

**EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM  
MATEMATIKAI INTÉZET**

**MATEMATIKUS MESTERKÉPZÉS**

**TÁRGYLEÍRÁSOK**



**BUDAPEST 2013**

**Tantárgy neve: A 3D grafika geometriai alapjai**

**(C30)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Kertész Gábor
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az alakzatok vetületeinek előállítására a hagyományos ábrázoló geometriai módszerekkel. Az euklideszi tér affin transzformációinak analitikus leírása. A projektív sík és a projektív tér koordinátázása. A projektív tér kollineációinak leírása homogén koordinátákkal. A számítógépes grafikában a parallel és centrális vetítések leírásához felhasznált koordináta-rendszerek. A merev test pozíciójának megadása (az alap koordináta-rendszerben). A vektorfüggvénnyel leírt határfelület közelítése egy háromszögelt poliéderfelülettel. Színelméleti alapfogalmak. A három alapszín, a fénynyalábhoz rendelt  $r$ ,  $g$ ,  $b$  koordináták értelmezése. Az RGB- és a HLS-színrendszer. Az árnyaláshoz tartozó geometriai és fotometriai fogalmak, a felületelem adott irányhoz tartozó radianciája. A fotometria alapképlete. A fényforrásra vonatkozó fogalmak: teljes fluxus, fényerősség. A fényforrással megvilágított felület adott irányú radianciájának meghatározása a Phong-féle módszerrel. A raszteres kép digitális leírása. Egyszerűsített kalkuláció egy pixel fényerősségeinek a meghatározására. Árnyalt kép létrehozása a fénysugár-követő módszerrel. A tesszellált határfelületű testekre alkalmazott Phong-féle árnyalás és a Gouraud-féle árnyalás.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner, and J. F. Hughes: Computer Graphics Principles and Practice. Addison-Wesley, 1990.
- Szirmay-Kalos László, Antal György, Csonka Ferenc: Háromdimenziós grafika, animáció és játékfejlesztés. Computerbooks, Budapest, 2003.

**Tantárgy neve: A sokaságok differenciálgeometriája (BSc)**

**(B01)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditértéke:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Verhóczy László
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	a klasszikus differenciálgeometria fogalmai és tételei; topológiai alapfogalmak és tételek.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Differenciálható sokaság, sima leképezés. Érintőtér, érintőnyaláb. Sima vektormezők Lie-zárójele. Részsokaságok. Kovariáns deriválás. Párhuzamos eltolás. Riemann-sokaság, Levi-Civita-féle konnexió. Geodetikus görbék. Görbületi tenzor. Állandó görbületű terek. Differenciálformák, külső szorzat. Külső differenciál. Differenciálformák integrálása, térfogat. Stokes tétele.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Szenthe János: Bevezetés a sima sokaságok elméletébe. *Egyetemi tankönyv*. Eötvös Kiadó, Budapest, 2002.

**Tantárgy neve: Adatbányászat**

**(C51)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Lukács András  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga és zárthelyi  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gyakori mintázat keresés. Asszociációs szabályok. Szintenként haladó algoritmusok, Apriori. Partíciós és Toivonen algoritmus. Mintanövelő algoritmusok, FP-growth. Hierarchikus asszociációs szabályok. Kényszerek kezelése. Korrelációkeresés.

Dimenziócsökkentési eljárások. Spektrál módszerek, közelítés kis rangú mátrixszal. Fingerprintek, lenyomat alapú hasonlóságkeresés. Változók kiválasztása.

Klasszifikáció. Döntési fák, k-NN, neurális hálók, Bayes-módszerek. Kernel-módszer, SVM, hibrid módszerek.

Klaszterezés. Particionáló algoritmusok, k-közép. Hierarchikus algoritmusok. Sűrűség és link alapú módszerek, DBSCAN, OPTICS. Spektrálklaszterezés.

Alkalmazások és implementációs kérdések. Adatbányászati rendszerarchitektúrák. Adatszerkezetek

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Pang-Ning Tan, Michael Steinbach, Vipin Kumar: Introduction to Data Mining, Addison-Wesley, 2006, ISBN 0321321367, magyarul „Adatbányászat – Alapvetés”, Panem 2012, ISBN 9786155186097

Jiawei Han és Micheline Kamber: Data Mining: Concepts and Techniques, 2nd ed., Morgan Kaufmann Publishers, 2006, ISBN 1558609016, magyarul az első kiadás „Adatbányászat, Koncepciók és technikák”, Pannem, 2004, ISBN 9635453949

Bodon Ferenc adatbányászati jegyzete,  
<http://www.cs.bme.hu/~bodon/magyar/adatbanyaszat/>

Dr. Abonyi János (szerk.): Adatbányászat - a hatékonyság eszköze, Computerbooks Kiadó, 2006.

