

## **Az ELTE tanári mesterszakos képzésének matematikatanári moduljai**

Mint ismeretes, a tanári mesterszakos képzés (vagy más néven a tanári MA képzés) modulokból tevődik össze. A képzés során a szakterületi modulok mellett a hallgatóknak el kell végezniük a pedagógiai-pszichológiai modult és a gyakorlati modult is. Az ELTE-n a tanári mesterképzésre való felvétel adminisztratív szervezését az ELTE Pedagógiai és Pszichológiai Kar Tanulmányi Hivatala látja el. Az ELTE PPK Tanulmányi Hivatal honlapján ezen a [linken](#) lehet megtalálni a különböző modulok mintatanterveit.

Az ELTE-n a tanári mesterszak matematikatanári moduljait a Természettudományi Kar Matematikai Intézete felügyeli. Az alábbiakban összefoglaljuk a matematikatanári szakterületi modulokra vonatkozó legfontosabb tudnivalókat. Elsőként arról szólnunk, hogy az ELTE tanári mesterszakos képzésén milyen matematikatanári modulok szerepelnek, és a hallgatónak az előképzettsége alapján melyik modult kell teljesítenie. Ezt követően kerül sor az egyes modulok részletesebb leírására. (Ha a hallgatónak ezen tájékoztató elolvasása után is maradnak kérdései, akkor további információkért fordulhat Verhóczy Lászlóhoz, email-címe: [verhol@cs.elte.hu](mailto:verhol@cs.elte.hu).)

### **1) Matematika major modul: 5 féléves képzés, nappali tagozat, 30 vagy 40 kredit**

Ezt a modult kell elvégezniük azoknak a matematika BSc tanári szakirányú diplomával rendelkező kétszakos hallgatóknak, akiknek a major szakja matematika. A tanári MA képzésben ez a modul 30 kreditet ad abban az esetben, ha a hallgató minor szakja egy másik TTK-s szak vagy az informatika. Ha a hallgató minor szakja BTK-s vagy PPK-s, akkor a matematikatanári modulja 40 kreditet ad.

### **2) Matematika minor modul: 5 féléves képzés, nappali tagozat, 50 vagy 40 kredit**

Ezt a modult kell teljesíteniük azoknak a BSc tanári szakirányú diplomával rendelkező kétszakos hallgatóknak, akiknek a minor szakja matematika, vagyis a BSc képzés során elvégezték az 50 kreditet adó matematika tanári minort. (A BSc képzés keretében elvégzendő tanári minorról a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon a Képzések menüpontban található részletes leírás.)

A tanári MA képzésben a matematikából teljesítendő modul 50 kreditet ad abban az esetben, ha a hallgató major szakja egy másik TTK-s szak vagy az informatika. Ha a hallgató major szakja BTK-s, akkor a matematikatanári modulja 40 kreditet ad.

### **3) Matematika modulok a főiskolát végzett matematikatanárok számára:**

#### **2 féléves képzés, nappali vagy levelező tagozat, 30 kredit**

Ez a kiegészítő képzés nappali és levelező tagozatos formában egyaránt elvégezhető.

### **4) Matematika modul a (nem matematika szakos) tanári végzettséggel rendelkezőknek:**

#### **2 féléves képzés, levelező tagozat, 40 kredit**

Ezt a levelező tagozatos modult kell teljesíteniük azoknak a hallgatóknak, akiknek nem matematika szakos tanári végzettségük van. Ők csak úgy nyerhetnek felvételt a tanári mesterképzés matematikatanári szakára, ha előbb megszerzik a felvételhez előírt 50 matematika kreditet, és ennek során elsajátítják a mesterképzés elvégzéséhez szükséges matematikai előismereteket. Az 50 kredit jelenleg a matematika BSc képzés tanári minorjának elvégzésével szerezhető meg az ELTE-n.

### **5) Matematikatanári modul matematikusoknak: 3 féléves képzés, nappali tagozat, 30 kredit**

Ez a nappali tagozaton teljesíthető modul azokra a matematikus vagy alkalmazott matematikus szakokra vonatkozik (a mesterszakon vagy a korábbi osztatlan képzésben) végzett hallgatókra, akik matematikatanári diplomát is kívánnak szerezni.

A matematika szakterületi modult minden esetben a matematika *Modulzáró vizsga* zárja le. A Modulzáró vizsga eredményét a diploma minősítésébe számítják be, annak teljesítéséért nem jár kredit. A Modulzáró vizsgáról, valamint a Tanári záróvizsga matematika szakmódszertani részéről részletes tájékoztatók olvashatóak a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon a *Képzések* menüpontban.

