrikus összegekre vonatkozó egyenlőtlenségek és alkalmazásaik**

*Témavezető:* Kós Géza

*Rövid leírás:* Olyan becslések vizsgálata, amelyben különböző, az együtthatókra vagy a gyökökre vonatkozó megkötések mellett a polinom vagy deriváltja értékeinek vagy gyökeinek eloszlását vizsgáljuk. (Pl. ha egy  $n$ -edfokú polinomnak minden együtthatója 1, 0 vagy  $-1$ , akkor legfeljebb hány-szoros gyöke lehet az 1?)

*Ajánlott irodalom:* Peter Borwein és Erdélyi Tamás cikkei

*Szak:* matematikus

**9. Téma: Kombinatorikus Nullhelytétel multihalmazokra**

*Témavezető:* Kós Géza

*Rövid leírás:* A polinom-módszer, főleg a Noga Alon féle Combinatorial Nullstellensatz és általánosításai és ezek alkalmazásai kombinatorikai problémák megoldásában.

*Ajánlott irodalom:*

[1] N. Alon: Combinatorial Nullstellensatz

[2] S. Ball, O. Serra: Punctured Combinatorial Nullstellensätze

[3] G. Kós, L. Rónyai: Alon's Nullstellensatz for multisets

*Szak:* matematikus

**10. Téma: A törtekalkulus és alkalmazásai, avagy mi legyen egy függvény  $\sqrt{2}$ -edik deriváltja?**

*Témavezető:* Kós Géza

*Rövid leírás:* Függvényeket pozitív egész számszor szoktunk differenciálni vagy integrálni. Ki lehet-e terjeszteni ezt az operációt nem egész indexekre, vagy éppen komplex számokra?

*Ajánlott irodalom:* A Fourier- és Laplace-transzformáltról, továbbá a  $\Gamma$ -függvényről szóló könyvfejezetek, jegyzetek

*Szak:* matematikus

**11. Téma: Fonat csoportok**

*Témavezető:* Sigray István

*Rövid leírás:* A fonat csoport rendkívül sok helyen bukkan fel. (Algebra, csomóelmélet, Riemann felületek). A szakdolgozat e gazdag témakör valamely részének feldolgozása, összefoglalása, esetleg önálló eredmény leírása.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Hansen: Braids and Coverings: Selected Topics (London Mathematical Society Student Texts)

*Szak:* matematikus

**12. Téma: Komplex dinamikai problémák**

*Témavezető:* Sigray István

*Rövid leírás:* Milnor: Dynamics in One Complex Variable c. könyvében levő feladatok megoldása, és a hozzájuk tartozó elmélet leírása

*Ajánlott irodalom:*

[1] Milnor: Dynamics in One Complex Variable

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

**13. Téma: Kvázikonform leképezések alkalmazásai.**

*Témavezető:* Sigray István

*Rövid leírás:* A kvázikonform leképezések klasszikus alkalmazásainak egyikét kell színvonalasan, jól érthetően leírni.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Lars V. Ahlfors: Quasiconformal mappings.

*Szak:* matematikus

**14. Téma: Többváltozós komplex függvénytan**

*Témavezető:* Szőke Róbert

*Rövid leírás:* Ismerkedés a többdimenziós komplex analízis és geometria néha szokatlan világával. A szakdolgozat célja: könyvfejezet, ill. cikkek feldolgozása. Előismeret a többváltozós komplex függvénytanban nem szükséges.

*Ajánlott irodalom:* A választott konkrét témától függően angol nyelvű könyvfejezet, cikkek.

*Szak:* matematikus

**15. Téma: Geometriai kvantálás**

*Témavezető:* Szőke Róbert

*Rövid leírás:* A geometriai kvantálás egy  $M$  Riemann sokasághoz (konfigurációs tér) egy  $H$  Hilbert teret rendel hozzá kanonikus módon. Az  $M$ -en definiált függvényeknek  $H$ -n definiált operátorok felelnek meg. A project célja megismerkedni ezzel az elmélettel, és az adaptált komplex struktúrákkal.

*Ajánlott irodalom:*

[1] N.M.J. Woodhouse: Geometric quantization, 2nd ed, Clarendon Press, 1991

[2] L.Lempert, R. Szőke: Global solutions of the homogeneous complex Monge-Ampère equation and complex structures on the tangent bundle of Riemannian manifolds, Math. Ann., vol290, 1991, pp.689-712

[3] L. Lempert, R. Szőke: A new look at adapted complex structures, Bull. LMS, vol44, 2012, pp. 367-374

[4] L. Lempert, R. Szőke: Direct images, fields of Hilbert spaces and geometric quantization, Comm. Math. Phys., vol 327, 2014, pp. 49-99

*Szak:* matematikus

**16. Téma: Spektrális sorozatok és alkalmazásaik a homotopikus csoportok kiszámolására**

*Témavezető:* Szűcs András

*Rövid leírás:* 1. A spektrális sorozat

2. Atiyah - Hirzebruch spektrális sorozat.

3. Serre spektrális sorozata. Mod C eredmények a homotopikus csoportokról.

4. Adams spektrális sorozat.

*Szak:* matematikus

**17. Téma: A Pontrjagin–Thom-módszer általánosításai**

*Témavezető:* Szűcs András

*Rövid leírás:* 1. Immerziók kobordizmusai

2. Szinguláris leképezések kobordizmusai.

*Szak:* matematikus

**18. Téma: Moduláris formák numerikus módszerei**

*Témavezető:* Tóth Árpád

*Rövid leírás:* A moduláris formák a hiperbolikus (Bolyai-Lobacsevszkij) sík speciális szimmetriacsoportjaira nézve invariáns függvények. Ezen függvények elmélete a számelmélet, geometria, reprezentációelmélet, parciális differenciálegyenletek határterületén helyezkedik el, de legerősebb a számelméleti jelleg.

A projekt célja nagyobb rálátás megszerzése ezen formákra és általánosításaikra, numerikus módszerek segítségével.

*Ajánlott irodalom:* Személyes megbeszélés alapján.

*Szak:* matematikus

**19. Téma: Hurkolódási számok speciális 3-sokaságokon**

*Témavezető:* Tóth Árpád

*Rövid leírás:* Két térbeli csomó hurkolódási számára a körülfordulási számhoz hasonlóan analitikus kifejezés adható. Ezt először Gauss (1832) és Maxwell (1867) adta meg. A formula kiterjeszthető az egységgömbre, a hiperbolikus térre. A projekt célja a kiterjesztés a többi Thurston féle modell geometriára, elsősorban az  $\tilde{SL}_2$  típusra.

*Ajánlott irodalom:*

[1] DeTurck, Dennis, and Herman Gluck. "Electrodynamics and the Gauss linking integral on the 3-sphere and in hyperbolic 3-space." *Journal of Mathematical Physics* 49.2 (2008): 023504.

*Szak:* matematikus

**20. Téma: Exponenciális összegek a moduláris formák elméletében**

*Témavezető:* Tóth Árpád

*Rövid leírás:* Az exponenciális összegek (klasszikusan trigonometrikus összegek) aritmetikailag meghatározott komplex számok összegei. Maga Gauss volt az első aki észrevette, hogy ezek úgy viselkednek mint véletlen síkbeli vektorok összegei, és az összeg lényegesen kisebb a tagok számánál. Az elmélet kiterjesztése Artin, Weil és Deligne nevéhez fűződik. Ezek a becslések nagyon fontos szerepet játszanak a számelméletben. A konkrét feladat magasabb rangú moduláris formák elméletében megjelenő exponenciális összegek becslése. Ez kapcsolódik mind a Lie csoportok, mind az algebrai geometria területéhez.

*Ajánlott irodalom:* Személyes megbeszélés alapján.

*Szak:* matematikus

### 1. *Téma: Véges testek $q$ -polinomjai*

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Legyen  $q$  egy prímszám,  $n$  pozitív egész, és tekintsük  $F_{q^n}$ -et, a  $q^n$  elemű véges testet. Erre a testre tekinthetünk úgy is, mint a  $q$  elemű  $F_q$  test feletti  $n$ -dimenziós  $V$  vektortérre.  $V$   $F_q$ -lineáris transzformációi egy-egy értelműen megfelelnek az alábbi módon definiált  $F_{q^n}[X]$ -beli  $q$ -polinomoknak (más néven *linearizált* polinomoknak):

$\mathcal{L}_{n,q} := \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} a_i X^{q^i} : a_i \in F_{q^n} \right\}$ . Ha  $f \in \mathcal{L}_{n,q}$ , akkor könnyen látható, hogy  $f$  valóban  $F_q$ -lineáris (minden  $x, y \in F_{q^n}$  és  $\lambda, \mu \in F_q$  esetén  $f(\lambda x + \mu y) = \lambda f(x) + \mu f(y)$ ), tehát  $f$  gyökei illetve értékészlete  $F_q$ -alteret alkotnak. Nevezzük  $f$  polinom *rangjának* a neki megfelelő lineáris transzformáció rangját, vagyis  $\mathfrak{R}(f)$  altér  $F_q$ -feletti dimenzióját. Feladat lenne a  $q$ -polinomokra és alkalmazásaikra vonatkozó (angol nyelvű) irodalom összefoglalása. Hogyan állapítható meg  $f \in \mathcal{L}_{n,q}$  rangja az együtthatóinak az ismeretében? (Dickson mátrixok, Moore mátrixok és különböző lineáris algebrai illetve elimináció elméleti módszerek alkalmazása) Speciális  $f \in \mathcal{L}_{n,q}$  polinomok keresése aktív kutatási téma, erre is lenne esély (komputer algebrai rendszerek is segíthetnek).