T. Hastie, R. Tibshirani, J. H. Friedman: The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction, Second Edition, Springer, 2009, ISBN 9780387848587

**Tantárgy neve: Alacsony dimenziós sokaságok**

**(C31)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Stipsicz András és Szűcs András
tanszéke:	Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet, Algebrai geometria és differenciátopológia csoport, ill. Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Algebrai topológia (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

- 1) sokaságok fogantyú-felbontása,
- 2) csomók 3-sokaságokban, Alexander polinomjuk,
- 3) Jones polinom, alkalmazások,
- 4) felületek és leképezésosztály-csoportok
- 5) 3-sokaságok, példák,
- 6) Heegaard-felbontás és Heegaard-diagram,
- 7) 4-sokaságok, Freedman és Donaldson tételei (kimondani),
- 8) Lefschetz-fibrálások,
- 9) invariánsok (Seiberg-Witten és Heegaard Floer invariánsok),
- 10) alkalmazások.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

J. Milnor: Morse theory. Princeton, 1973.

R.E. Gompf, A.I. Stipsicz: 4-manifolds and Kirby calculus, Graduate Studies in Mathematics, Volume 20, Amer. Math. Society. Providence, Rhode Island.

**Tantárgy neve: Algebra 4 (BSc)**

**(A01)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Pálfy Péter Pál
tanszéke:	Algebra és Számelmélet Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	klasszikus és lineáris algebra, elemi számelmélet, csoport- és gyűrűelmélet

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Testbővítések. Az egyszerű testbővítés, mint faktorgyűrű. Egyszerű testbővítés konstrukciója. Algebrailag zárt bővítés létezése általános test esetén (bizonyítás nélkül).

Galois-elmélet. A felbontási test fogalma. Normális bővítés. A tökéletes test fogalma. Relatív automorfizmus, a Galois-csoport fogalma. A Galois-elmélet főtétele. Konjugáltság, a konjugáltak a minimálpolinom gyökei.

A véges testek elemszáma, létezése, egyértelműsége. Wedderburn tétele (minden véges ferdetest kommutatív).

Geometriai szerkeszthetőség. Konkrét szerkesztési feladatok megoldhatatlansága: kockakettőzés, szögharmadolás, körnégyszögesítés. A körosztási test foka és Galois-csoportja. Szabályos sokszögek szerkeszthetőségének jellemzése.

Egyenletek gyökjelekkel való megoldhatósága. Kapcsolat a Galois-csoport feloldhatóságával. A legalább ötödfokú egyenletre nincs általános megoldóképlet.

Modulusok. Schur-lemma. Sűrűségi tétel. Idempotens endomorfizmusok kapcsolata a direkt felbontással. Kommutatív diagramok. Egzakt sorozatok. Projektív modulus. Injektív modulus. Modulusok tenzorszorzata.

Főideálgűrű feletti végesen generált modulusok. Mátrixok normálalakra hozása. Ciklikus modulus; felbontása. Főideálgűrű feletti végesen generált modulusok alaptétele. Alkalmazások: véges Abel-csoportok, Jordan-féle normálalak.

Féligegyszerű modulusok és gyűrűk. Féligegyszerű gyűrűk ekvivalens jellemzései: minden modulus féligegyszerű; minden modulus projektív; minden modulus injektív; a gyűrű balideáljaira teljesül a minimumfeltétel és nem tartalmaz nilpotens balideált. Gyűrű Jacobson-radikálja. Féligegyszerű modulus felbontása homogén részmodulusok direkt összegére. Wedderburn-Artin-tétel: Féligegyszerű gyűrű felbontása teljes mátrixgyűrűk direkt összegére. Test feletti algebrák. Csoportalgebra, Maschke-tétel. Kvaternióalgebra. Frobenius tétele a valós test felett véges dimenziós nullosztómentes algebrákról.

Kötelező irodalom:

Kiss Emil: Bevezetés az algebraba. Typotex, 2007.

Ajánlott irodalom:

Freud Róbert: Lineáris algebra. ELTE Eötvös Kiadó, 2006.

B. Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok.  
Polygon Kiadó, 2005.

Fried Ervin: Algebra I-II. Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000, 2002.

Fuchs László: Algebra. ELTE egyetemi jegyzet.