## 1) Matematika major modul: 5 féléves képzés, nappali tagozat, 30 vagy 40 kredit

### Ajánlott tantervi háló (a 30 kredités modulnál)

Tantárgy/félév	1.	2.	3.	4.	Össz.
Matematikatanítás és szakmódszertan 1.–3.	0+2	1+2	0+2*	0+2*	7
Elemi matematika 4.–5.	0+2	0+2			4
Matematika alapjai 2.			2+0		2
A matematikatudomány története			2+0		2
Választható szakmai blokk	4	4	2		10
Szaktárgyi tanítási gyakorlat			0+3*	0+3*	3
Szabadon választható			2*	2*	2
<i>Modulzáró vizsga</i>			0*	0*	0
<i>Összesen</i>	8	9	9	4	30

Az ajánlott tantervi hálót leíró táblázatban a számok a kreditértékeket jelentik előadás+gyakorlat bontásban. A heti óraszámok ezzel megegyeznek. Az előadások számonkérési formája kollokvium, a gyakorlatoké gyakorlati jegy, kivéve a Matematikatanítás és szakmódszertan 2. tárgyat, ahol a hallgatók csak gyakorlati jegyet kapnak, és ezért jár a teljes 3 kredit. A \*csillaggal jelölt tanegységek a 3. és a 4. félév bármelyikében felvehetők. A Modulzáró vizsga eredménye a diploma minősítésénél kerül beszámításra. *A tanári mesterképzés utolsó, 5. félévében a 30 kredités gyakorlati modult kell teljesíteni.*

A választható szakmai blokkok mindegyike 3 darab 2 kredités kurzusból áll, a 10 kredithez egy teljes blokkot és egy másik blokkból 4 kreditet kell megszerezni. A blokkok (ábécé sorrendben): Algebra és számelmélet, Analízis A (valós és komplex függvénytan), Analízis B (differenciálegyenletek), Diszkrét matematika, Elemi matematika és módszertan, Geometria, A matematika alkalmazásai, Sztochasztika. A rövid tantárgyi tematikákat lásd a tájékoztató végén.

Azok a hallgatók, akiknek a (nem TTK-s és nem informatika) minor szakja 50 helyett csak 40 kreditet ír elő, és így a matematika majornál 30 helyett 40 kreditet kell szerezniük, a hiányzó 10 kreditet tetszőlegesen választott tárgyakkal teljesíthetik vagy a matematika, vagy pedig a minor szak területéről (akár vegyesen is).

*Az matematika major modulban a kurzusok kódjának első 4 karaktere: m2mn. A részletes mintatanterv a kurzusok kódjaival és az előfeltételekkel az alábbi linkeken érhető el:*

[30 kredités mintatanterv](#) (természettudományos vagy informatika minor szak esetében),  
[40 kredités mintatanterv](#) (BTK-s vagy PPK-s minor szak esetében).

## 2) Matematika minor modul: 5 féléves képzés, nappali tagozat, 50 vagy 40 kredit

### Ajánlott tantervi háló (az 50 kredit modulnál)

Tantárgy/félév	1.	2.	3.	4.	Össz.
Algebra 3. (BSc)	2+2k				4
Analízis 3.–4. (BSc)	2+2	2+2k			8
Geometria 2.–4. (BSc)	2+2	2+2	2+2k		12
Matematika alapjai 1. (BSc)		0+2			2
Valószínűségszámítás (BSc)			2+2		4
Matematikatanítás és szakmódszertan 1.–3.	0+2	1+2	0+2*	0+2*	7
Elemi matematika 4.–5.	0+2	0+2			4
Választható szakmai blokk			4	4	8
Szaktárgyi tanítási gyakorlat			0+3*	0+3*	3
Szabadon választható			2*	2*	2
<i>Modulzáró vizsga</i>				0	0
<i>Összesen</i>	<i>16</i>	<i>15</i>	<i>14</i>	<i>9</i>	<i>50</i>

A táblázatban a számok a kreditértékeket jelentik előadás+gyakorlat bontásban. A heti óraszámok ezzel megegyeznek, kivéve a Valószínűségszámítás előadást, ahol a heti óraszám 3. A BSc-vel jelölt tanegységek a Matematika BSc tanári szakirányának megfelelő kurzusait jelölik. Az előadások számonkérési formája kollokvium, a gyakorlatoké gyakorlati jegy, kivéve a Matematikatanítás és szakmódszertan 2. tárgyat, ahol a hallgatók csak gyakorlati jegyet kapnak, és ezért jár a teljes 3 kredit. A \*szaggal jelölt tanegységek a 3. és a 4. félév bármelyikében felvehetők. *A tanári mesterképzés utolsó, 5. félévében a 30 kredit gyakorlati modult kell teljesíteni.*

A  $k$ -val jelölt 3-szor 4 kredit (Algebra, Analízis, illetve Geometria utolsó féléve) közül csak 2-szer 4-et kell teljesíteni (tehát az egyik tárgy utolsó féléve kihagyható). Ezért a teljes kreditszám  $54 - 4 = 50$  (és az első három félév valamelyikénél az összkreditszám 4-gyel kevesebb lehet).

A választható szakmai blokkok mindegyike 3 darab 2 kredit kurzusból áll, a 8 kredithez két blokkból 4–4 kreditet kell megszerezni. A blokkok (ábécé sorrendben): Algebra és számelmélet, Analízis A (valós és komplex függvénytan), Analízis B (differenciálegyenletek), Diszkrét matematika, Elemi matematika és módszertan, Geometria, A matematika alkalmazásai, Sztochasztika. A rövid tantárgyi tematikákat lásd a tájékoztató végén.

Azoknak a hallgatóknak, akiknek a tanári mesterszakon a (nem természettudományos és nem informatika) major szakja 30 helyett 40 kreditet ír elő, és így a matematika minorra 50 helyett csak 40 kredit marad, az Analízis 3. (4 kredit), Geometria 2. (4 kredit) és Matematika alapjai 1. (2 kredit) kurzusokat bemeneti feltételként kellene elvégezniük. Azonban lehetőség van arra, hogy ezt a plusz 10 kreditet is a mesterképzés során teljesítsék.