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

### 2. *Téma: MRD kódok*

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Jelölje  $F_q$  a  $q$ -elemű véges testet és tekintsük az  $F_q^{n \times m}$ -et, vagyis az  $n \times m$ -es  $F_q$ -feletti mátrixok gyűrűjét. Könnyen belátható, hogy ha egy  $\mathcal{C} \subseteq F_q^{n \times m}$  részhalmaz bármely két  $a, b$  elemére  $a - b$  rangja legalább  $d$ , akkor  $|\mathcal{C}| \leq q^{\max\{n,m\}(\min\{n,m\}-d+1)}$ . Ha  $\mathcal{C}$  mérete eléri ezt a felső korlátot, akkor *maximum rank distance* (MRD) kódnak nevezik. Ha ezen kívül még az is teljesül, hogy  $\mathcal{C}$   $F_q$ -altér  $F_q^{n \times m}$ -ben, akkor lineáris MRD kódról beszélünk. Feladat lenne a klasszikus, Delsarte-tól és Gabidulin-tól származó konstrukciók és alapvető fogalmak ismertetése, a különböző reprezentációk és konstrukciós módszerek bemutatása az (angol nyelvű) szakirodalom alapján. Aktív kutatási területről van szó, új példák találására is van esély (komputer algebrai rendszerek is segíthetnek).

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

### 3. *Téma: Segre "érintők lemmája"*

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Az "érintők lemmája" az 1950-es években keletkezett, Beniamino Segre ennek segítségével bizonyította, hogy páratlan rendű véges projektív síkon minden ovális kúpszelet. Azóta a módszernek rengeteg alkalmazása született, használták nucleus-ok, Kakeya halmazok, érintő mentes halmazok, kevés páratlan szelővel rendelkező halmazok, szemioválisok és ívek kutatásában is. 2010-ben Simeon Ball a lemmának egy *coordinate free* változatát ismertette, ezzel a módszerrel jelentősen egyszerűsödtek a számolások és így új eredményeket sikerült elérni, korábbiakat megjavítani. Feladat lenne a módszer minél több

alkalmazásának a bemutatása, hasznos lehet és jobb eredményekhez vezethet a coordinate free változattal megismételni a régi bizonyításokat, illetve új eredmények elérésére is van lehetőség.

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

#### 4. *Téma: Kakeya probléma véges test felett*

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Jelölje  $AG(n, q)$  a  $q$  elemű test feletti  $n$ -dimenziós affin teret. A véges test feletti Kakeya probléma arra kérdez rá, hogy mi lehet egy olyan  $S \subseteq AG(n, q)$  pontthalmaz legkisebb mérete amely minden irányban tartalmaz teljes egyenest. Dvir egy polinomos ötletét felhasználva Alon és Tao igazolta a  $c_n q^n$ -es alsó korlátot, ahol  $c_n$  egy csak az  $n$ -től függő konstans. Az  $n = 2$  és  $q$  páratlan esetben ezt Ball, illetve Blokhuis és Mazzocca  $q(q+1)/2 + (q-1)/2$ -re javította az affin lefogóhalmazok méretére vonatkozó alsó korlát, illetve kettős leszámlálás segítségével. Utóbbi szerzőpáros Segre típusú módszerekkel karakterizálta azokat a pontthalmazokat melyek mérete pontosan ekkora. Feladat lenne a fenti eredmények bizonyítását és néhány kapcsolódó eredményt, esetleg általánosítást, bemutatni, újragondolni. Érdekes és nyitott kérdés, hogy milyen alsó korlát adható nem Desarguesi síkok esetén.

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

#### 5. *Téma: Semifield-ek ("nem asszociatív ferdetestek")*

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Véges geometriában *pre-semifield*-nek olyan algebrai struktúrát neveznek ami teljesíti a ferde testek összes axiómáját, kivéve hogy a szorzás nem kell, hogy asszociatív legyen és nem kell, hogy legyen egységeleme. Amennyiben a szorzásnak van egységeleme, akkor *semifield*-ről beszélünk. Illusztrálásként: Legyen  $p$  egy prím szám,  $n$  pozitív egész, és tekintsük a  $p^n$ -elemű  $F_{p^n}$  véges testet, melyen most egy új szorzást (jelöljük  $\circ$ -vel) fogunk definiálni. Minden  $x, y \in F_{p^n}$ -re legyen  $x \circ y = xy^q - cx^qy$ , ahol  $q = p^m$ ,  $0 < m < n$ , és  $c$  egy rögzített  $F_{p^n} \setminus \{0\}$ -beli elem, aki nincsen benne az  $\{x^{q^{-1}} : x \in F_{p^n} \setminus \{0\}\}$  multiplikatív részcsoportban. Nem nehéz belátni, hogy így *pre-semifield*-et kapunk, melyből egy általános módszer segítségével *semifield* konstruálható, jelen példánkban az Albert féle úgynevezett *twisted semifield*. Feladat lenne véges elemszámú *semifield*-ek alapvető tulajdonságainak az (angol nyelvű) szakirodalom alapján történő feldolgozása és néhány példa részletes bemutatása. Érdeklődés esetén ezek kapcsolata nem Desarguesi véges projektív síkokkal.

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

#### 6. *Téma: Integráltranszformációk*

*Témavezető:* Csikós Balázs

*Rövid leírás:* Egy  $\mathbb{R}^n$ -en értelmezett kompakt tartójú sima  $f$  függvény Radon-transzformáltja egy olyan függvény, mely a tér hipersíkjain van értelmezve, és egy hipersíkhhoz az  $f$  függvénynek a hipersíkon vett integrálja értékét rendeli hozzá. Az elmélet fő kérdése, hogy  $f$  miként rekonstruálható a Radon-transzformáltjának ismeretében.

A Radon-transzformáció elmélete kulcsfontosságú a modern tomográfiában. A Radon-transzformáció gömbi analogonja a Funk-transzformáció. A Funk-transzformációnak is egy szép elmélete van, mely összefonódik a gömbi harmonikus függvények elméletével. Több konvex geometriai rekonstrukciós probléma háttérében a Funk-transzformáció áll. A szakdolgozat célja a Radon-transzformáció, vagy valamely rokona esetén az alapvető tételek, inverziós formulák és az alkalmazások bemutatása.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Daniel Hug, Rolf Schneider: Kinematic and Crofton formulae of integral geometry: recent variants and extensions.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 7. **Téma: Geometriai szélsőérték-feladatok és geometriai egyenlőtlenségek**

*Témavezető:* Csikós Balázs

*Rövid leírás:* A szakdolgozat célja egy geometriai szélsőérték-feladat megoldása, vagy valamely nevezetes témakör (izoperimetrikus, izodiametrális egyenlőtlenségek, ponthalmaz kontrakcióira nézve monoton geometriai mennyiségek, a Kneser–Poulsen-sejtés stb.) áttekintése.

*Ajánlott irodalom:* A kiválasztott témától függ.

*Szak:* matematikus

## 8. **Téma: Általánosított sokszögek**

*Témavezető:* Kiss György

*Rövid leírás:* Az általánosított sokszögek a véges projektív síkokhoz (ebben az értelemben általánosított háromszögek) hasonlóan néhány egyszerű illeszkedési axiómával definiált kombinatorikus struktúrák, melyek szorosan kapcsolódnak véges csoportokhoz és magasabb dimenziós véges terekhez. A diplomamunkában néhány kiválasztott általánosított sokszög geometriai tulajdonságait kellene feldolgozni.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Feit, W. and Higman, G., *The nonexistence of certain generalized polygons*, J. Algebra, **1** (1964), 114–131.  
[2] Hirschfeld, J. W. P. and Thas, J. A., *General Galois Geometries*, Clarendon Press, Oxford, 1991.

*Szak:* matematikus

## 9. **Téma: Baker-Campbell-Hausdorff formula speciális Lie-algebrákban**

*Témavezető:* Lakos Gyula

*Rövid leírás:* A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Baker-Campbell-Hausdorff formula, Poincaré-Birkhoff-Witt tétel.

*Szak:* matematikus

## 10. **Téma: Hőmag konstrukciója kompakt sokaságokon**

*Témavezető:* Lakos Gyula

*Rövid leírás:* A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Funkcionálanalízis, az operátorfélcsoportok elméletének alapjai.

*Szak:* matematikus

**11. Téma: Coxeter-csoportok a geometriában és a topológiában**

*Témavezető:* Moussong Gábor

*Rövid leírás:* A diszkrét transzformációcsoportok között a tükrözésekkel generált csoportokat, illetve ezek absztrakt megfelelőit, a Coxeter-csoportokat ismerjük a legalaposabban. A szakdolgozat a Coxeter-csoportoknak a geometria és a topológia területén adódó újabb alkalmazásait tárgyalhatja.

*Ajánlott irodalom:*

[1] M. W. Davis: *The geometry and topology of Coxeter groups*

[2] H. Hiller: *The geometry of Coxeter groups.*

*Szak:* matematikus

**12. Téma: Negatív görbületű sokaságok**

*Témavezető:* Moussong Gábor

*Rövid leírás:* A Riemann-sokaságok elméletének klasszikus kérdéscsoportja, hogy egyes görbületi feltételek milyen következményekkel járnak a sokaság topológiájára nézve. A szakdolgozat ilyen irányú eredményeket vizsgálhat nempozitív, illetve negatív előjelű görbület feltételezése mellett.

*Ajánlott irodalom:*

[1] W. Ballmann, M. Gromov, V. Schroeder: *Manifolds of nonpositive curvature*

[2] M. Bridson, A. Haefliger: *Metric Spaces of Non-positive Curvature.*

*Szak:* matematikus

**13. Téma: Kombinatorikus geometriai problémák**

*Témavezető:* Naszódi Márton

*Rövid leírás:* A magas dimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszert bemutatása például a Dvoretzky-tétel egy bizonyításán keresztül. E tétel szerint, tetszőleges  $k$  természetes számhoz van egy  $n$  természetes szám, melyre igaz, hogy minden  $n$ -dimenziós konvex testnek van egy  $k$ -dimenziós metszete, amely nagyon hasonlít az euklideszi gömbre.

*Ajánlott irodalom:*

[1] K. Ball: *Introduction to Modern Convex Geometry*

[2] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry.*

*Szak:* matematikus

**14. Téma: Normált terek geometriája**

*Témavezető:* Naszódi Márton

*Rövid leírás:* Az euklideszi távolságot a síkon (általánosabban  $\mathbb{R}^n$ -ben) kicserélhetjük más távolságfüggvényekre, amelyek az euklideszitől különböző érdekes geometriákhoz vezetnek. Lehet például vizsgálni, hogy az euklideszi síkbeli trigonometria hogyan vihető át normált síkba, mi a merőlegesség fogalma, mik az állandó szélességű halmazok, stb.