**Tantárgy neve: Algebrai és differenciátopológia**

**(C32)**

Tantárgy heti óraszám:	4+2
kreditértéke:	6+3
tantárgyfelelős neve:	Szűcs András (egyetemi tanár)
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Algebrai topológia (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Karakterisztikus osztályok és alkalmazásaik, sokaságok kobordizmusgyűrűjének kiszámolása, egzotikus gömbök létezése.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

J. W. Milnor, J. D. Stasheff: *Characteristic Classes*, Princeton, 1974.

R. E. Stong: *Notes on Cobordism Theory*, Princeton, 1968.

**Tantárgy neve: Algebrai geometria**

**(C33)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditértéke:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Némethi András
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	absztrakt algebrai struktúrák (csoportok, gyűrűk, ideálmélet, modulusok, testek, formális sorok), jártasság a velük való számolásban (lokalizálás, primér felbontás).

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Bevezető rész: affin terek zárt részhalmazai és reguláris leképezések, racionális függvények és leképezések, kváziprojektív varietások, véges leképezések, dimenzióelmélet, szorzat, irreducibilitás.

Lokális elmélet: sima és szinguláris pontok, érintő tér, lokális paraméterek, sima alterek, felfújások és tulajdonságaik, biracionális leképezések, kivételes divizorok, izomorfizmusok és biracionális ekvivalencia, normál varietások és normalizálás.

Divizorok és differenciálformák: divizorok, fődivizorok, lineáris rendszerek, divizor osztály csoport, vonalnyalábok, Picard-csoport, differenciálformák, Riemann-Roch-tétel görbékre.

Metszésszámok, alkalmazások a felületelméletben: metszésszámok, Bézout-tétel, viselkedés a felfújások esetében, felületsingularitások.

Emelt szintű lehetséges folytatás: kévék, homologikus algebra, kéve kohomológia, Spec(A), Zariski-topológia, absztrakt varietások.

Lehetséges topológiai ráadás: komplex sima projektív sokaságok, homologikus tulajdonságaik, Lefschetz-tételek és felbontás.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- R. Shafarevich: Basic Algebraic Geometry , 1 and 2, Springer Verlag 1977, 1994.
- M.F. Atiyah, I.G. MacDonald: Commutative Algebra, Addison-Wesley Publ. Comp. 1969
- M. Reid: Undergraduate Commutative Algebra, London Math. Soc. Students Texts 29, Cambridge Univ. Press 1995.
- J. Harris: Algebraic Geometry, A First Course, Graduate Texts in Math. 133, Springer-Verlag New York, 1992
- Ph. Griffiths, J. Harris: Principles of Algebraic Geometry, John Wiley & Sons, Inc., 1978
- R. Hartshorne: Algebraic Geometry, Graduate Texts in Math. 52, Springer-Verlag New York,



**Tantárgy neve: Algebrai számelmélet**

**(C06)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Zábrádi Gergely  
tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium és gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel: alapvető csoport-, gyűrű- és Galois-elméleti ismeretek,  
hasznos az algebrai geometria ismerete.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kvadratikus reciprocitás. Egész elemek gyűrűbővítésben, egész zárt, nyom, norma, diszkrimináns, egész bázis. Dedekind gyűrűk, ideálmélet, egyértelmű prímfaktorizáció. Osztálycsoport, összehasonlítás sémák Picard-csoportjával, rendjének Minkowski-féle becslése, Dirichlet tétele az egészek gyűrűjének egységeiről. Hilbert-féle elágazás-elmélet, a Galois-csoport felbontási és elágazási részcsoportjai. Körosztási testek, a Fermat-sejtés reguláris prímekekre. Prímideálnál vett lokalizálás, diszkrét értékelésgyűrűk, telítés, a  $p$ -adikus számok teste, inverz limesz, direkt limesz. Ostrowski tétele  $Q$  telítéseiről. Hensel lemma, Teichmüller reprezentánsok. Lokális testek,  $p$ -adikus log és exp, multiplikatív csoport leírása. Witt gyűrűk. Hensel-féle testek, értékelések kiterjesztése. Elágazásmentes és szelíden elágazó bővítések explicit leírása, elágazási részcsoportok, Hasse–Herbrand függvény, kapcsolata a normával. A normák teste (NB). Lokális és globális Kronecker-Weber tétel (NB) és kapcsolatuk az osztálytestelmélettel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- J. Neukirch, *Algebraische Zahlentheorie*, Springer (1992).
- J.-P. Serre, *Local fields*, Graduate Texts in Math. 67, 2nd Ed. (1995).
- S. Lang, *Algebraic Number Theory*, Graduate Texts in Math. 110, 2nd Ed. (1994).
- W. J. Milne, *Algebraic Number Theory*, <http://jmilne.org/math/CourseNotes/ant.html>

**Tantárgy neve: Algebrai topológia (BSc)**

**(B02)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Szűcs András
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	a Bevezetés a topológiába c. tárgy anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Homotopikus ekvivalencia. Van Kampen tétel. Tórikus csomó fundamentális csoportja. CW komplexusok, fundamentális csoportjaik. A kanonikus felületek és fundamentális csoportjaik. Topologikus sokaságok, peremes sokaságok, a perempontok karakterizációja. Az 1-dimenziós sokaságok klasszifikációja. A zárt 2-dimenziós sokaságok klasszifikációja. Euler karakterisztika és irányítás-teljes invariáns rendszer. Legalább négydimenziós sokaságok fundamentális csoportja.