*Az matematika minor modulban a kurzusok kódjának első 4 karaktere: m3mn. A részletes mintatanterv a kurzusok kódjaival és az előfeltételekkel az alábbi linkeken érhető el:*

[50 kredit mintatanterv](#) (természettudományos vagy informatika major szak esetén),  
[40 kredit mintatanterv](#) (BTK-s major szak esetén).

### 3) Matematika modulok a főiskolai matematikatanári oklevéllel rendelkezők számára

A főiskolai végzettségű matematikatanárok 2 féléves kiegészítő képzése nappali tagozatos és levelező tagozatos formában egyaránt elvégezhető.

#### 3/1) Nappali tagozatos modul: 2 félév, 30 kredit

##### Ajánlott tantervi háló

Tárgy/félév	1.	2.	Össz.
Algebra 3. (BSc)	2+2		4
Analízis 4. (BSc)		2+2	4
Geometria 4. (BSc)	2+2		4
Matematika alapjai 1. (BSc)		0+2	2
Valószínűségszámítás (BSc)	2+2		4
Véges matematika 2. (BSc)	2+2		4
Matematikatanítás és szakmódszertan 2.		1+2	3
Elemi matematika 4.	0+2		2
Szaktárgyi tanítási gyakorlat	0+3		3
<i>Modulzáró vizsga*</i>		0	0
<i>Összesen</i>	<i>21</i>	<i>9</i>	<i>30</i>

A tantervi hálót leíró táblázatban a számok a kreditértékeket jelentik előadás+gyakorlat bontásban. A heti óraszámok ezzel megegyeznek, kivéve a Valószínűségszámítás előadást, ahol a heti óraszám 3. (Az aszimmetrikus terhelés oka, hogy a 20 kreditű gyakorlati modul a tavaszi félévre van beosztva.) A BSc-vel jelölt tanegységek a Matematika BSc tanári szakirányának megfelelő kurzusait jelölik (ebből a Véges matematika 2. a Matematika BSc elsőéves általános kurzusa). Az előadások számonkérési módja kollokvium, a gyakorlatoké gyakorlati jegy, kivéve a Matematikatanítás és szakmódszertan 2. tárgyat, ahol a hallgatók csak gyakorlati jegyet kapnak, és ezért jár a teljes 3 kredit. \*A Modulzáró vizsga eredménye a diploma minősítésénél kerül beszámításra, annak teljesítéséért nem jár kredit.

A nappali tagozatos rövid tantárgyi tematikákat lásd a tájékoztató végén.

A modulban a kurzusok kódjának első négy karaktere: m4mn. A részletes mintatanterv a kurzusok kódjaival és az előfeltételekkel az alábbi linken érhető el:

[30 kreditű mintatanterv](#) (nappali tagozat, matematikatanári végzettség esetén).

### 3/2) Levelező tagozatos modul: 2 félév, 30 kredit

#### Tantervi háló

Tantárgy	Kredit	Félévi óraszám	Számonkérési forma	Félév
Algebra és számelmélet	4	18	Kollokvium	1.
Elemi matematika	2	10	gyak. jegy	1.
Geometria	4	18	Kollokvium	1.
Matematikatanítás és szakmódszertan	3	14	gyak. jegy	1.
Szaktárgyi tanítási gyakorlat	3	15	gyak. jegy	1.
Valószínűségszámítás	4	18	Kollokvium	1.
Véges matematika	4	18	Kollokvium	1.
Analízis	4	18	Kollokvium	2.
Matematika alapjai	2	10	kollokvium	2.
<i>Modulzáró vizsga*</i>	0	0		2.
<i>Összesen</i>	30	124 + 15		

A levelező képzés intenzív konzultációk formájában történik: az őszi félévben négy alkalommal 3–3 nap, a tavaszi félévben négy alkalommal 2–2 nap. (Az aszimmetrikus terhelés oka, hogy a 20 kreditű gyakorlati modul a tavaszi félévre van beosztva.) A hallgatóknak tárgyanként egy jegyet kell szerezniük. A vizsgák a félév végén vannak külön egyeztetett időpontokban; a kollokviumi jegybe félévközi dolgozatok és házi feladatok is beleszámíthatnak, a részletekről a tárgyak oktatói a félév elején pontos tájékoztatást adnak. Valamennyi tárgy anyaga tankönyvben, jegyzetben vagy egyéb írásos/internetes formában elérhető. A rövid tantárgyi tematikákat lásd a tájékoztató végén. A levelező tagozatos modulban nincsenek előfeltételek a tárgyfelvételhez.

\*A Modulzáró vizsga eredménye a diploma minősítésénél kerül beszámításra. A Modulzáró vizsgát a modul többi tárgyának a teljesítését követően lehet letenni.

A modulban a kurzusok kódjának első négy karaktere: m4mb. A részletes mintatanterv a kurzusok kódjaival az alábbi linken érhető el:

[30 kreditű mintatanterv](#) (levelező tagozat, matematikatanári végzettség esetén).

**4) Matematika modul a (nem matematika szakos) tanári oklevéllel rendelkezők számára:  
2 féléves képzés, levelező tagozat, 40 kredit**

Ezt a modult levelező tagozaton oktatjuk.