*Ajánlott irodalom:*

[1] A. C. Thompson: *Minkowski Geometry*

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus.

**15. Téma: Konvex geometriai módszerek**

*Témavezető:* Naszódi Márton



*Rövid leírás:* A magasdimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszert lehetne bemutatni a Dvoretzky-tétel egy bizonyításán keresztül. E tétel szerint tetszőleges  $k$  természetes számhoz van olyan  $n$  természetes szám, hogy minden  $n$ -dimenziós konvex testnek van olyan  $k$ -dimenziós metszete, amely „nagyon hasonlít” az euklideszi gömbre.

*Ajánlott irodalom:*

[1] K. Ball: *Introduction to Modern Convex geometry*

[2] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*

*Szak:* matematikus.

## 16. *Téma: Algebrai csomók*

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* Polinomok által meghatározott csomók elmélete, az algebrai sík görbék szingularitásait jellemzik. Nagyon sok terület találkozási pontja: algebrai geometria, topológia (homológia), kombinatorika (Newton diagrammok), gráfelmélet (feloldási gráfok), félcsoporthelmélet. Pár éve a klasszikus elmélet új lendületet kapott az algebrai görbék szingularitásaihoz rendelt csomók HOMFLY polinomjainak és a görbék Hilbert sémáinak kapcsolatával.

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* mindegyik

## 17. *Téma: Hirzebruch-Riemann-Roch tétel*

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* Klasszikus index tételek általánosítása, a sima és algebrai sokaságok indexeit (Euler karakterisztika, szignatúra, Todd osztály, vektornyalábok analitikus Euler karakterisztikái, stb) adja meg karakterisztikus osztályok (Chern, Todd, Euler, Pontrjagin) segítségével. Differenciáltopológia, algebrai geometria alaptétele. A globális geometria szinte minden tétele ehhez kötődik, ennek alkalmazása.

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus

## 18. *Téma: Komplex hiperfelület-szingularitások*

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* Egy egyenlettel megadott terek szingularitásainak lokális leírása, Milnor klasszikus könyve alapján (Milnor fibrum, Milnor fibrálás, monodrómia, a lokális csomó és a vele való kapcsolat). Kiindulási pont az algebrai geometria és differenciáltopológia felé.

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus

## 19. *Téma: Komplex sokaságok kohomológiacsoportjai*

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* A sima komplex projektív sokaságok kohomológiacsoportjainak szerkezete nagyon különleges. Egyik legfontosabb klasszikus tulajdonság a Lefschetz-felbontás (kiindulási tételek: Lefschetz hipersík metszet tétele, és a Hard Lefschetz Theorem).

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus

**20. Téma: Komplex felületszingularitások**

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* Topológiai szempontból a felület szingularitások csomóit tanulmányozza, ezek 3 dimenziós gráf sokaságok. Analitikus (algebrai geometriai) szempontból analitikus invariánsokat tárgyal (kévekohomológia, geometriai génusz). Konkrétabb téma lehet a Seiberg Witten Invariáns Sejtés, ami a csomó Seiberg Witten invariánsát köti össze a geometriai génusszal.

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* ]

matematikus

**21. Téma: Algebrai görbék**

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* A (komplex) affin vagy projektív tér görbéit egy polinom zerushelyeként definiáljuk. A polinom algebrai merevsége és a görbe alakja között érdekes összefüggések vannak, összekötve az algebrát a topológiával. Ez az algebrai geometria születési helye, elementárisan megfogalmazható százéves nyílt kérdésekkel. Magába foglalja a lokális algebrai csomók elméletét, de már az algebrai geometria globális invariánsaira (kohomológiaelmélet) is támaszkodik.

*Ajánlott irodalom:*

[1] könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus

**22. Téma: Geometriai jelenségek Lorentz-sokaságokban**

*Témavezető:* Szeghy Dávid

*Szak:* matematikus

**23. Téma: Fénykép-rekonstrukciók**

*Témavezető:* Szeghy Dávid

*Szak:* alkalmazott matematikus

**24. Téma: Hiperbolikus geometria**

*Témavezető:* Szenthe János

*Rövid leírás:* A cél Milnor egy cikkének feldolgozása, mely a hiperbolikus geometria rövid történeti összefoglalója után, a hiperbolikus sokaságok kérdésével foglalkozik. Bemutat ismert konstrukciókat és eredményeket. A témában nyitott kérdések is vannak, melyekkel később foglalkozni lehet.

*Ajánlott irodalom:* Milnor: Hyperbolic geometry the first 150 years, Bulletin (New Series) Of The American Mathematical Society, Volume 6, Number 1, January 1982

*Szak:* matematikus

**25. Téma: Speciális részsokaságok konstans görbület Riemann-terekben**

*Témavezető:* Verhóczy László

*Rövid leírás:* Amennyiben a Riemann-sokaságban vett részsokaság nem hiperfelület, illetve nem görbe, akkor a normális vektornyalábja általában nem lapos. A szakdolgozó feladata olyan részsokaságok konstrukciója konstans görbületű Riemann-terekben, melyeknél a normális vektornyaláb görbületi tenzora eltűnik. Egy ilyen részsokaság esetében a párhuzamos

normális vektormezők által értelmezni lehet az ún. parallel részsokaságokat. További feladat a parallel részsokaságok görbületi jellemzőinek a meghatározása.

*Ajánlott irodalom:*

[1] M. P. do Carmo: *Riemannian geometry*

[2] B.-Y. Chen: *Geometry of submanifolds*.

*Szak:* matematikus

## 26. *Téma:* **Kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjai**

*Témavezető:* Verhóczy László

*Rövid leírás:* Az irreducibilis szimmetrikus Riemann-terek osztályozása az egyszerű Lie-csoportok ún. szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározásán alapul. A szimmetrikus Lie-részcsoportokhoz el lehet jutni oly módon, hogy vesszük a megfelelő Lie-algebrák involutív automorfizmusait és azoknál a fixen hagyott elemekből álló részalgebrákat. A szakdolgozó feladata a kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározása és jellemzése.

*Ajánlott irodalom:*

[1] S. Helgason: *Differential geometry, Lie groups and symmetric spaces*.

*Szak:* matematikus

---

## Matematikatanítási és Módszertani Központ

---

### 1. *Téma:* **Additív kombinatorika**

*Témavezető:* Hegyvári Norbert

*Rövid leírás:* Az additív kombinatorika az utóbbi évtizedben került a kutatások előterébe. Sok szép tétel és közöttük levő összefüggések feltárása olyan kutatókat foglalkoztattak, mint Bourgain, Gowers, Tao, Green, Ruzsa, Sárközy. A leendő szakdolgozót ebbe a témakörbe kívánjuk bevezetni. A témakörhöz jegyzetet is készítettem (lásd <http://hegyvari.web.elte.hu/AC2.pdf>), amit frissítek és melynek fejezetcímei egyben a témaköröket is jelentik. Ezekből lehetne választani: 1. Néhány egyszerű megjegyzés a Minkowski-összeg elemszámára  $\mathbb{Z}$ -ben. 2. Az  $r_{A+B}(x)$ ,  $r_{A-B}(x)$  függvényekről és az  $E_+(A, B)$  additív energiáról. 3. Ruzsa távolságtételei. 4. Plünnecke tétele. 5. A Cauchy–Davenport-tétel; Kneser tétele. 6. Nemkommutatív Kneser-tétel. 7. Fedési tételek 8. Megszorított összegek. 9. Algebrai módszerek. 10. Az Erdős–Heilbronn-sejtés, a Cauchy–Davenport- és az Erdős–Ginzburg–Ziv-tételek (újabb) bizonyításai. 11. A Gowers–Balog–Szemerédi-tétel és alkalmazásai. 12. Additív-multiplikatív kombinatorika véges testekben.

*Szak:* matematikus

---

## Operációkutatási Tanszék

---

### 1. *Téma:* **Közelítő gráf algoritmusok**

*Témavezető:* Frank András

*Rövid leírás:* A szakdolgozó feladata olyan NP-teljes feladatokra vontakozó közelítő algoritmusok fel- és kidolgozása, melyek egy polinom időben megoldható diszkrét optimalizálási probléma megoldásán alapulnak. Klasszikus példa Christofides másfélszeres approximációjú algoritmus a síkbeli utazó ügynök problémára, amely legolcsóbb feszítő fát és legolcsóbb teljes párosítást használ. Egy másik elegáns példa a legolcsóbb fenyőre vonatkozó Chu és Liu algoritmust használja egy költséges digráf erősen összefüggő feszítő részgráfjának megkeresésére, amely az optimálisnál legfeljebb kétszer drágább. Indulásként Singh és Zenklusen egy friss dolgozatában kidolgozott érdekes megközelítés és a Nash-Williams féle ún. szétszedési (detachment) tétel kapcsolatát kéne feltárni.

*Ajánlott irodalom:*

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 2. **Téma: Gráfok és szerkezetek merevségének kombinatorikus vizsgálata**

*Témavezető:* Jordán Tibor

*Rövid leírás:* Rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdések egyrészt érdekes elméleti problémákhoz vezetnek, melyek geometriai, algebrai és kombinatorikus módszerekkel vizsgálhatók, másrészt az eredmények számos, látszólag távoli területen alkalmazhatók (pl. molekulák stabil és mozgó részeinek meghatározása, kinyitható antennák tervezése, vezető nélküli járművek alakzatainak kialakítása, stb).

A szakdolgozó feladata a terület egy meghatározott részének áttekintése, lehetőleg érdemben hozzájárulva néhány nyitott kérdés háttérének megvilágításához. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: matroidok a diszkrét geometriában, a kombinatorikus merevség alkalmazási területei, globálisan merev gráfok és szerkezetek jellemzése, tensegrity szerkezetek, poliéderek merevségének vizsgálata, algebrai módszerek a merevségelméletben, kombinatorikus algoritmusok és előállítási tételek merev gráfok osztályaira.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Jordán Tibor, Recski András, Szeszlér Dávid, Rendszeroptimalizálás, Typotex, 2004.

