Modulzáró vizsga az ELTE matematikatanári mesterszakán

A modulzáró vizsga célja annak ellenőrzése, hogy a tanárjelölt birtokában van-e a középiskolai matematikaoktatáshoz szükséges biztos szakmai háttérnek. A vizsgán a jelölt először egy feladatot kap, amely nehézségében az emelt szintű érettségi feladatoknak felel meg. Ezáltal a tanárjelölt igazolhatja, hogy kellő jártassággal rendelkezik a középiskolai matematikai feladatok megoldásában. Az is elvárás a jelölttel szemben, hogy a feladat megoldását kellő szabatossággal tudja kifejteni. A kihúzott feladat megoldásában való esetleges elakadás még nem jelent sikertelen vizsgát, ha a vizsgabizottság rávezető utalásainak segítségével a jelölt már meg tudja oldani a feladatot.

Ezt követően a tanárjelölt az alább felsorolt tételek egyike kapcsán ad számot tudásáról. A tételek a matematikatanári képzés szakmai törzsanyagát ölelik fel. Nem feltétlenül maradnak az egyes tantárgyak határain belül, például a 4. tételhez értelemszerűen kapcsolódnak a komplex számok, trigonometrikus alakjuk, geometriai vonatkozásaik, illetve a vektortér fogalma, az 5. tételhez a csoportok stb. A kihúzott tétel tárgyalása során a vizsgabizottság a téma iskolai tanítására vonatkozó kérdéseket is feltehet a jelöltnek. *A modulzáró vizsga jegyének meghatározásánál a bizottság a szakmai tétel kifejtése során mutatott teljesítményt nagyobb súllyal veszi figyelembe, mint a feladatmegoldásban nyújtott teljesítményt.*

A modulzáró vizsga tételei

1. Számelmélet és klasszikus algebra
A számelmélet alaptétele egész számokra és polinomokra. Kongruenciák, diofantikus egyenletek, nevezetes problémák. Algebrai egyenletek, lineáris egyenletrendszerek.

2. Algebrai struktúrák
Test, gyűrű, csoport, vektortér. Példák, alkalmazások (elsősorban a középiskolai matematikaanyaghoz kapcsolódóan).

3. Szintetikus geometria
A háromszög nevezetes vonalai és pontjai, speciális négyszögek. Konvex poliéderek. Terület, kerület, térfogat, felszín. Geometriai szerkesztések, nevezetes szerkesztési problémák.

4. Koordinátageometria
Vektorműveletek, a sík és a tér koordinátázása. Szögfüggvények. Vektorok skaláris és vektoriális szorzata. Alakzatok egyenletei. Kúpszeletek.

5. Transzformációcsoportok, nemeuklideszi geometriák
Egybevágósági, hasonlósági és affin transzformációk. Az euklideszi sík kibővítésével nyert projektív sík, homogén koordináták, kollineációk. Kitekintés a Bolyai-féle geometriára.

6. Számfogalom, határérték, folytonosság
Valós és komplex számok, hatványozás, gyökvonás. Számsorozatok, konvergencia. Függvények határértéke és folytonossága. Elemi függvények és tulajdonságaik.

7. Differenciál- és integrálszámítás
Differenciálszámítás. Függvényvizsgálat, szélsőértékek. Primitív függvény, integrálszámítás. Alkalmazások (pl. területszámítás).

8. Kombinatorika és valószínűségszámítás
Leszámlálási eljárások és alkalmazásuk klasszikus valószínűségszámítási feladatokban. Valószínűségi változó, eloszlások, várható érték, szórás. Nagy számok törvénye, statisztikai alkalmazások. Gráfelméleti alapfogalmak.

Mintafeladatok a modulzáró vizsgához
ELTE matematikatanári mesterszak

Az alábbi feladatokhoz hasonló jellegű és nehézségű feladatok várhatók a modulzáró vizsgán. Ezek a középiskolai matematika különböző területeit ölelik fel, megoldásukhoz a tananyag és az alapvető módszerek biztos ismerete szükséges, de extra ötletet nem igényelnek.

1. Lehet-e egy négyzetszám 3-mal nagyobb, mint egy másik négyzetszám 7-szerese?

2. Milyen n egészekre egyszerűsíthető az $(n^2+5)/(n+3)$ tört, és mennyivel?

3. Adjuk meg számológép nélkül $\sqrt{9+4\sqrt{5}}-\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ pontos értékét egyszerűbb alakban.