**Tantervi háló**

Tantárgy	Kredit	Félévi óraszám	Számonkérési forma	Félév
Algebra és számelmélet	4	18	Kollokvium	1.
Elemi matematika	2	10	gyak. jegy	1.
Fejezetek az analízisből	5	22	Kollokvium	1.
Geometria	4	18	Kollokvium	1.
Matematikatanítás és szakmódszertan	3	14	gyak. jegy	1.
Valószínűségszámítás	4	18	Kollokvium	1.
Véges matematika	4	18	Kollokvium	1.
Analízis	4	18	Kollokvium	2.
Elemi matematika és módszertan	5	22	gyak. jegy	2.
Matematika alapjai	2	10	Kollokvium	2.
Szaktárgyi tanítási gyakorlat	3	15	gyak. jegy	2.
<i>Modulzáró vizsga*</i>	0	0		2.
<i>Összesen</i>	<i>40</i>	<i>168 + 15</i>		

A képzés intenzív konzultációk formájában történik: az őszi félévben négy alkalommal 3–3 nap, a tavaszi félévben négy alkalommal 2–2 nap. (Az aszimmetrikus terhelés oka, hogy a 10 kredités *gyakorlati modul* a tavaszi félévre van beosztva.)

A vizsgák a félév végén vannak külön egyeztetett időpontokban; a kollokviumi jegybe félévközi dolgozatok és házi feladatok is beleszámíthatnak, a részletekről a tárgyak oktatói a félév elején pontos tájékoztatást adnak. Valamennyi tárgy anyaga tankönyvben, jegyzetben vagy egyéb írásos/internetes formában elérhető. A rövid tantárgyi tematikákat lásd a tájékoztató végén. Ezen levelező tagozatos modulban nincsenek előfeltételek a tárgyfelvételhez.

\*A Modulzáró vizsga eredménye ez esetben is a diploma minősítésénél kerül beszámításra. A Modulzáró vizsgát a modul többi tárgyának a teljesítését követően lehet letenni.

*A modulban a kurzusok kódjának első négy karaktere: m6mb. A részletes mintatanterv a kurzusok kódjaival az alábbi linken érhető el:*

[40 kredités mintatanterv](#) (nem matematika szakos tanári végzettség esetén).

**5) Matematikatanári modul a matematikus vagy alkalmazott matematikus végzettségűek számára: 3 féléves képzés, nappali tagozat, 30 kredit**

Ez a kiegészítő képzés csak nappali tagozatos formában teljesíthető.

**Ajánlott tantervi háló**

Tárgy/félév	1.	2.	3.	Össz.
Matematikatanítás és szakmódszertan 1.–3.	0+2	1+2	0+2	7
Elemi matematika 1., 3., 4.	0+6			6
Elemi matematika 2., 5.		0+4		4
Bevezető iskolai gyakorlat		0+2		2
A matematikatudomány története	2+0			2
Szaktárgyi tanítási gyakorlat		0+3		3
Szabadon választható			2	2
Természettudományos szabad	2	2		4
<i>Modulzáró vizsga*</i>		0		
<i>Összesen</i>	<i>12</i>	<i>14</i>	<i>4</i>	<i>30</i>

A táblázatban a számok a kreditértékeket jelentik előadás+gyakorlat bontásban. A heti óraszámok ezzel megegyeznek. Az előadások számonkérési formája kollokvium, a gyakorlatoké gyakorlati jegy, kivéve a Matematikatanítás és szakmódszertan 2. tárgyat, ahol a hallgatók csak gyakorlati jegyet kapnak, és ezért jár a teljes 3 kredit. (A félévek aszimmetrikus terhelésének oka az, hogy a 20 kredités *gyakorlati modul* a képzés 3. félévére van beosztva.) \*A Modulzáró vizsga eredménye a diploma minősítésénél kerül beszámításra, annak teljesítéséért nem jár kredit.

Az Elemi matematika 1., 2., 3. a matematika BSc tanári szakirány tárgyai. A rövid tantárgyi tematikákat a tájékoztató következő részében lehet megtalálni.

*Természettudományos szabad:* Az alkalmazott matematikus végzettséggel rendelkezőknek ezen belül fel kell venniük a Matematika BSc tanári szakirány *Geometria* 3. előadást (2 kredit) és a Geometria blokkon belüli *A geometria alapjai* előadást (2 kredit). A matematikus végzettségűek szabadon vehetnek fel 4 kreditnyi természettudományos tárgyat.

*A modulban a kurzusok kódjának első 4 karaktere:* m5mn. A részletes mintatanterv a kurzusok kódjaival és az előfeltételekkel az alábbi linken érhető el:

[30 kredités mintatanterv](#) (matematikus vagy alkalmazott matematikus végzettség esetén).

## 6) Rövid tantárgyi programok a nappali tagozatos modulokon

A továbbiakban az egyes matematikatanári modulokra az alábbi jelöléseket alkalmazzuk.

Major modul: MJ. Minor modul: MN. A főiskolai matematikatanári oklevéllel rendelkezőkre vonatkozó nappali tagozatos modul: MFK. A matematikus vagy alkalmazott matematikus végzettségűekre vonatkozó modul: MMK.