[2] Frank András, Jordán Tibor, Diszkrét optimalizálás, Typotex, 2014.

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 3. **Téma: Hálózat optimalizálási feladatok**

*Témavezető:* Jordán Tibor

*Rövid leírás:* A szakdolgozó feladata különböző diszkrét optimalizálási feladatok vizsgálata hálózat optimalizálási és tervezési (network design) problémákban. A cél az ismert módszerek, algoritmusok áttekintése, a még megoldatlan kérdések felderítése, esetleg algoritmusok implementálása, tesztelése. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: közelítő algoritmusok a Steiner network feladat különböző változataira, gráfok összefüggőségének optimális növelése.

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 4. **Téma: Fenyőpakolások alkalmazásai**

*Témavezető:* Király Csaba

*Rövid leírás:* Edmonds fenyőtétele a kombinatorikus optimalizálás egyik alapvető tétele számos alkalmazással. A gyakorlati alkalmazások ihlették az eredmény Kamiyama, Katoh

és Takizawa féle általánosítását. Az utóbbi években számos további általánosítása jelent meg ezen tételeknek, melyek az elméletben jelentősek, de egyéb alkalmazásuk még nem ismert.

A szakdolgozó feladata a korábbi alkalmazások feltérképezése, és annak vizsgálata, hogy milyen új alkalmazási lehetőségeket nyitnak meg az új eredmények.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Cs. Király, On maximal independent arborescence packing, SIAM Journal on Disc. Math., 30(4) (2016) 2107-2114. <http://bolyai.cs.elte.hu/>
- [2] Cs. Király, Z. Szigeti, Reachability-based matroid-restricted packing of arborescences, <http://bolyai.cs.elte.hu/>

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 5. *Téma: Többszörösen merev gráfok*

*Témavezető:* Király Csaba

*Rövid leírás:* Minimális élszámú több pont illetve él elhagyása után is merev gráfok élszámáról viszonylag kevés dolog ismert, bár a meglévő módszerekkel a témakörben még számos eredmény érhető el. A szakdolgozó feladata a szakirodalomban megtalálható módszerek segítségével lehetőleg éles élszámbebecsléseket adni  $k$  él/pont elhagyása után is merev gráfok élszámára.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] V.E. Kaszanitzky, Cs. Király: On minimally highly vertex-redundantly rigid graphs. Graphs and Combinatorics, 32(1), 225-240 (2016). <http://bolyai.cs.elte.hu/>
- [2] T. Jordán: Combinatorial rigidity. Graphs and matroids in the theory of rigid frameworks, in: Discrete geometric analysis. Tokyo: Mathematical Society of Japan, 2016. pp. 33-112

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 6. *Téma: Vágósíkok korlátozott támaszú LP megoldások találásához*

*Témavezető:* Kis Tamás

*Rövid leírás:* A lineáris programozási probléma egyik fontos kiterjesztése, ha változók egyes halmazaira megkötjük, hogy hány darab vehet fel közülük nem-nulla értéket. Egy gyakorlati alkalmazási lehet a portfólió optimalizálás, ahol is korlátozni akarjuk a portfólióba választott befektetés típusok számát. Egy másik a lineáris komplementaritási feladat, de van sok más is.

A téma feldolgozásához meg kell ismerkedni a kapcsolódó angol nyelvű szakirodalommal, és egy publikált, de számítógéppel eddig nem tesztelt eljárást kell implementálni, és tesztelni. Szükségesek programozási ismeretek (Java vagy C/C++), valamint egy matematikai optimalizálást támogató programcsomag használata (CPLEX vagy Gurobi vagy FICO XPress).

*Ajánlott irodalom:*

- [1] J. Kim, M. Tawarmalani, J-P. P. Richard, On cutting planes for cardinality-constrained linear programs, Mathematical Programming, Series A., in press.

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 7. *Téma: Rotor-routing*

*Témavezető:* Tóthmérész Lilla

*Rövid leírás:* A rotor-routing egy egyszerű szabályokkal definiált determinisztikus séta egy irányított gráfon: Minden csúcs körül rögzítjük a ki-élek egy ciklikus sorrendjét és egy ki-élet (ez lesz a rotor-él a csúcsban). Egy lépésben a csúcsban ahol vagyunk, átállítjuk a rotor-élet a következő ki-élre, majd áthaladunk rajta.

Bár ez egy determinisztikus séta, mégis sok paraméterében a véletlen sétákra hasonlít. Ezen kívül egy a gráfhoz rendelt csoportnak a feszítőfákon vett csoportthatását is lehet vele definiálni.

A szakdolgozó feladata a rotor-routing irodalom választott részének feldolgozása. E mellett nyitott kérdéseket is lehet vizsgálni, számítógéppel érdekes példákat generálni.

*Ajánlott irodalom:*

[1] <https://arxiv.org/pdf/0801.3306.pdf>

*Szak:* alkalmazott matematikus és matematikus

---

## Számítógéptudományi Tanszék

---

### 1. *Téma:* Polikromatikus színezések

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Tegyük fel, hogy egy területet lefedünk körlemezekkel úgy, hogy minden pont legalább  $m$  kör belsejében van, ahol  $m$  egy nagy egész szám. Ki lehet-e ekkor színezni a köröket oly módon két színnel, hogy mindkét színosztályba tartozó körlemezek külön-külön is lefedjék az egész területet? A kérdés különböző változatait kapjuk, ha körlemezek helyett más geometriai alakzatokat vizsgálunk, növeljük a színek számát, vagy más feltételt kell a színezésnek teljesítenie.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Linkgyűjtemény: <http://web.cs.elte.hu/~dom/covdec/>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 2. *Téma:* PPA és PPAD bonyolultsági osztályok

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Hogyan tudunk gyorsan találni egy színes háromszöget, aminek a létezését a Sperner-lemma garantálja? Ha kapunk egy Hamilton-kört egy 3-reguláris gráfban, akkor milyen nehéz találni egy másik Hamilton-kört? Milyen nehéz találni egy Nash-egyensúlyt?

*Ajánlott irodalom:*

[1] Christos H. Papadimitriou. On the complexity of the parity argument and other inefficient proofs of existence. [https://doi.org/10.1016/S0022-0000\(05\)80063-7](https://doi.org/10.1016/S0022-0000(05)80063-7)

[2] <https://cstheory.stackexchange.com/questions/37481/does-ppad-really-capture-the-notion-of-finding-another-unbalanced-vertex>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 3. *Téma:* Clustered planarity

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Úgy akarunk síkba rajzolni egy gráfot, hogy meg vannak címkézve a csúcsai és az azonos címkéjűek egy „kupacba” kell, hogy kerüljenek. Pontos definíciók az irodalomban.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Hugo A. Akitaya, Radoslav Fulek, Csaba D. Tóth. Recognizing Weak Embeddings of Graphs.

<https://arxiv.org/abs/1709.09209>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

#### 4. *Téma: Téglás dominálás*

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Itt olyan  $S$  pontalmazt akarunk egy  $P$  pontalmazból kiválasztani, hogy minden  $P$ -beli benne legyen két  $S$ -beli által alkotott téglában. Legfeljebb mekkora  $S$  elég?

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Dömötör Pálvölgyi and András Gyárfás. Domination in transitive colorings of tournaments.

<https://arxiv.org/abs/1302.4677>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

#### 5. *Téma: $(p, q)$ -tétel*

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Alon és Kleitman  $(p, q)$ -tétéle a Helly-tétel általánosítása. Ha egy  $d$ -dimenziós véges konvex halmazcsalád bármely  $p$  eleméből van  $q$ , ami metszi egymást, ahol  $q \geq d + 1$ , akkor van véges sok pont, ami mindet lefogja. Itt az eredeti cikk:

<http://www.combinatorics.org/ojs/index.php/eljc/article/view/v4i2r1>

Egy új bizonyítás itt található: <https://arxiv.org/abs/1512.04026>

Érdekes kérdés, hogy adott értékekre mi a legkevesebb pont, ami elég. Például síkbeli  $(4, 3)$ -ra a legjobb ismert 13 pont, a sejtés pedig, hogy 3 is elég:

[http://www.renyi.hu/~gyarfas/Cikkek/97\\_threeoffourconvex.pdf](http://www.renyi.hu/~gyarfas/Cikkek/97_threeoffourconvex.pdf)

Vannak a kérdésnek más változatai is, pl: <http://arxiv.org/abs/1409.1194>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

#### 6. *Téma: Hogyan rajzoljunk digitálisan egyeneseket, amik csak egyszer metszhetik egymást?*

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* A hagyományos digitális szakaszrajzolások nem tesznek eleget az euklideszi geometria feltételeinek, nemrég azonban sikerült találni egy egyszerű módszert síkban. Térben egyelőre megoldatlan a probléma.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Tobias Christ, Dömötör Pálvölgyi, and Milož Stojaković. Consistent digital line segments

<https://arxiv.org/abs/1009.2142>

- [2] Man Kwun Chiu and Matias Korman. High Dimensional Consistent Digital Segments

<https://arxiv.org/abs/1612.02483>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

#### 7. *Téma: Algebrai módszerek a kombinatorikában*

*Témavezető:* Csikvári Péter

*Rövid leírás:* A kombinatorikában számos eredmény olyan van, melynek bizonyításában kulcsszerepet játszanak algebrai módszerek (lineáris terek, véges testek, mátrixok

sajátértékei). A szakdolgozatban ilyeneket kéne módszeresen, alapötletek köré csoportosítva összegyűjteni, esetleg új bizonyításokat találni. Részletesebb leírás található a [http://www.cs.elte.hu/csiki/courses\\_supervision.html](http://www.cs.elte.hu/csiki/courses_supervision.html) oldalon.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Babai, Frankl: Linear algebra methods in combinatorics
- [2] Van Lint, Wilson: A course in combinatorics
- [3] Brouwer, Haemers: Spectra of graphs
- [4] Godsil, Royle: Algebraic graph theory

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 8. *Téma: Polinomok és extrém kombinatorikus struktúrák*

*Témavezető:* Nagy Zoltán Lóránt

*Rövid leírás:* Számos kombinatorikai kérdésben a struktúra leírásában őket leíró polinomok (eltűnési helyei vagy függetlensége) játszik kulcsszerepet. Ilyen például az  $n$ -dimenziós térben található, egymással állandó szöget bezáró egyenesek maximális száma.