A Poincaré-hipotézis és általánosított Poincaré-hipotézis. Differenciálható sokaságok. Topologikus sokaságokon megadható differenciálható struktúrák számáról.  $\pi_n(X)$  definíciója, kommutativitása.

A differenciálható sokaságok alkalmazása az algebrai topológiában; két technikai tétel.  $\pi_k(S_n)$ , ha  $n$  legalább  $k$ .

Dimenzióinvariancia, Borsuk–Ulam és Brouwer tételei  $n$  dimenzióban. A fokszám. Poincaré–Hopf tétel.

Kötelező irodalom:

[www.cs.elte.hu/analysis/szucs/jegyzet](http://www.cs.elte.hu/analysis/szucs/jegyzet), 40-80.old.

Ajánlott irodalom:

W. S. Massey: Algebraic Topology: An Introduction, Yale 1971;

J. W. Milnor: Topology from the differentiable viewpoint, Virginia 1965.

**Tantárgy neve: Algoritmuselmélet**

**(B20)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 2+3

tantárgyfelelős neve: Király Zoltán  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga és zárthelyi  
előtanulmányi feltétel: alapvető algoritmusok, folyamatok, NP-teljesség ismerete

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Rendezés és kiválasztás. Számolás nagy számokkal, Euklideszi algoritmus, RSA. Gyors Fourier-transzformáció és alkalmazásai.

Dinamikus programozás alkalmazásai (maximális intervallum-összeg, hátizsák feladat, mátrix-szorzás zárójelzés, optimális bináris keresőfa, optimalizálási feladatok fákon).

Gráfalgoritmusok: a szélességi és mélységi keresés megvalósítása, alkalmazásai (legrövidebb utak, kétszínizhetőség, erősen összefüggővé irányítás, kettő-összefüggő blokkokra bontás, erősen összefüggő komponensek megtalálása). Dijkstra algoritmus alkalmazásai (legszelebbes út, legbiztonságosabb út, PERT módszer, Jhonson algoritmus).

Gyors útvonalkeresés előfeldolgozás után. Bellman-Ford-algoritmus, Karp minimális átlagú kört kereső algoritmus, Suurballe és Tarjan algoritmus. Stabil párosítás. Hopcroft-Karp-algoritmus, Dinits-algoritmus, diszjunkt utak. Hálózati kódok.

Közelítő algoritmus fogalma, példák (Ibarra-Kim, metrikus TSP, Steiner fa, lefogó csúcshalmaz). Fix paraméteresen megoldható feladatok.

Adattömörítés alapjai. Párhuzamos algoritmusok (Brent tételei, minimum, összeadás, szorzás, rendezés, mátrix-szorzás alkalmazásai).

Kötelező irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/~kiralym/Algelm.pdf>

Ajánlott irodalom:

T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok. Sclolar, 2003.  
Rónyai-Iványos-Szabó: Algoritmusok, TypoTeX, 1998.

**Tantárgy neve: Algoritmusok és adatstruktúrák tervezése, elemzése és implementálása 1 (C52)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Király Zoltán
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	vizsga + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Algoritmuselmélet

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Randomizált algoritmusok, Kager és Stein min. vágás algoritmus. On-line algoritmusok, versenyképességi hányados, a k-robot probléma. Virtuális magánhálózatok tervezése. Determináns számítása gyűrű felett. Gráfok síkbarajzolása, folyamalgoritmus síkgráfokon. Fa-felbontás, fa-vastagság és alkalmazásai. Pszeudo-reguláris partíció keresése. Faktorizáció kvantum-számítógépen.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/~kiraly/algtervelemz1.html>

**Tantárgy neve: Algoritmusok és adatstruktúrák tervezése, elemzése és implementálása 2 (C53)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Király Zoltán
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	vizsga
előtanulmányi feltétel:	Alg. és adatstruktúrák tervezése, elemzése és implementálása 1.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Adatstruktúrák a DISZJUNKT-UNIÓ – HOLVAN feladatra.  
Fibonacci-kupac, Párosítás és radix kupacok.  
Kiegyensúlyozott és önkiegyensúlyozó fák.  
Hasítás, fajtái, elemzésük.  
Dinamikus fák és alkalmazásaik.  
Geometriai algoritmusokban használt adatstruktúrák: hierarchikus keresőfák, intervallum-fák, szakasz-fák és kupacos keresőfák.