Minden nappali tagozatos tárgynál felsoroljuk, hogy az MJ, MN, MFK, MMK modulok közül melyekben szerepel (az ajánlott félév és az előfeltétel is eltérő lehet modulonként). A heti óraszám azonos a kreditértékkel, kivéve a Valószínűségszámítás előadást, ahol az óraszám 3.

*Jelmagyarázat:* fé – félév (az ajánlott tanterv szerint), K – kollokvium, G – gyakorlati jegy, ef – előfeltétel, kr – kredit.

*Tárgyfelvételi szabályok:* Egy kurzus csak az előfeltételek teljesítése után vehető fel, az ajánlott tanterv szerint haladóknál ez természetesen automatikusan rendben van. Ha egy előadáshoz gyakorlat is tartozik, akkor ezeket párhuzamosan kell felvenni, a hozzájuk szükséges előfeltételek teljesen azonosak. Az előadásból addig nem lehet vizsgázni, amíg a gyakorlatból a hallgató a kreditet meg nem szerezte (a gyakorlat tehát mindig ún. gyenge előfeltétele a megfelelő előadásnak). Ha a gyakorlatból a hallgató megszerezte a kreditet, akkor sikertelen vizsga esetén sem kell és nem is lehet a gyakorlatot megismételnie.

(A) Valamennyi modul közös tárgyai (kivéve a (\*)-gal megjelöltek, amelyek az MFK modulban nem szerepelnek)

**Elemi matematika 4.** kr:0+2, G, 1. fé, ef: – . Az algebra, számelmélet és geometria területén végighaladva a tanult szakmai ismereteknek az általános és középiskolai matematikaanyagba történő beépülését dolgozza fel.

**Elemi matematika 5. (\*)** kr:0+2, G, 2. fé, ef: Elemi matematika 4. Az analízis, kombinatorika és valószínűségszámítás középiskolás vonatkozásai.

**Matematikatanítás és szakmódszertan 1. (\*)** kr:0+2, G, 1. fé, ef: – . A matematika mint eszköz és rendszer. Oktatási koncepciók és matematikadidaktikai alapelvek. A fogalmak, tételek, bizonyítások tanításának alapkérdései.

**Matematikatanítás és szakmódszertan 2.** kr:0+3, G, heti 1 óra előadás és 2 óra gyakorlat, 2. fé, ef: Matematikatanítás és szakmódszertan 1. (kivéve az MFK modult). Problémamegoldás a matematikaoktatásban. Fontos iskolai matematikai témakörök tanításának főbb kérdései. Tantervek, követelmények. Az oktatás tervezése.

**Matematikatanítás és szakmódszertan 3. (\*)** kr:0+2, G, 3. fé, (MJ és MN modulban 4. fé is lehet), ef: Matematikatanítás és szakmódszertan 2. Választható: (i) Bevezetés a matematikadidaktika kutatásaiba; vagy (ii) Gyakorlati szakmódszertan.

**Szaktárgyi tanítási gyakorlat.** kr:0+3, G, MJ és MN modulban 3. vagy 4. fé, MFK és MMK modulban 2. fé, ef: MJ és MN modulban Elemi matematika 5., Matematikatanítás és szakmódszertan 1., MMK modulban Elemi matematika 4., Matematikatanítás és szakmódszertan 1., MFK modulban –. Iskolalátogatások, tanári képességek fejlesztése, gyakorlása.



*(B) Az MJ és MN modulok választható szakmai blokkjai (5 féléves képzés)*

Az MJ (major) modulban egy teljes blokkot kell elvégezni és egy másik blokkból 4 kreditet kell megszerezni, az MN (minor) modulban két blokkból kell 4–4 kreditet megszerezni.

Az ajánlott félévek az MJ modulban 1.–3., az MN modulban 3.–4. Előfeltétel egyik tárgynál sincs. Így csak azt jelezzük, hogy a kurzus őszi vagy tavaszi félévben kerül meghirdetésre.

*Algebra és számelmélet blokk*

**ASZ1.** (Számelmélet I.) kr:2+0, K, ősz. Magasabb fokú kongruenciák. Prímszámok eloszlása, prímtesztek. Számelméleti függvények.

**ASZ2.** (Számelmélet II.) kr:2+0, K, tavasz. Diofantikus approximáció. Nevezetes diofantikus egyenletek. Algebrai számtestek. Kombinatorikus számelmélet. Partíciók.

**ASZ3.** (Absztrakt algebra.) kr:2+0, K, tavasz. Feloldható csoportok, Sylow-tételek, szabad csoportok. Testbővítések Galois-csoportja, algebrai egyenletek megoldhatósága, véges testek és alkalmazásaik.

*Analízis (A) blokk (a 2016/17-es tanévben nem indul)*

**ANA1.** (Komplex függvénytan.) kr:2+0, K, ősz. Reguláris függvények. Komplex vonalintegrál. Cauchy-féle integrálformula. Az algebra alaptétele. Szingularitások. Reziduumszámítás.

**ANA2.** (Valós függvénytan.) kr:2+2, K+G, tavasz. Lebesgue-mérték és Lebesgue-integrál. Négyzetesen integrálható függvények. A Hilbert-terek elemei. Szemelvények a modern valós analízisből.