A szakdolgozat célja körbejárni és ismertetni az alkalmazott módszereket

*Ajánlott irodalom:*

- [1] N. Alon: The Combinatorial Nullstellensatz, 1999
- [2] A. Blokhuis: Polynomials in finite geometries and combinatorics, Surveys in combinatorics, 1993, 35-52.

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 9. *Téma: Véges geometriát használó extrémális gráfelméleti konstrukciók*

*Témavezető:* Nagy Zoltán Lóránt

*Rövid leírás:* Jól ismert, hogy a véges síkokból eredő gráfok számos Turán-típusú és egyéb extrémális gráfelméleti kérdésben szolgáltatják az extrémális struktúrát. A szakdolgozat célja ezeket áttekinteni.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Füredi-Simonovits: The history of degenerate (bipartite) extremal graph problems
- [2] Jacob Fox Benny Sudakov, Dependent Random Choice

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 10. *Téma: Catalan-számok: bijekciók, generátorfüggvények és általánosítások*

*Témavezető:* Nagy Zoltán Lóránt

*Rövid leírás:* A Catalan-számok elképesztő mennyiségű kombinatorikai matematikai problémában kerülnek elő, és szép példát adnak sokszínű bizonyítási módszerek alkalmazására. Módszerek, alkalmazások, általánosítások bemutatása a szakdolgozat célja.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] R. Stanley, Catalan Numbers, Cambridge University Press 2015.

*Szak:* mat. tanári

## 11. *Téma: Öregedést befolyásoló gének predikciója gépi tanulással*

*Témavezető:* Kerepesi Csaba

*Rövid leírás:* Az elmúlt 25 évben számos öregedéssel kapcsolatos molekuláris útvonalat tártak fel genetikai model organizmusokban. Az első nagy felfedezés az volt, hogy egyetlen gén kiütésével megduplázták a fonalféreg (*Caenorhabditis elegans*) várható élettartamát. Azóta több gén egyszerre történő manupulációjával 10-szeres élethosszabbítást is el tudtak



érni. Az emberhez jelentősen közelebb álló modell organizmus, a házi egér (*Mus musculus*) esetében azonban "csak" közel másfélszeres élettartam-növelés a rekord, és óriási pénzdíjak vannak kitűzve a megdöntésére. A jelölt gépi tanulási módszerekkel elemzi ki, milyen közös tulajdonságok jellemzik az öregedéssel kapcsolatos géneket. Ez alapján új kísérleti célpontokat prediktál, amelyeket aztán a genetikusok hatékonyan felhasználhatnak az élettartam-hosszabbító kísérleteikben. Ehhez először publikusan elérhető adatbázisokból (GenAge, UniProt, Gene Ontology) kell összegyűjtenie a feladat szempontjából hasznosnak ítélt jellemzőket (saját Python scriptekkel). Ezután a legújabb felügyelt gépi tanulási módszereket használva (pl. XGBoost) végez predikciókat. Érdekes nyitott kérdés, hogy mennyire lehet jól prediktálni az öregedéssel kapcsolatos fehérjéket, és lehet-e találni egy egyszerű modellt, ami jól értelmezhetően megmondja, mitől lesz öregedéssel kapcsolatos egy fehérje.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Fabio Fabris, Joao Pedro de Magalhaes, and Alex A Freitas. "A review of supervised machine learning applied to ageing research." *Biogerontology*, pages 223 1-18, 2017.
- [2] Tianqi Chen and Carlos Guestrin. "XGBoost: A Scalable Tree Boosting System." In *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 785-794. ACM, 2016.

*Szak:* alkalmazott matematikus

## 12. *Téma: Gráfok lista-színezése*

*Témavezető:* Barát János

*Rövid leírás:* Gráfok csúcsainak színezése egy alapvető elméleti probléma, ami még jól alkalmazható is. Sokat népszerűsített eredmény, hogy minden síkbarajzolt gráf tartományai kiszínezhetők 4 színnel úgy, hogy szomszédos tartományok különböző színt kapjanak. Tegyük most fel, hogy a csúcsokhoz előre rendelt listák vannak, abból kell színt választanunk. Thomassen bizonyította, hogy síkgráfokra ekkor elegendő, ha minden lista legalább 5 elemű. Ehhez hasonló állításokat szeretnénk bizonyítani.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] C. Thomassen: Every planar graph is 5-choosable
- [2] J.Barát, G.Joret, D.R.Wood: Disproof of the List Hadwiger Conjecture

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 13. *Téma: Gráfok élfelbontásai*

*Témavezető:* Barát János

*Rövid leírás:* Adott egy  $G$  gráf és szeretnénk az éleit szétosztani adott módon. Tipikusan olyan kérdéseket vizsgálunk, hogy milyen él-összefüggőségi feltétel teljesüljön  $G$ -re ahhoz, hogy biztosan legyen élfelbontása előre megadott gráfokra. Itt a megadott osztály lehet a háromélű gráfok halmaza vagy egy adott  $H$  gráf. Szükséges és elégséges feltételek is érdekesek. Az előbbi azt jelenti, hogy ellenpéldákat keresünk.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Barát J: Karmok és útfelbontások

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 14. *Téma: Extremális kérdések uniform hipergráfokra*

*Témavezető:* Barát János

*Rövid leírás:* Egy adott  $n$  elemű csúcshalmazon tekintsünk  $r$ -elemű részalmazokat, melyeket éleknek nevezünk. A csúcsok és az élek együtt egy  $r$ -uniform hipergráfot alkotnak. Két él metszi egymást, ha van közös csúcsuk. Ha bármely két él metszi egymást, akkor a hipergráf metsző. Egy csúcshalmaz lefogó, ha minden élet metsz. Világos, hogy egy metsző  $r$ -uniform hipergráfban a legkisebb lefogó mérete legfeljebb  $r$ . Erdős és Lovász kérdezte, hogy legalább hány éle van egy  $r$ -uniform metsző hipergráfnak, ha a legkisebb lefogó mérete  $r$ . Az  $r$ -uniform hipergráfok között speciálisak az  $r$ -osztályúak. Ryser egyik sejtésének alesele metsző hipergráfokra azt mondja, hogy mindig van legfeljebb  $r - 1$  elemű lefogó. Ezen kérdéseket vizsgálunk.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] P. Erdős and L. Lovász: Problems and results on 3-chromatic hypergraphs and some related questions.
- [2] T. Mansour, C. Song, R. Yuster: A comment on Ryser's conjecture for intersecting hypergraphs.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 15. *Téma: Biológiai hálózatok analízise gráfelméleti eszközökkel*

*Témavezető:* Grolmusz Vince

*Rövid leírás:* A fehérje-fehérje interakciós gráfok, valamint az emberi agy gráfjának gráfelméleti elemzésére van lehetőség az érdeklődő és nagyfelkészültségű hallgatónak.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Gábor Iván, Vince Grolmusz: When the Web Meets the Cell: Using Personalized PageRank for Analyzing Protein Interaction Networks, *Bioinformatics*, Vol. 27, No. 3. pp. 405-407 (2011)
- [2] Dániel Bánky, Gábor Iván, Vince Grolmusz: Equal Opportunity for Low-Degree Network Nodes: A PageRank-Based Method for Protein Target Identification in Metabolic Graphs, *PLoS ONE* 8(1): e54204. doi:10.1371/journal.pone.0054204, published 29 Jan 2013
- [3] Balázs Szalkai, Csaba Kerepesi, Bálint Varga, Vince Grolmusz: The Budapest Reference Connectome Server v2.0, *Neuroscience Letters*, Vol. 595 (2015), Pages 60-62, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neulet.2015.03.071>,
- [4] Vince Grolmusz: Identifying Diabetes-Related Important Protein Targets with few Interacting Partners with the PageRank Algorithm, *Royal Society Open Science*, 2:140252, (2015) doi: <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.140252>.
- [5] Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Graph Theoretical Analysis Reveals: Women's Brains Are Better Connected than Men's. *PLoS ONE* 10(7): e0130045 (2015) doi: <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0130045>
- [6] Csaba Kerepesi, Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: How to Direct the Edges of the Connectomes: Dynamics of the Consensus Connectomes and the Development of the Connections in the Human Brain, *PLoS One* 11(6): e0158680. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0158680>, June 30, 2016
- [7] Balázs Szalkai, Csaba Kerepesi, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Parameterizable Consensus Connectomes from the Human Connectome Project: The Budapest Reference Connectome Server v3.0, *Cognitive Neurodynamics*, 11(1), pp. 113-116, (2017) <http://dx.doi.org/10.1007/s11571-016-9407-z>

[8] Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Brain Size Bias Compensated Graph-Theoretical Parameters are Also Better in Women's Structural Connectomes, Brain Imaging and Behavior (2017) <http://dx.doi.org/10.1007/s11682-017-9720-0>

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus

**16. Téma: A Fregatt fehérje-gyógyszermolekula dokkolóprogram továbbfejlesztése javított globális optimalizálási stratégiával**

*Témavezető:* Grolmusz Vince

*Rövid leírás:* A Fregatt fehérje-kismolekula dokkoló algoritmust a kutatócsoportunk fejlesztette ki. A globális optimalizálási eljárások fejlesztésére és összehasonlítására van lehetősége az érdeklődő, nagy felkészültségű hallgatónak.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Christoph Scheich, Zoltán Szabadka, Beáta Vértessy, Vera Pütter, Vince Grolmusz, Markus Schade: Discovery of Novel MDR-Myco bacterium tuberculosis Inhibitor by New FRIGATE Computational Screen. PLoS ONE 6(12): e28428.