Kötelező irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/~kiraly/Adatstrukturak.pdf>

Ajánlott irodalom:

T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok. Sclolar, 2003.  
Robert Endre Tarjan: Data Structures and Network Algorithms , Society for Industrial and Applied Mathematics, 1983.

D. E. Knuth: A számítógép-programozás művészete, III. Kötet.

Berg-Kreveld-Overmars-Schwarzkopf: Computational Geometry: Algorithms and Applications, Springer-Verlag, 1997.

**Tantárgy neve: Alkalmazott diszkrét matematika szeminárium**

**(C54)**

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditértéke: 0+2

tantárgyfelelős neve: Király Zoltán  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: C típusú vizsga  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott cikkek tanulmányozása, előadása

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Analitikus fejezetek a komplex függvénytanból**

**(C10)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Szóke Róbert
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium,
előtanulmányi feltétel:	Riesz reprezentációs tétele, Hilbert terek, $L_p$ terek, duális terek, reziduum tétel, harmonikus függvények, Poisson formula, maximum elv

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Phragmén-Lindelöf típusú tételek, Poisson-Jensen formula, meromorf függvények a síkon., Nevanlinna elmélet, Előjeles mértékek és  $L_p$ -beli függvények Poisson integrálja, Hardy terek. Riesz Marcell tétele. Interpoláció az  $L_p$  terek között, a Riesz fivérek tétele. Bergman terek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Halász Gábor :„Fejezetek a komplex függvénytanból, egyetemi jegyzet.  
W.K.Hayman: Meromorphic functions, Clarendon Press, Oxford, 1964,  
P.L. Duren: Theory of  $H_p$  spaces, Academic Press, New York-London, 1970,  
P.Koosis:introduction to  $H_p$  spaces, University Press, Cambridge, 1980,  
R.E. Greene-S.G. Krantz:Function theory of one complex variable, AMS 2002

**Tantárgy neve: Analitikus konvex geometria**

**(C34)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditérték:	2+2
tantárgyfelelős neve:	ifj. Böröczky Károly
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	lineáris algebra, alapvető mértékelmélet.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Konvex felületek differenciálhatósága. Átlagvetületek, kevert térfogat. Izoperimetrikus egyenlőtlenség. Brunn-Minkowski-, Alexander-Fenchel-, Rogers–Shephard- és Blaschke-Santaló-egyenlőtlenség. John- és Löwner-ellipszoid. Felületi mérték, Minkowski-probléma.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

R. Schneider: *Convex Bodies: The Brunn-Minkowski Theory*. Cambridge University Press, 1993.

P.M. Gruber: *Convex and Discrete Geometry*, Springer-Verlag, 2006.



**Tantárgy neve: Analízis 4 (BSc)**

**(A02)**

Tantárgy heti óraszám:	4+2
kreditérték:	4+3
tantárgyfelelős neve:	Kós Géza
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Valós vonalintegrálok és integráltételek. Görbék ívhossza. A vonalintegrál és kiszámítása. A Newton-Leibniz-formula. A primitív függvény létezésének feltételei. Divergencia és rotáció; integráltételek (csak a kétdimenziós Gauss tétel bizonyítással).

Mértékelmélet. Szigma-algebra, halmazrendszer által generált szigma-algebra, Borel-halmazok. Szigma-additív halmazfüggvény, külső mérték, mérték. Mérték kiterjesztése, teljesség. Lebesgue- és Lebesgue-Stieltjes-féle külső mérték és mérték, regularitás.

Mérhető függvények. Majdnem mindenütt való konvergencia. Jegorov tétel. Mértékben való konvergencia. Luzin tétele. Lebesgue- és Lebesgue-Stieltjes-integrál. Függvénysorozatok és -sorok integrálása. Előjeles mérték. Totális variáció. Előjeles mérték Jordan-felbontása. Hahn felbontási tétele. Radon-Nikodym tétel. Abszolút folytonos és szinguláris mértékek. Lebesgue-felbontás. Előjeles Borel-mértékek differenciálhatósága. Fubini tétele mértékek végtelen összegének differenciálására. Lebesgue-féle sűrűségpont tétel. Monoton és korlátos változású függvények differenciálhatósága. Abszolút folytonos függvények, szinguláris függvények, Newton-Leibniz formula. Mértékterek szorzata. Fubini tétele a szorzatmérték szerinti integrálról. Integráltranszformáció. Lp-függvényosztályok. Konvolúció.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

Laczkovich Miklós-T.Sós Vera: Analízis II. (egyetemi jegyzet), Nemzeti Tankönyvkiadó, 2007.

Petruska György: Analízis II. kötet (egyetemi jegyzet), ELTE Eötvös Kiadó, 1998.