*Analízis (B) blokk*

**ANB1.** (Differenciálegyenletek.) kr:2+0, K, ősz. Első- és másodrendű lineáris közönséges differenciálegyenletek. Lineáris, ill. nemlineáris rendszerek kvalitatív vizsgálata. Parciális differenciálegyenletek alaptípusai. A Fourier-módszer.

**ANB2.** (Folytonos modellezés.) kr:0+2, G, tavasz. Folytonos optimalizálási modellek a gazdaság különböző területein. Differenciálegyenletekkel, illetve dinamikai rendszerekkel leírható folyamatok modellezése különböző tudományterületeken.

**ANB3.** (Matematikai analízis számítógéppel.) kr:0+2, G, tavasz. Differenciálegyenletek stabilitáselmélete, fázisképanalízis, alkalmazások. Matematikai programcsomagok használata, a többváltozós analízis témaköreinek számítógépes szemléltetése.

*Diszkrét matematika blokk*

**DIM1.** (Kombinatorikai feladatmegoldó gyakorlat.) kr:0+2, G, ősz. Kombinatorikus („pozíciós”) játékok, mérleg-feladatok, dominó-feladatok. Véges és végtelen Ramsey-tételek.

**DIM2.** (Gráfelmélet és algoritmusok.) kr:2+0, K, tavasz. Beszúrás, sorbarendezés, összefésülés, mediánskeresés. Egyszerű gráfalgoritmusok (szélességi és mélységi keresés, erős összefüggőség). Párosítás páros gráfokban, hálózatifolyamok.

**DIM3.** (Fejezetek a diszkrét matematika alkalmazásaiból.) kr:2+0, K, ősz. P, NP, NP-teljesség. Kommunikációs protokoll. Kriptográfia. Extremális kombinatorika és alkalmazásai.

### *Elemi matematika és módszertan blokk*

**EMM1.** (Demonstráció és kísérletezés a matematikaórán.) kr:0+2, G, ősz. A matematikai fogalmak kialakítását megalapozó tapasztalatszerzés. A tanulói tevékenységhez, szemléltetéshez szükséges hagyományos és modern eszközök alkalmazhatóságának bemutatása.

**EMM2.** (Az „egyetemi matematika” az iskolai matematikában.) kr:2+0, K, tavasz. Válogatott témakörök feladatanyaga alapján annak a vizsgálata, mit és hogyan lehet egy-egy témakörből továbbadni a tanulóknak az egyes iskolatípusokban az életkornak megfelelő formában.

**EMM3.** (Indoklások, bizonyítások a matematikaoktatásban.) kr:0+2, G, ősz. Tételek megsejtése, heurisztika, szemléletes okoskodások, indoklások. Bizonyítási stratégiák és módszerek.

### *Geometria blokk*

**GEO1.** (A geometria alapjai.) kr:2+0, K, ősz. A geometria axiomatikus felépítése. Az abszolút, az euklideszi és a hiperbolikus geometria. A modellek szerepe. Bolyai eredményei a hiperbolikus geometriában.

**GEO2.** (Diszkrét és konvex geometria.) kr:2+0, K, tavasz. Pontrendszerek, mozaikok, elhelyezések és fedések, rácsok. Konvex halmazok, Helly-típusú tételek. Polaritás, duális poliéderek. Szimmetrizációk. Az izoperimetrikus probléma.

**GEO3.** (Topológia és differenciálgeometria.) kr:2+0, K, ősz. Metrikus és topologikus terek, folytonos leképezések, homeomorfizmusok. Összefüggőség, kompaktság. Felületek Euler-karakterisztikája, irányíthatósága, osztályozása. Főgörbületek, főirányok, Gauss-görbületek. Geodetikusok.

### *A matematika alkalmazásai blokk (a 2016/17-es tanévben nem indul)*

**MAL1.** A tárgy azonos az Analízis(B) blokk 3. kurzusával (Matematikai analízis számítógéppel).

**MAL2.** (Kombinatorikus algoritmusok.) kr:2+0, K, tavasz. Mohó algoritmusok, dinamikus programozás. Gráfok bejárása, legrövidebb utak. Minimális vágások. Áramok, folyamok. Párosítás.

**MAL3.** (Operációkutatás.) kr:2+0, K, ősz. Lineáris egyenlet- és egyenlőtlenségrendszerek megoldhatósága, a megoldáshalmazok leírása. Farkas-lemma, dualitás. Hálózati optimalizálás.

### *Sztocasztika blokk (a tavaszi félévben)*

**SZT1.** (Matematikai statisztika.) kr:2+0, K, tavasz. Minta, nevezetes statisztikák. Becslések és tulajdonságaik. Hipotézisvizsgálat. Nevezetes statisztikai próbák. Lineáris regresszió. Szórás- és időszorelemzés.

**SZT2.** (Elemi sztochasztikus folyamatok.) kr:2+0, K, tavasz. Markov láncok. Bolyongásra vonatkozó határelosztételek. Felújítási folyamatok. Poisson-folyamat. Születési és halálozási folyamat. Sorbanállás. Megbízhatóságelmélet. Elágazó folyamatok. A Brown-mozgás.

**SZT3.** (Információelmélet.) kr:2+0, K, tavasz. Entrópia, divergencia. Egyértelműen dekódolható kódok. Redundancia. Hibajelző és hibajavító kódok.