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus

**17. Téma: Mesterséges neurális hálók alkalmazása biológiai problémák megoldásában**

*Témavezető:* Grolmusz Vince

*Rövid leírás:* A mesterséges intelligencia eszközei közül talán a mesterséges neurális hálózatok azok, amelyek fejlődése olyan fokra jutott jelenleg, hogy nagyon jelentős felfedezések várhatók a tudomány sok területén alkalmazásukkal. Kutatócsoportunk a biológiai tulajdonságok leírására alkalmaz neurális hálózatokat. Kizárólag kiváló és nagyon motivált hallgató jelentkezését várjuk.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Near Perfect Protein Multi-Label Classification with Deep Neural Networks, Methods (2017), <https://doi.org/10.1016/j.ymeth.2017.06.034>

[2] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: SECLAF: A Webserver and Deep Neural Network Design Tool for Biological Sequence Classification, arXiv preprint, arXiv:1708.04103

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus

**18. Téma: Metagenomikai adathalmazok analízise**

*Témavezető:* Grolmusz Vince

*Rövid leírás:* A metagenomika aránylag új tudományág, durván a környezeti és klinikai mintákban való, mikroorganizmusoktól származó rövid DNS szakaszok analízisét jelenti. Metagenomikai módszerekkel mutatták meg, hogy sok olyan helyen (pl. az egészséges tüdőben, az anyatejben, a nyílt óceánok vízében) sokkal több baktérium, illetve vírus van, mint azt addig gondolták. Az új baktériumok és vírusok száma az eddig ismertekenk legalább százszorosa, azaz számtalan, eddig még ismeretlen káros vagy hasznos baktérium, illetve vírus létezik körülöttünk. A metagenomikai minták matematikai analízise izgalmas, nehéz és hálás feladat. Kizárólag kiváló és nagyon motivált hallgató jelentkezését várjuk.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: The 'Giant Virus Finder' Discovers an Abundance of Giant Viruses in the Antarctic Dry Valleys, Archives of Virology (2017) Vol. 162, No. 6, pp. 1671-1676 <http://dx.doi.org/10.1007/s00705-017-3286-4>

- [2] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Significant Differences Found in Short Nucleotide Sequences of Human Intestinal Metagenomes of Northern-European and Chinese Origin, *Biochimica et Biophysica Acta (BBA) General Subjects*, Vol. 1861 (2017), Issue 1, Part B, January 2017, pp. 3627-3631
- [3] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Nucleotide 9-mers Characterize the Type II Diabetic Gut Metagenome; *Genomics*, Vol. 107 (2016) pp. 120-123, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ygeno.2016.02.007>
- [4] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: Evaluating the Quantitative Capabilities of Metagenomic Analysis Software, *Current Microbiology*, Vol. 72. No. 5. pp. 612-616 (2016), <http://dx.doi.org/10.1007/s00284-016-0991-2>
- [5] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: Giant Viruses of the Kutch Desert, *Archives of Virology*, Vol. 161 (2016), No.3 pp.721-724, doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s00705-015-2720-8>
- [6] Csaba Kerepesi, Balázs Szalkai, Vince Grolmusz. Visual Analysis of the Quantitative Composition of Metagenomic Communities: the AmphoraVizu Webserver, *Microbial Ecology* Vol. 69 (2015) pp. 695-697, DOI 10.1007/s00248-014-0502-6
- [7] Balázs Szalkai, Ildikó Scheer, Kinga Nagy, Beáta G Vértessy, Vince Grolmusz, The Metagenomic Telescope, *PLoS One*, Vol. 9, No. 7, e101605 (2014). <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0101605>
- [8] Csaba Kerepesi, Dániel Bánky, Vince Grolmusz: AmphoraNet: The Webserver Implementation of the AMPHORA2 Metagenomic Workflow Suite, *Gene*, Vol. 539, No. 1, pp. 152-153, April 2014, <http://dx.doi.org/10.1016/j.gene.2013.10.015>

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus

**19. Téma: Kombinatorikus optimalizálási módszerek a villamos hálózatok elméletében**

*Témavezető:* Recski András

*Szak:* alkalmazott matematikus

**20. Téma: Matroidelmélet, matroidok összegével kapcsolatos vizsgálatok**

*Témavezető:* Recski András

*Szak:* matematikus

**21. Téma: Kombinatorikus optimalizálási módszerek alkalmazása a statikában**

*Témavezető:* Recski András

*Szak:* alkalmazott matematikus

**22. Téma: Véges geometria**

*Témavezető:* Szőnyi Tamás

*Szak:* matematikus

**23. Téma: Szimmetrikus struktúrák**

*Témavezető:* Szőnyi Tamás

*Szak:* matematikus

**24. Téma: Kódelmélet**

*Témavezető:* Szőnyi Tamás

*Szak:* matematikus

### 1. *Téma: Bayesi modell átlagolás*

*Témavezető:* Arató Miklós

*Rövid leírás:* A bayesi modell átlagolás és faktorösszevonás (factor collapsing) statisztikához, adatbányászathoz és clusterezéshez kapcsolódó módszer. Mind folytonos, mind diszkrét változók esetén alkalmazható, amikor nagyszámú magyarázó változónk van.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Hu, S., O'Hagan, A., and Murphy, T. B.: Motor insurance claim modelling with factor collapsing and Bayesian model averaging, *Stat*, 7: e180. doi: 10.1002/sta4.180, (2018)
- [2] Hoeting, JA, Madigan, D, Raftery, AE & Volinsky, CT: Bayesian model averaging: a tutorial, *Statistical Science*, Vol. 14(3), 382-417, (1999)

*Szak:* Biztosítási és pénzügyi Matematika MSc, aktuárius szakirány, Matematikus MSc, Alkalmazott Matematikus MSc

### 2. *Téma: Térbeli, időbeli, minőségi jellemzők hatásai véletlen gráfokban* (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Backhausz Ágnes

*Rövid leírás:* Az elmúlt évtizedben számos véletlengráf-modellt vizsgáltak különféle szempontokból. Mivel a kutatások motivációja részben a nagyméretű valós hálózatok modellezése, természetesen adódik, hogy olyan jellemzőket is figyelembe vegyünk, melyekkel a valódi hálózatok csúcsai is rendelkeznek. Ezért lehet érdemes olyan véletlen gráfokat vizsgálni, melynek csúcsai a térben helyezkednek el véletlenszerűen, és közelebbi csúcsok között nagyobb valószínűséggel megy él, vagy ahol idősebb csúcsok kisebb valószínűséggel szereznek új kapcsolatokat, vagy a csúcsokat születésükkor egy véletlenül sorsolt fitness mennyiséggel látjuk el, mely hatással van arra, hogy az adott csúcs milyen valószínűséggel kap új éleket a későbbiekben.

A szakdolgozatban a vonatkozó szakirodalom áttekintésén, összefoglalásán kívül a feladat számítógépes szimulációk készítése és ennek segítségével annak vizsgálata, hogy a fenti jellemzők figyelembe vétele mennyire módosítja a gráf szerkezetét, például Barabási–Albert-típusú gráfok esetén hogyan befolyásolja a klaszteresedési együtthatót vagy az asszortativitást.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] A. Garavaglia, R. van der Hofstad and G. Woeginger, The dynamics of power laws: fitness and aging in preferential attachment trees, *J. Stat. Phys.* 168 (2017), no. 6, 1137–1179.
- [2] R. van der Hofstad, *Random graphs and complex networks*. Vol. 1, Cambridge University Press, 2017.
- [3] E. Jacob and P. Mörters, Spatial preferential attachment networks: power laws and clustering coefficients, *Ann. Probab.* 25 (2015), no. 2., 632–662.

*Szak:* alkalmazott matematika

### 3. *Téma: Frakcionális Brown-mozgásra épülő volatilitási modellek*

*Témavezető:* Backhausz Ágnes

*Rövid leírás:* Az utóbbi években a pénzügyi modellezésben egyre népszerűbbek az úgynevezett “rough volatility” modellek. Ezek a sztochasztikus volatilitást feltételező modellek általánosításainak tekinthetők, amikor a volatilitásra vonatkozó sztochasztikus differenciálegyenletben a Brown-mozgás helyett frakcionális Brown-mozgás jelenik meg. Ezen modellek létjogosultságát főként a magas frekvenciájú kereskedés megértése adja, hiszen ebben az esetben a volatilitást is pontosabban kell modellezni.

A feladat a frakcionális Brown-mozgásra épülő sztochasztikus differenciálegyenletek, volatilitási modellekkel kapcsolatos szakirodalom feldolgozása, illetve néhány kapcsolódó számítógépes szimuláció készítése.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] J. Gatheral, T. Jaisson, M. Rosenbaum: Volatility is rough. Kézirat. arXiv:1410.3394.
- [2] L. Bergomi and J. Guyon: Stochastic volatility’s orderly smiles. Risk May, pp. 60–66, 2012.

*Szak:* biztosítás- és pénzügyi matematika, pénzügyi matematika szakirány

#### 4. *Téma: Szenzorhálózatok a síkon*

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* Egy területet szeretnénk úgy megfigyelni, hogy néhány szenzort elhelyezünk rajta. Azonban tudjuk, hogy ezek függetlenül bizonyos  $p$  valószínűséggel meghibásodhatnak. A szenzoroknak egy konfigurációját aszerint értékeljük ki, hogy mi az a távolság, amin belül a tér minden pontjához már találunk egy szenzort. Szeretnénk ennek a távolságnak a várható értékét minimalizálni, amikor a szenzorok meghibásodhatnak.