Császár Ákos: Valós analízis II. kötet, Tankönyvkiadó, 1988.

Komornik Vilmos: Valós analízis előadások II. kötet, Typotex Kiadó, 2003.

Járai Antal: Mérték és integrál, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

**Tantárgy neve: Analízis alapjai (olvasókurzus)**

**(A03)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	5+0
tantárgyfelelős neve:	Tóth Árpád
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Valós függvények. Korlátos változású függvények. Riemann-Stieltjes-integrál, vonalintegrál. Inverz- és implicit-függvény tétel. Feltételes szélsőérték. Mértékelmélet. Lebesgue-integrál. Függvényterek. Komplex függvénytan. Cauchy-tétel és integrálformula. Analitikus függvények hatványsora. Izolált szinguláris helyek, reziduum-tétel. Közönséges differenciálegyenletek. Egzisztencia és unicitási tételek. Elemi úton megoldható egyenletek. Lineáris egyenletek és rendszerek. Hilbert-terek, ortonormált rendszerek. Metrikus terek: topológiai alapfogalmak, sorozatok, függvények határértéke és folytonossága. A numerikus analízis alapjai.

Kötelező irodalom:

Komornik Vilmos: Valós analízis előadások I-II., Typotex, 2004

Ajánlott irodalom:

Petruska György: Analízis I-II. (egyetemi jegyzet), ELTE Eötvös Kiadó, 1998.

Laczkovich Miklós és T. Sós Vera: Analízis, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2006.

Császár Ákos: Valós analízis I-II, Tankönyvkiadó, 1998.

W. Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978.

Járai Antal: Mérték és integrál, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

Simon Péter, Tóth János: Közönséges differenciálegyenletek, Typotex, 2005.

Szőkefalvi-Nagy Béla: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1987.

Riesz Frigyes és Szőkefalvi-Nagy Béla: Funkcionálanalízis, Tankönyvkiadó, 1983.

**Tantárgy neve: Approximációs algoritmusok**

**(C67)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Halmazfedés, lefogó ponthalmaz, utazóügynök feladat, Steiner fa. Lp-relaxációk, primál-duál algoritmusok, körlefogó ponthalmaz, bin packing, forráselhelyezés. Ütemezési feladatok, k-központ, k-vágás, multivágás, többutas vágás. Többtermékes folyamatok. Minimális k-összefüggő részgráf. Minimális maxfokú feszítőfa.

Kötelező irodalom: elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Jordán Tibor, Recski András, Szeszlér Dávid: Rendszeroptimalizálás. Typotex, 2004.  
V. Vazirani: Approximation algorithms. Springer, 2001.

**Tantárgy neve: Az algebra alapjai (olvasókurzus)**

**(A04)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	5+0
tantárgyfelelős neve:	Ágoston István
tanszéke:	Algebra és Számelmélet Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	klasszikus algebrai ismeretek (polinomok, mátrixok, egyenletrendszerek stb.)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A csoportelmélet alapjai. Permutációcsoportok. Lagrange-tétel. Homomorfizmusok és normálosztók. Direkt szorzat, a véges Abel-csoportok alaptétele. Szabad csoportok és definiáló relációk. Sylow-tételek.

A gyűrűelmélet alapjai. Ideálok. Láncföltételek. Integritástománnyok, főideálgyűrűk, euklideszi gyűrűk.

Lineáris algebra. Lineáris transzformációk sajátértékei, karakterisztikus polinomja, minimálpolinomja. Jordan-féle normálalak. Euklideszi terek lineáris transzformációi. Normális és unitér transzformációk. Kvadrátikus alakok, tehetetlenségi tétel.

Kötelező irodalom:

Kiss Emil: Bevezetés az algebraba. Typotex, 2007.

Ajánlott irodalom:

Freud Róbert: Lineáris algebra. ELTE Eötvös Kiadó, 2006.

B. Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok.  
Polygon Kiadó, 2005.

Fried Ervin: Algebra I-II. Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000, 2002.

Fuchs László: Algebra. ELTE egyetemi jegyzet.

V. V. Praszolov: Lineáris algebra, Typotex, 2005.

**Tantárgy neve: Az operációkutatás alkalmazásai**

**(C68)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Jüttner Alpár  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott fejezetek az operációkutatás ipari, közgazdasági alkalmazásaiból. Raktározási- és elhelyezési problémák. Szállítási és közlekedés-szervezési feladatok. Karbantartási és termelésstervezési modellek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Banach\*-algebrák ábrázolásai és absztrakt harmonikus analízis (C11)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditérték:	2+2
tantárgyfelelős neve:	Kristóf János
tanszéke:	Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék
számonkérés rendje:	beadható feladatok és kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

\*-algebrák ábrázolásai., pozitív funkcionálok és a GNS-konstrukció, B\*-algebrák ábrázolásai, absztrakt Gelfand-Rajkov tétel, második Gelfand-Najmark tétel, ábrázolások Hilbert-integrálja, spektráltételek C\*-algebrákra és mérhető függvényszámítás.