(C) Az MN, MFK, illetve MMK modulhoz a Matematika BSc tanári szakirányában is szereplő tárgyak (ebből a Véges matematika 2. a Matematika BSc elsőéves általános kurzusa)

Ezen tantárgyakról részletes leírás található a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon, a Képzések menüpontban (a BSc alapképzés c. résznél) a Tanári major címszó alatt.

**Algebra 3.** kr:2+2, K+G, MN, MFK: 1. fé, ef: – . Csoportelmélet alapjai. Részcsoportok, mellékosztályok. Csoportelem rendje. Ciklikus csoportok, permutációcsoportok. Gauss-egészek gyűrűje. Testbővítések. Algebrai és transzcendens számok. Geometriai szerkeszthetőség.

**Analízis 3.** kr:2+2, K+G, MN: 1. fé, ef: – . Függvénysorozatok, függvénysorok, hatványsorok. Metrikus terek, topológiai alapfogalmak. A folytonosság és a függvényhatárérték fogalmának általánosítása. Többváltozós függvények differenciálszámítása.

**Analízis 4.** kr:2+2, K+G, MN, MFK: 2. fé, ef: MN: Analízis 3., MFK: – . A többváltozós integrálszámítás elemei. Jordan-mérték. Vonalintegrál. Közönséges differenciálegyenletek. Komplex változós komplex értékű függvény differenciálhatósága.

**Bevezető iskolai gyakorlat.** kr:0+2, G (háromfokozatú), MMK: 2. fé, ef: Elemi matematika 1. Két bevezető előadás után hospitálás és néhány matematika óra tartása iskolában.

**Elemi matematika 1.** kr:0+2, G, MMK: 1. fé, ef: – . Számelmélet, kombinatorika, valószínűség-számítás és statisztika.

**Elemi matematika 2.** kr:0+2, G, MMK: 2. fé, ef: Elemi matematika 1. Geometria: mértani helyek, transzformációk, rácsok, gráfok, koordináták, a geometriai szemlélet fejlesztése.

**Elemi matematika 3.** kr:0+2, G, MMK: 1. fé, ef: – . Algebra: számfogalom, műveletek, sorozatok, egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek.

**Geometria 2.** kr:2+2, K+G, MN: 1. fé, ef: – . Egybevágóság, hasonlóság, affinitás. Csoporttulajdonságok, invariánsok. Kerület, terület, térfogat, ívhossz, felszín. Körök és gömbök, inverzió. Euklideszi szerkesztések.

**Geometria 3.** kr:2+2, K+G, MN: 2. fé, ef: Geometria 2.; MMK: csak az előadás kell, 2. fé, ef: – . Kúpszeletek, másodrendű görbék. Projektív geometria, homogén koordináták. Pontnégyes és sugárnégyes kettősviszonya. Projektív transzformációk. Konjugált pontok a projektív síkon.

**Geometria 4.** kr:2+2, K+G, MN: 3. fé, ef: Geometria 3, MFK: 1. fé, ef: – . Paraméterezett görbék. Ívhossz. Görbület, simulósík, simulókör. Felületek leírása egyenlettel. Felületek paraméterezése. Axiómák a geometriában. A Bolyai-féle hiperbolikus geometria. A hiperbolikus sík modelljei.

**Matematika alapjai 1.** kr:0+2, G, MN, MFK: 2. fé, ef: – . Számosságok. Paradoxonok. Jólrendezett halmazok. Kijelentéslogika. Következtetési szabályok, elsőrendű nyelvek. Rekurzív függvények. Gödel nem-teljességi tétele.

**Valószínűség-számítás.** kr:2+2 (az előadás heti 3 óra), K+G, MN: 3. fé, MFK: 1. fé, ef: – . Valószínűségi mező. Feltételes valószínűség. Függetlenség. Valószínűségi változók, várható érték, szórás. Nagy számok Bernoulli-törvénye. A centrális határeloszlástétel. Statisztikai becslés, hipotézisvizsgálat.

**Véges matematika 2.** kr:2+2, K+G, MFK: 2. fé, ef: – . Minimax tételek. Lineáris rekurziók. Catalan-számok. Ramsey-témakör. Halmazrendszerek kombinatorikája.

(D) Az MJ és MMK modulok további tárgyai

**Matematika alapjai 2.** kr:2+0, K, MJ: 3. fé, ef: – . Jólrendezés. Alefek. Elsőrendű nyelvek. Modelleméleti tételek. Komplexitáselmélet. Nem-teljességi tétel.

**A matematikatudomány története.** kr:2+0, K, MJ: 3. fé, MMK: 1. fé, ef: – . Korokon átívelő eszmetörténeti és fogalomfejlődési folyamatok. Analógiák és eltérések.

## 7) Rövid tantárgyi programok a levelező tagozaton

A tárgyak címe mellett fel van tüntetve a teljes félévi óraszám, a kreditérték, a számonkérés formája és az, hogy a tanterv szerint a képzés melyik félévében kerül oktatásra a tárgy.

*(A) A 30 kredites és 40 kredites levelező tagozatos modulokban egyaránt szereplő tárgyak*

**Algebra és számelmélet.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 1. félév.

Gyűrű, részgyűrű, ideál, faktorgyűrű. Gyűrű-homomorfizmusok. A komplex számok teste, mint faktorgyűrű. Számelmélet gyűrűkben. Euklideszi gyűrű, a Gauss-egészek gyűrűje. Testbővítés: algebrai elem, transzcendens elem, véges bővítés, algebrai bővítés, fokszámtétel. Geometriai szerkeszthetőség, nevezetes szerkesztési feladatok.

