Név:

EHA-kód:

Pontszám: $\quad = \quad + \quad + \quad +$

---

1. feladat: Kolmogorov-féle valószínűségi mező (20 pont)

a) Definiálja a *Kolmogorov-féle valószínűségi mezőt.* (6 pont)

b) A Kolmogorov-féle valószínűségi mezőben mit nevezünk valószínűségnek? (1 pont)

c) Definiálja egy esemény komplementerét (1 pont)

d) Egészítse ki az állítást: ha $A \subseteq B$ események, akkor $\ldots \le \ldots$. (2 pont)

Bizonyítsa be az állítást. (2 pont)

e) Az A és B események metszetének valószínűsége 1/10, uniójuk valószínűsége 1/2. Mennyi A és B valószínűségének összege? (2 pont)

f) Mondja ki a *szitaformulát* (6 pont).

2. feladat: Nevezetes diszkrét eloszlások (20 pont)

a) Definiálja a p paraméterű geometriai eloszlást, ahol $0 < p < 1$. (3 pont)

b) Adjon példát geometriai eloszlású valószínűségi változóra (2 pont).

c) N alkatrész közül M selejtes. n-szer húzunk visszatevés nélkül, az alkatrészek közül minden alkalommal egyenlő valószínűséggel választva. X a húzott selejtes alkatrészek száma. Milyen eloszlású X? (2 pont)

d) Definiálja a binomiális eloszlást. (5 pont)

e) Egy könyvben a sajtóhibák száma minden oldalon 10 paraméterű Poisson-eloszlású. Mennyi annak valószínűsége, hogy 10 hibát találunk a 10. oldalon? (Jó válasz, képlettel: 3 pont)

f) Egy szabályos dobókockával kapott dobássorozatban jelölje X, hogy hányadik dobásnál kapjuk az ötödik hatost. Milyen eloszlású X? (3 pont)

Mennyi X várható értéke? (2 pont)

Név:

EHA-kód:

---

3. feladat (20 pont)

a) Egészítse ki az állítást (jó válasz: 2 pont). Ha az X valószínűségi változó szórása létezik, akkor $P\left(|X - E\left(X\right)| > 3D(X)\right) \leq$

b) X, Y független, 1 szórású, abszolút folytonos valószínűségi változók, melyek várható értéke és szórása létezik. Mennyi $\mathrm{cov}(X, X+Y)$? (Jó válasz: 2 pont)

c) Definiálja egy diszkrét X valószínűségi változó 6. momentumát (2 pont).

d) Szabályos dobókockával dobunk kétszer egymás után. Független-e az alábbi két esemény: az első dobás hatos, a dobott számok összege 7. (Jó válasz: 3 pont)

e) Egészítse ki a *nagy számok erős törvényét.* (3 pont)

$X_1, X_2, \ldots$ független, azonos eloszlású valószínűségi változók, $E(X_i)$ létezik. Ekkor

f) Definiálja valószínűségi változók függetlenségét (4 pont).

g) Legyen X egyenletes eloszlású a $(-2, 2)$ intervallumon.

Mennyi $P(-1 < X < \frac{1}{2})$? (Jó válasz: 2 pont)

Mennyi X sűrűségfüggvényének értéke az 1-ben? (Jó válasz: 1 pont)

Mennyi $2X + 2$ várható értéke? (Jó válasz: 1 pont)

4. feladat: Örökifjú tulajdonság (10 pont)

Írja le (3 pont) és bizonyítsa be (7 pont) az exponenciális eloszlás örökifjú tulajdonságáról szóló állítást.

Ponthatárok: 0-21: elégtelen, 22-32: elégséges, 33-43: közepes, 44-54: jó, 55-70: jeles. Az indoklásért, bizonyításért csak akkor jár pontszám, ha ez szerepel a feladat szövegében. A feladatokra adott válaszoknak egyértelműeknek kell lenniük.