Topologikus csoportok alaptulajdonságai, folytonos topologikus és unitér ábrázolások, Radon-mértékek lokálisan kompakt tereken, baloldali Haar-mérték egzisztenciája és unicitása, moduláris függvény, reguláris ábrázolások, lokálisan kompakt csoport mértékalgebrája, a harmonikus analízis alaptétele, Gelfand–Rajkov tétel, kompakt csoportok folytonos unitér ábrázolásai (Peter-Weyl tételek), kommutatív lokálisan kompakt csoportok folytonos unitér ábrázolásai (Stone-tételek), Radon-mértékek faktorizációja, indukált unitér ábrázolások és Mackey tételei.

Kötelező irodalom:

Kristóf János Analízis IV. <http://cs.elte.hu/~krja>

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Bevezetés a differenciálgeometriába (BSc)**

**(A05)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditértéke:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Verhóczy László
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Sima görbék az  $n$ -dimenziós euklideszi térben. Természetes paraméterezés. Kísérő Frenet-bázis. Görbületi függvények, Frenet-formulák. A görbeelmélet alaptétele. Síkgörbe előjeles görbülete. Zárt görbék teljes görbületével kapcsolatos tételek. Sima elemi hiperfelület paraméterezése. Érintőtér. Első főmennyiségek. Normálgörbület, Meusnier tétele. Weingarten-leképezés, főgörbületek és főirányok. Christoffel-szimbólumok. Derivációs formulák. Theorema Egregium. Bonnet tétele. Geodetikus görbék.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

**Tantárgy neve: Bevezetés a topológiába (BSc)**

**(A06)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditértéke:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Szűcs András
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Topologikus terek és folytonos leképezések. Térkonstrukciók: alterek, faktorterek, szorzatterek, függvényterek. Szétválasztási axiómák. Uriszon-lemma. Tietze-tétel. Megszámálhatósági axiómák. Uriszon első metrizációs tétele. Kompaktság, kompaktifikációk, kompakt metrikus terek. Összefüggőség, útösszefüggőség. Fundamentális csoport. Fedő leképezések. Algebra alaptétele. Sündisznó tétel. Brouwer fixponttétel. Borsuk – Ulam tétel.

Kötelező irodalom:

[www.cs.elte.hu/analysis/szucs/jegyzet](http://www.cs.elte.hu/analysis/szucs/jegyzet), 1-39.old.

Ajánlott irodalom

J. L. Kelley: General Topology, 1957, Princeton.



**Tantárgy neve: Bevezetés az információelméletbe**

**(C46)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Csiszár Villő  
tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika (a matematikus és alkalmazott matematikus szakirányról érkezetteknel teljesítettnek tekintve)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Forráskódolás változó hosszúságú és blokk-kódokkal. Entrópia és formális tulajdonságai. I-divergencia és formális tulajdonságai. Tipikus sorozatok. A zajos csatorna fogalma, csatornakódolási tételek. Csatornakapacitás és kiszámítási módjai. Forrás- és csatornakódolás lineáris kódokkal. Több felhasználós hírközlő rendszerek: korrelált források egyedi kódolása. Az additív Gauss-zajú csatorna.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Csiszár – Körner: Information Theory: Coding Theorems for Discrete Memoryless Systems. Akadémiai Kiadó, 1981.  
Cover – Thomas: Elements of Information Theory. Wiley, 1991.

**Tantárgy neve: Bioinformatika**

**(C55)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Grolmusz Vince  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga és zárthelyi dolgozat  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Génszekvenálási technikák. Metagenomikai bevezetés. Mikrobiális diverzitás. Assembly technikák és szintek. Re-szekvenálás és de novo szekvenálás. Hashing. A Burrows-Wheeler transzformáció. Gráfelméleti módszerek: Hamilton, Euler és De Bruijn gráfok.

Sorozatok távolsága: Hamming és Levenshtein távolság. Dinamikus programozás.

Részsorozat keresés: Knuth-Morris-Pratt és Boyer-Moore algoritmus.

Suffix fák.

Szekvencia illesztés: Needleman-Wunsch és a Smith-Waterman-algoritmusok. A BLAST és változatai.

Génektől a fehérjékig: gén-annotáció. Markov-modellek. Bevezetés a molekuláris strukturákba. Fehérje-kismolekula dokkolás.

Fehérje-fehérje dokkolás.