Ha a megfigyelendő terület egy dimenziós, egy szakasz, azt elég jól értjük, illetve nemrég egy MSC dolgozatban a téma néhány további problémája feldolgozásra került. Számos kérdés azonban vizsgálatra érdemes, az alábbiakból néhányat válogatva lehetne folytatni a kutatást (ez tág választék, nem egyetlen MSC-be kell beleférjen):

- 1) Szabályos mintázatok esetén csak a négyszögrácsot vizsgálták. Mi a helyzet háromszög- vagy hatszögrács vagy egyéb esetekben?
- 2) A numerikus eredményeket elméleti becslésekkel is jó lenne megtámogatni.
- 3) A véletlen mintázatok szimulációs kiértékelésénél (Monte-Carlo algoritmus) érdekes lenne összevetni a “rossz eseteknél” (pl. amikor minden szenzor ugyanabba sarokba kerül), hogy milyen gyakran fordul elő, cserébe mennyiben járul hozzá a várható értékhez.
- 4 Véletlen mintázatok kialakításához nem csak a függetlenül elhelyezett szenzorok jönnek szóba, ennél rafináltabb ötletek mentén is el lehet indulni.
- 5 Hatékony elrendezés keresésére jobb és gyorsabb eljárás keresése is nyitott feladat.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] P Frasca, F Garin, B Gerencsér, JM Hendrickx, One-dimensional coverage by unreliable sensors, SICON 2015
- [2] [http://essay.utwente.nl/66951/1/Broekema\\_AppliedMathematics\\_EWI.pdf](http://essay.utwente.nl/66951/1/Broekema_AppliedMathematics_EWI.pdf)

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

#### 5. *Téma: Véletlen permutációk és feltételesen konvergens sorok*

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* Ez egy félig valszámos, félig analízis téma. Az alapkérdés az, hogy egy feltételesen konvergens sort mikor tesz divergense egy permutáció (vagy mikor változtatja meg a limeszt), és itt mi a sorok és a kapcsolódó permutációk struktúrája.

Itt meg lehetne nézni különböző véletlen permutációk esetét. Kiindulva független  $X_n \sim N(n, \sigma_n)$  változókból, a kapott értékek sorrendje megadja a természetes számok egy permutációját. Ez eléggé “lokális” permutáció lesz, talán 1 valószínűséggel minden sort békén hagy, ha  $\sigma_n$  elég gyorsan lecsengő Sőt, lehetne a sor is véletlen meg a permutáció is, itt mit mondhatunk?

*Ajánlott irodalom:*

- [1] R P Agnew, Permutations preserving convergence of series, Proceedings of the American Mathematical Society, 1955
- [2] G Tusnády, On rearrangements of infinite series, Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis de Rolando Eotvos Nominatae 1966
- [3] B Gerencsér: On convergence sets of conditionally convergent series, Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica 2011

*Szak:* matematikus

## 6. *Téma: Keverés a szakaszon bővített lehetőségekkel*

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* A motiváció abból fakad, hogy most már mindenütt elosztott számítógépes és szenzor hálózatok dolgoznak, ahol a frissen megjelenő adatot hatékonyan teríteni kell az egész rendszeren. Ennek egy egyszerűsített (cserébe precíz) változatát tekintjük.

Egy  $n$  csúcú vonal gráfon helyezkednek el a “szenzorok”, mindegyik egy-egy bemeneti adattal, a feladat ezek átlagának kiszámolása közösen. Alapesetben minden lépésben az egységek prezentálják pillanatnyi értéküket a szomszédoknak, majd a látottnak veszik egy sima függvényét és ez alapján frissítik a saját adatukat. Ismert, hogy ez esetben legalább  $n^2$  nagyságrendű lépésre van szükség.

Kérdés, lehet-e ezen gyorsítani, ha kevésbé korlátozzuk az egységeket? Többek között a következő lehetőségek merülnek fel:

- a) Minden szenzor még néhány bitre vagy néhány valós számra való memóriával rendelkezik.
- b) Eltérő üzenet küldése a két irányba.
- c) A szenzorok az elmúlt  $k$  értékre emlékezve határozhatják meg a jelenlegit.
- d) A frissítésre használt függvény lehet nem sima vagy nem folytonos.

Az átlagolás bizonyosan elérhető  $\approx n$  lépésben ha a) + b)-t megengedjük vagy d) extrém esetében (ha pl. nem is mérhet?).

*Ajánlott irodalom:*

- [1] A Olshevsky, J N Tsitsiklis, A lower bound for distributed averaging algorithms on the line graph, IEEE CDC 2010
- [2] S Boyd, P Diaconis, L Xiao, Fastest mixing Markov chain on a graph, SIAM review, 2004
- [3] S Boyd, P Diaconis, J Sun, L Xiao Fastest mixing Markov chain on a path, The American Mathematical Monthly, 2006

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

**7. Téma: A főkomponens-analízis és a Kosambi-Karhunen-Loève tételkör gyakorlati alkalmazásai**

*Témavezető:* Korniyik Miklós

*Rövid leírás:* A főkomponens-analízis és a Karhunen-Loève elmélet a gyakorlatban (pl. neurobiológia, neurális hálózatok, szeizmológia, képfeldolgozás) széleskörűen elterjedt eszközök többdimenziós minták illetve idősorok elemzésére. Sok esetben az adatsor zajjal terhelt jel és a cél az eredeti jel kinyerése. A hallgató feladata a PCA és/vagy KL sorfejtés elméletének megértése mellett annak gyakorlati példán való programozása (preferált "nyelv" MATLAB) és az eredmények értékelése. Idő függvényében más módszerekkel is össze lehet vetni az előzőeket.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Oja, E. Principal components, minor components, and linear neural networks. *Neural Networks*, 1992,5.6:927–935
- [2] Jorgensen, P. E., Song, M. S. Entropy encoding, Hilbert space, and Karhunen-Loève transforms. *Journal of Mathematical Physics*, 2007, 48(10), 103503.
- [3] Mudrova, M., and A. Prochazka. "Principal component analysis in image processing." *Proceedings of the MATLAB Technical Computing Conference, Prague*. 2005.

*Szak:* alkalmazott matematikus

**8. Téma: Idősoros vagy pénzügyi matematikai téma**

*Témavezető:* Márkus László

*Rövid leírás:* Márkus László honlapján található témaleírásokból lehet választani

*Ajánlott irodalom:*

- [1] [http://web.cs.elte.hu/probability/markus/Szakedolg\\_Temak.htm](http://web.cs.elte.hu/probability/markus/Szakedolg_Temak.htm)

*Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika MSc

**9. Téma: Atlasz modell**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* A szakedolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Ichiba T, Papathanakos V, Banner A, Karatzas I and Fernholz R (2011), "Hybrid Atlas models", *Ann. Appl. Probab.*. Vol. 21(2), pp. 609-644.
- [2] Banner AD, Fernholz R and Karatzas I (2005), "Atlas models of equity markets", *Ann. Appl. Probab.*. Vol. 15(4), pp. 2296-2330.
- [3] Fernholz R (2001), "Equity portfolios generated by functions of ranked market weights", *Finance Stoch.*. Vol. 5(4), pp. 469-486.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika MSc

**10. Téma: Érzékenységszámítás Malliavin kalkulussal**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* Egy származtatott termék árának függése a különböző modell paramétereiktől fontos mennyiség a pénzügyi matematikában. Ezeknek az érzékenységeknek a számítása a legegyszerűbb modellektől eltekintve Monte-Carlo módszerekkel történik. A naív numerikus deriválás helyett bizonyos modellekben lehet ügyesebben is számolni. A szakedolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése. Lehetőség van a megismert módszerek implementálására, hatékonyságuk numerikus vizsgálatára.



*Ajánlott irodalom:*

- [1] Fournié, E., Lasry, J.-M., Lebuchoux, J., and Lions, P.-L. (2001). Applications of Malliavin calculus to Monte-Carlo methods in finance. II. *Finance Stoch.*, 5(2):201–236.
- [2] Fournié, E., Lasry, J.-M., Lebuchoux, J., Lions, P.-L., and Touzi, N. (1999). Applications of Malliavin calculus to Monte Carlo methods in finance. *Finance Stoch.*, 3(4):391–412.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika

## 11. *Téma: Bennfentes információ modellezése filtrációbővítéssel*

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* Matematikailag a bennfentes információt, azaz az árfolyam alakulására vonatkozó plusz információt, filtráció bővítéssel lehet modellezni. A filtráció bővítésével az árfolyamat szemimartingál felbontása megváltozhat. Ennek eredményeként bennfentes kereskedő által elérhető utility magasabb lehet, mint a közönséges befektető által elérhető. Bizonyos esetben, de nem mindig, arbitrázs lehetőség is kialakulhat.

A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése, az árfolyamat felbontásának kiszámítása egyszerűmodellekben, ill. bizonyos típusú bővítések esetében.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Amendinger, J., Imkeller, P., and Schweizer, M. (1998). Additional logarithmic utility of an insider. *Stochastic Process. Appl.*, 75(2):263–286.
- [2] Imkeller, P., Pontier, M., and Weisz, F. (2001). Free lunch and arbitrage possibilities in a financial market model with an insider. *Stochastic Process. Appl.*, 92(1):103–130.
- [3] Imkeller, P. (2003). Malliavin’s calculus in insider models: additional utility and free lunches. *Math. Finance*, 13(1):153–169. *Conference on Applications of Malliavin Calculus in Finance (Rocquencourt, 2001)*.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika

## 12. *Téma: Modern statisztikai módszerek, alkalmazások*

*Témavezető:* Pröhle Tamás

*Rövid leírás:* A jelentkező hallgatók érdeklődésének megfelelő, szabadon választott statisztikai téma

*Ajánlott irodalom:* Tipikusan angol nyelvű cikkek

*Szak:* alkalmazott matematikus

## 13. *Téma: Dynamic Collar Strategies under Solvency II*

*Témavezető:* Márkus László (közös a SolvencyAnalytics cég munkatársaival)

*Rövid leírás:* Equity charges for insurance companies under Solvency II are not only substantial but also linked to a stochastic variable, the so-called symmetric adjustment (SA). The symmetric adjustment varies between +/-10% around standard equity charges of 39% for type 1 equities and 49% for type 2 equities. The SA may not only lead to massive capital charges of up to 49% or 59% but also introduces a source of uncertainty into the financial system as future capital charges become stochastic.

Our intuition tells that in times where equity charges are high due to a positive SA, equity exposure should be lower than in times of negative SA. The aim of this thesis topic is

to find trading strategies that exploit this property by achieving long term average returns at lower capital charges.