**Analízis.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 2. félév.

Függvénysorozatok, függvénysorok, egyenletes konvergencia. Az összegfüggvény folytonossága és differenciálhatósága. Hatványsorok, Taylor-sorok. A folytonosság és a határérték fogalmának általánosítása többváltozós valós függvényekre. A többváltozós függvények differenciálszámítása. A többváltozós integrálszámítás elemei. Vonalintegrál. Közönséges differenciálegyenletek alapvető típusai.

**Elemi matematika.** 10 óra, 2 kredit, gyakorlati jegy, 1. félév.

Az iskolai matematikai tananyag jelentősebb témaköreiből (az algebrából, a számelméletből, a függvénytanból, a geometriából és a kombinatorikából) válogatott tipikus feladatok jellegzetes megoldásainak áttekintése és a különböző megoldási módok összehasonlítása.

**Geometria.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 1. félév.

Nevezetes transzformációcsoportok az euklideszi geometriában. A projektív geometria elemei: az ideális pontok bevezetése, az euklideszi sík és tér projektív lezárása. Homogén koordináták a projektív síkon. Desargues-féle illeszkedési tétel. Kollineáris pontnégyes kettősviszonya, Papposz tétele. A projektív sík kollineációi. Konjugált pontok egy kúpszeletre vonatkozóan. Pascal tétele. Kitekintés a Bolyai-féle hiperbolikus geometriára.

**Matematika alapjai.** 10 óra, 2 kredit, kollokvium, 2. félév.

Naiv halmazelmélet. Axiómák. Cantor tétele, Russel-paradoxon. A Descartes-szorzat. A kiválasztási axióma néhány következménye. Számosságok. A számosságok összehasonlítása. Műveletek számosságokkal. Rendezett halmazok. Jólrendezés. Kezdőszeletek. Rendtípusok, rendszámok, példák rendszámokra. Kijelentéslógika, igazságfüggvények. Klasszikus azonosságok. Diszjunktív normálformák. Elsőrendű nyelvek.

**Matematikatanítás és szakmódszertan.** 14 óra, 3 kredit, gyakorlati jegy, 1. félév.

Oktatási koncepciók és matematikadidaktikai alapelvek. A fogalmak, tételek, bizonyítások tanításának alapkérdései. Problémamegoldás a matematikaoktatásban. Fontos matematikai témakörök tanításának főbb kérdései. Tantervek, követelmények. Az oktatás tervezése.

**Szaktárgyi tanítási gyakorlat.** 60 óra, 3 kredit, gyakorlati jegy, 1. félév.

Óralátogatások, konzultációk a vezetőtanárral. A tanári képességek fejlesztése, gyakorlása.

**Valószínűségszámítás.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 1. félév.

Valószínűségi mezők. Példák a klasszikus (kombinatorikus) valószínűségi mező alkalmazására. Feltételes valószínűség. Függetlenség. Valószínűségi változók és eloszlásuk. Várható érték, szórás. Bolyongás. A korrelációs együttható. A nagy számok Bernoulli-féle törvénye. Eloszlásfüggvény és sűrűségfüggvény. Példák abszolút folytonos eloszlásokra. Normális eloszlás. A centrális határeloszlástétel speciális esetben. Statisztikai becslés és tulajdonságai. Hipotézisvizsgálat a valószínűségre.

**Véges matematika.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 1. félév.

Ismétlés: logikai szita, gráfelméleti alapok. Állandó együtthatós lineáris rekurziók, Catalan-számok. Fák és erdők, Prüfer-kód, Cayley-tétele. Gráfszínezések, síkgráfok. Párosítások páros gráfokban. Ramsey tétele, Turán tétele.

*(B) A 40 kredités modulban szereplő további tárgyak*

**Elemi matematika és módszertan.** 22 óra, 5 kredit, gyakorlati jegy, 2. félév.

Az általános iskolai és középiskolai matematika tananyag témaköreiből válogatott feladatok jellegzetes megoldásainak áttekintése, a különböző megoldási módok összehasonlítása. Annak vizsgálata, hogy egy-egy feladatcsoporttal miként lehet bizonyos matematika-didaktikai célokat a leghatékonyabban megvalósítani. A kitűzött feladatok megoldásainak a módszertani szempontok szerinti elemzése.

**Fejezetek az analízisből.** 22 óra, 5 kredit, kollokvium, 1. félév.

Az egyváltozós valós függvényekkel kapcsolatos ismeretek áttekintése: sorozat határértéke (az  $e$  irracionális), folytonosság (Bolzano-tétel, Weierstrass-tétel), differenciálhatóság (függvényvizsgálat, Taylor-formula), integrálhatóság (kör területe, kúp, gömb térfogata, kör kerülete, gömb felszíne, Fourier-sor, improprius integrál). Metrikus terek (nyílt, zárt halmazok, kompakt halmaz folytonos képe kompakt). Többváltozós függvény szélsőértéke (szükséges feltétel, elégséges feltétel, feltételes szélsőérték). Vonalintegrál. Komplex függvények (Euler-formula, Cauchy–Riemann-egyenletek, Cauchy-alaptétel, az algebra alaptétele).