4. Oldjuk meg az $x\,y=16,\quad \log_2 x\cdot\log_2 y=3$ egyenletrendszert.

5. Négy különböző pozitív számjegy felhasználásával elkészítettük az összes olyan négyjegyű számot, amelyben a számjegyek mind különbözők. Ezeknek a négyjegyű számoknak 186648 az összegük. Melyek lehettek a kiinduló számjegyek?

6. Egy tíztagú számtani sorozat páros indexű tagjainak az összege a páratlan indexű tagok összegének a kétszerese. Határozzuk meg a sorozat 4. tagját.

7. Igazoljuk, hogy az a, b, c oldalhosszúságú háromszög akkor és csak akkor egyenlő szárú, ha $\dfrac{c-b}{a}+\dfrac{a-c}{b}+\dfrac{b-a}{c}=0$.

8. A szokásos térbeli koordinátarendszerben adva vannak a $(3,2,-1)$ és $(-2,1,3)$ vektorok. Mekkora a hajlásszögük, és mennyi az általuk kifeszített paralelogramma területe? (Oldjuk meg a feladatot a skaláris, illetve vektoriális szorzás segítségével.)

9. Az $ABCD$ trapéz AB és CD oldalai párhuzamosak, az AC és BD átlók metszéspontja M, az ABM háromszög területe 9, a CDM háromszög területe 4. Mennyi a trapéz területe?

10. Szerkesszünk háromszöget, ha adott a három súlyvonala.

11. Mely pontokban lesz az $y=2+x-x^2$ görbe érintője párhuzamos az első síknegyed szögfelezőjével? (A feladat megoldható differenciálszámítás nélkül is.)

12. Az egységnyi területű paralelogrammák közül melyikben lesz a legkisebb a két átló összege?

13. Mennyi $3\sin x+4\cos x$ maximuma? (A feladat megoldható differenciálszámítás nélkül is.)

14. Egy a oldalú négyzet alakú fémlemezből a négy sarka levágásával (felül nyitott) dobozt hajtogatunk. Mekkora az elérhető maximális térfogat? (A feladat megoldható differenciálszámítás nélkül is.)

15. Egy egységnyi sugarú félgömb köré kúpot akarunk tenni a lehető legkisebb térfogattal úgy, hogy az alapjuk ugyanazon a síkon legyen. Milyenek legyenek a kúp méretei?

16. Mennyi az $y = \sin x$ és $y = \cos x$ függvénygörbék $\pi/4 \leq x \leq \pi/2$ része, valamint az $x = \pi/2$ egyenes által határolt terület?

17. Vizsgáljuk meg, hogy az alábbi sorozatok növekvőek, csökkenőek, korlátosak, ill. konvergensek-e? (a) $\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n}$; (b) $(n^2+n+1)/(n^2+1)$.

18. Számítsuk ki a következő határértéket: $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{3x^2-2x-1}{5x^2-x-4}$.

19. Minek nagyobb a valószínűsége: két kockával legalább egy hatost dobni, vagy négy kockával legalább két hatost dobni?

20. Egy kalapban 5 fehér, 4 sárga és 1 piros golyó van. Ebből hármat húzunk visszatevés nélkül. Mennyi a valószínűsége, hogy (a) mindhárom golyó fehér; (b) mindhárom golyó más színű?

21. Egy társaságban mindenki ismeri a többiek legalább felét (az ismeretség kölcsönös). Lehet-e a társaságot két olyan részre bontani, hogy az egyik csoport egyetlen tagja sem ismeri a másik csoport egyetlen tagját sem?

A feladatok gyakorlásához ajánlott tankönyvek

1) Matematika. Gyakorló és érettségire felkészítő feladatgyűjtemény I–II–III. *szerzők: Gerőcs László, Czapáry Endre és munkatársaik.* Nemzeti Tankönyvkiadó, 2006. (A feladatok megoldásai külön kötetekben kerültek kiadásra.)

2) Régebbi felvételi és felvételi jellegű feladatok matematikából: *Scharnitzky Viktor* által szerkesztett könyvek, valamint *Rábai Imre* feladatgyűjteményei.