A way of reducing equity charges is by self financing collar strategies. A "static" collar strategy would keep the put strike in a constant proportion to the equity's price at each rebalancing date and choose the call's strike price to finance the put option. By this, downside risk and thus, equity capital charge would be reduced at the expense of giving up upside participation. In contrast to the above, a dynamic collar strategy would choose the put's strike price as a function of the time dependent symmetric adjustment (published monthly on EIOPA's website and which is calculated by comparing current index level with a moving average level of the index). According to our intuition, such dynamic collar strategies should - in the long run - provide lower average equity capital charges while not changing average portfolio performance significantly compared to a static strategy.

The most simple way of backtesting such dynamic collar strategies is using index options on well known indices. If historical option prices are unknown, you may calculate historical prices with some assumptions on implied volatility and backtest the dynamic collar strategy. The advantage of this method is that for well-known indices, index levels as well as the symmetric adjustments are available (or can be calculated) for over 100 years and that backtests over long periods can be performed.

Note that the results of this thesis have direct practical relevance as the strategy can be easily implemented by some index tracker (ETFs, index funds, index futures etc.) and the corresponding index options.

Goals of the thesis

- Review the Solvency II risk model (pillar 1) with focus on equity charges and symmetric adjustment
- Review and categorize option strategies with focus on self financing collars
- Develop a dynamic collar strategy where the put option's strike is a function of the symmetric adjustment
- Calibrate and backtest this strategy with historical data using a) observed index option prices and b) for long-term studies using calculated option prices
- Apply these strategies to major equity indices (e.g. Eurostoxx, S&P 500, DAX)

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Neftci: Principles of Financial Engineering, 2. Edition, Academic Press, 2008, Chapter 7f
- [2] <https://eiopa.europa.eu/>
- [3] <https://eiopa.europa.eu/activities/insurance/solvency-ii/index.html>
- [4] <http://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/PDF/?uri=OJ:L:2015:012:FULL&from=EN>
- [5] <https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/symmetric-adjustment-of-the-equity-capital-charge>
- [6] Ahn, D.-H., Boudoukh, J., Richardson, M. and Whitelaw, R. F. (1999), Optimal Risk Management Using Options. The Journal of Finance, 54: 359-375
- [7] Brown, D.-B., Smith J.E.(2011): Dynamic Portfolio Optimization with Transaction Costs: Heuristics and Dual Bounds. Management Science, Vol 57, No. 10: 1752-1770

- [8] Shreve, S. E., H. M. Soner. 1994. Optimal investment and consumption with transaction costs. *Ann. Appl. Probab.* 4 (3) 609-692.
- [9] Szado, Kazemi (2008): Collaring the Cube: Protection Options for a QQQ ETF Portfolio. Technical Document.
- [10] Yim, Lee, Yoo, Kim (2011): A Zero-Cost Collar Option Applied to Materials Procurement Contracts to Reduce Price Fluctuation Risks in Construction. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, <http://waset.org/Publication/a-zero-cost-collar-option-applied-to-materials-procurement-contracts-to-reduce-price-fluctuation-risks-in-construction/2482>

*Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika (kvantitatív pénzügy szakirány)

#### 14. **Téma: Convertible Bond Pricing under Solvency II and the Swiss Solvency Test**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos (közösen a SolvencyAnalytics cég munkatársaival)

*Rövid leírás:* Convertible Bonds are corporate bonds with an embedded option to convert into a predefined number of company shares. Consequently, the convertible bond is priced similarly as a corporate bond if the equity price is low (i.e. significantly below conversion price). However, if equity price is significantly above conversion price the convertible bond is likely to be converted and its price behaviour is similar to the underlying shares.

The application of convertible bond pricing models to Solvency II is at the core of this thesis.

Relevancy for Solvency II

Convertible bonds are a hybrid asset class between corporate bonds and equities. They are characterized by a so-called convex payoff profile: a convertible bond's price reacts more to positive equity shocks than to negative shocks of equal absolute size.

As Solvency II uses Value-at-Risk and expected shortfall as risk measures instead of volatility, financial instruments with convex payoffs are likely to benefit under these regulatory regimes. In order to demonstrate the impact of this complex asset class on an insurance company's solvency coverage ratio, the applied asset pricing model has to be able to incorporate specific risk factors. These are the shocks defined in the market risk module of Solvency II.

Note that asset pricing models that tend to produce "conservative" results may be favoured from regulatory perspective.

Goals of the Thesis:

- Literature review of different convertible bond models
- Review of main Solvency II market risk factors
- Implementation of convertible bond pricing functions in Python
- Compare these with empirical data - and if possible, adjust models to produce conservative results (rather underpricing than overpricing under negative shocks)

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Balazs Mezöfi, *Convertible Bond Pricing - An Empirical Study for Solvency II*, Master Thesis paper, Corvinus University / ELTE, 2015
- [2] Jan De Spiegeleer, Wim Schoutens and Philippe Jabra: *The Handbook of Convertible Bonds: Pricing, Strategies and Risk Management*. Wiley 2011

- [3] Daniel Niedermayer: Convertible Bonds - Fundamentals, Asset Allocation, Solvency. Credit Suisse 2014. [https://www.credit-suisse.com/asset\\_management/downloads/marketing/wp\\_broschuere\\_convertibles\\_eng.pdf](https://www.credit-suisse.com/asset_management/downloads/marketing/wp_broschuere_convertibles_eng.pdf)
- [4] Bardhan, I.–Bergier, A.–Derman, E.–Dosembet, C.–Kani, I. (1994): Valuing Convertible Bonds as Derivatives. Technical Report, Goldman Sachs.
- [5] Batten, J. A.–Khaw, K.–Young, M. R. (2014): Convertible Bond Pricing Models. Journal of Economic Surveys, Vol. 28. No. 5, pp. 775-803.
- [6] Chambers, D. R. – Lu, Q. (2007): A Tree Model for Pricing Convertible Bonds with Equity, Interest Rate, and Default Risk. The Journal of Derivatives, Vol. 14, pp. 25-46.
- [7] Tsiveriotis, K.–Fernandes, C. (1998): Valuing Convertible Bonds with Credit Risk. Journal of Fixed Income, Vol. 8. No. 2, pp. 95-102.
- [8] Zabolotnyuk, Y.–Jones, R.–Veld, C. (2010): An Empirical Comparison of Convertible Bond Valuation Models. Financial Management, Vol. 39. No. 2, pp. 675-706.

*Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi Matematika (kvantitatív pénzügy szakirány)

**15. Téma: Fogadási stratégiák nyereséges játékoknál**

*Témavezető:* Zempléni András (a téma már foglalt)

*Rövid leírás:* A nyereséges játékokkal kapcsolatos fő kérdés az ösztőke maximalizálása. A szakdolgozat feldolgozza a téma szakirodalmát és gyakorlati vizsgálatokat is végez szimulációk alapján.

- [9] Edward O. Thorp (2006): The Kelly criterion in blackjack sports betting, and the stock market, In: Handbook of Asset and Liability Management, Volume 1
- [10] L. Breiman (2006): Optimal gambling systems for favorable games

*Ajánlott irodalom:* alkalmazott matematikus

*Szak:*

**16. Téma: Solvency II Market Risk: Does the Calibration of the Standard Formula still hold? (Jointly supervised with SolvencyAnalytics)**

*Témavezető:* Zempléni András (közösén a SolvencyAnalytics cég munkatársaival)

*Rövid leírás:* Thesis topic: Solvency II requires assets' and liabilities' valuation under market scenarios defined in the market risk module. By applying these scenarios on an insurance company's balance sheet, the solvency capital requirement (SCR) and eventually, an insurer's solvency coverage ratio can be calculated. With over 4000 companies with over 7tr EUR assets the regulatory model's calibration has a key practical relevance.

Clearly, the market risk scenarios defined in the Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 describe some average figures and are calibrated on some underlying data sample. Some information on the calibration is given in the paper "The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation (July 2014)" published by EIOPA. As an example, the interest rate risk calibration has been conducted as follows (see page 14f): "The calibration of the interest rate shocks in the standard formula are based on the relative changes of the term structure of interest rates using the following 4 datasets: EUR government zero coupon term structures (1997 to 2009), GBP government zero coupon term structures (1979 to 2009), and both Euro and

GBP LIBOR/swap rates (1997 to 2009). For each of the four individual datasets, stress factors were assessed through a Principal Component Analysis (PCA), according to their maturity."

Details of this statistics as well as further analyses would be highly relevant. These include:

- statistics of the shocks (i.e on the dispersion)
- sensitivity to the choice of the estimation time window
- how would shocks look like if they were calibrated at different years as well as with current data

Moreover, using a sample insurance's balance sheet data provided by SolvencyAnalytics, show the impact of the different calibrations on this company's solvency coverage ratio.

Goals of the thesis:

- Review on Solvency II market risk framework
- Review of statistical models used for Solvency II calibration and of alternative models
- Implement the basic Solvency II framework in Python (some help may be provided by SolvencyAnalytics)
- Show the sensitivity of the Solvency II shock calibration to underlying data
- Show the sensitivity of a sample insurance company's solvency coverage ratio to the choice of the underlying data

*Ajánlott irodalom:*

- [1] EIOPA: Commission Delegated Regulation (EU) 2015/35 (esp. pages 104f)  
<http://eur-lex.europa.eu/legalcontent/EN/TXT/PDF/?uri=OJ:L:2015:012:FULL&from=EN>
- [2] EIOPA: The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation (July 2014)  
[https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/EIOPA-14322\\_Underlying\\_Assumptions.pdf](https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/EIOPA-14322_Underlying_Assumptions.pdf)
- [3] <https://eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/CEIOPS-L2Advice-Market-risk-calibration.pdf>
- [4] <https://eiopa.europa.eu/CEIOPS-Archive/Documents/Advices/CEIOPSCalibration-paper-Solvency-II.pdf>
- [5] [http://www.cequra.uni-muenchen.de/download/cequra\\_wp\\_041.pdf](http://www.cequra.uni-muenchen.de/download/cequra_wp_041.pdf)
- [6] <http://arxiv.org/pdf/1506.04125v1.pdf>

*Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika (kvantitatív pénzügy szakirány)