Fehérje interakciós hálózatok.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Bonyolultságelmélet**

**(C56)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 2+3

tantárgyfelelős neve: Grolmusz Vince  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga és zárthelyi dolgozat  
előtanulmányi feltétel: Turing-gép, rekurzív és rekurzíve felsorolható nyelvek, determinisztikus és nem-determinisztikus bonyolultsági osztályok, NP-teljesség.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kommunikációs bonyolultság. Döntési fák, rejtőzködés, Ben-Or tétele. Hierarchia-tételek, Sawitch tétel, orákulumok, a polinomiális hierarchia. A PSPACE-osztály, teljes nyelvek. Véletlenített bonyolultságosztályok. Pszeudovéletlen generátorok. Interaktív protokollok. Shamir tétele:  $IP=PSPACE$ . Nehéz problémák közelíthetősége és közelíthetetlensége, a PCP tétel. Alsó becslések Boole-hálózatokon. Párhuzamos algoritmusok aritmetikai problémákra, rendezésre, gráfproblémákra és lineáris algebrai feladatokra. Párhuzamos algoritmusok kisfokú hálózatokon. Kolmogorov-bonyolultság

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Lovász László: Algoritmusok Bonyolultsága, egyetemi jegyzet, ELTE 1999.  
Papadimitriou, Christos H. (1999): Számítási bonyolultság. Novadat Bt., Győr.  
Ivanyos, G., Rónyai, L., Szabó, R.: Algoritmusok, Budapest, TypoTeX Kiadó, 1998.  
Cormen, Leiserson, Rivest: Új algoritmusok, Scolar Kiadó, 2003.

**Tantárgy neve: Bonyolultságelmélet szeminárium**

**(C57)**

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditértéke: 0+2

tantárgyfelelős neve: Grolmusz Vince  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: C típusú vizsga  
előtanulmányi feltétel: Bonyolultságelmélet

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott cikkek tanulmányozása, előadása

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Csoportok és reprezentációk**

**(B04)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 2+3

tantárgyfelelős neve: Pálffy Péter Pál  
tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék  
számonkérés rendje: kolokvium és gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel: Lagrange-tétel, izomorfizmustételek, centralizátor, normalizátor, a konjugáltosztályok elemszáma, Cauchy-tétel, csoport megadása generátorokkal és definiáló relációkkal, alternáló csoport, lineáris transzformációk diagonalizálhatósága

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Csoportthatás, permutációcsoport, automorfizmuscsoport. Szemidirekt szorzat. Sylow-tételek. Véges  $p$ -csoportok. Nilpotens csoportok. Feloldható csoportok, Hall-tételek. Szabad csoportok, prezentációk, varietások. Nielsen-Schreier-tétel. Abel-csoportok. A végesen generált Abel-csoportok alaptétele. Torziómentes csoportok. Lineáris csoportok és lineáris reprezentációk. Féligegyszerű modulusok és algebrák. Irreducibilis reprezentációk. Karakterek, ortogonalitási relációk. Indukált reprezentációk, Frobenius-reciprocitás, Clifford-tételek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Fried Ervin: Algebra II. Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002  
D. J. S. Robinson: A course in the theory of groups, Springer, 1993  
I. M. Isaacs: Character theory of finite groups, Academic Press, 1976

**Tantárgy neve: Differenciáltopológia**

**(B13)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	2+0
tantárgyfelelős neve:	Szűcs András
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Algebrai topológia (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Morse-elmélet, Pontrjagin-konstrukció, gömbök első három stabil homotópiacsoportja, a Poincaré-dualitás Morse-elméleti bizonyítása, immerzióelmélet.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

M. W. Hirsch: Differential Topology, Springer-Verlag, 1976.

**Tantárgy neve: Differenciáltopológia gyakorlat**

**(C35)**

Tantárgy heti óraszám:	0+2
kreditértéke:	0+3
tantárgyfelelős neve:	Szűcs András
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Algebrai topológia (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lásd a Differenciáltopológia c. tárgynál.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

J. W. Milnor és J. D. Stasheff: *Characteristic Classes*, Princeton, 1974.

R. E. Stong: *Notes on Cobordism Theory*, Princeton, 1968.

**Tantárgy neve: Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek 1**

**(C12)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Simon Péter  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium  
előtanulmányi feltétel: Differenciálegyenletek (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lineáris differenciálegyenletek fázisképeinek osztályozása a topologikus ekvivalencia szerint. Nemlineáris rendszerek osztályozása a Poincaré-féle normálforma segítségével. Stabilis, instabilis, centrális sokaság, Hartman-Grobman tétel. Lokális vizsgálat periodikus megoldások körül. Kétdimenziós vektormező indexe, a trajektóriák végtelenbeli viselkedése. Alkalmazások biológiai és kémiai modellekre. Oszcilláció kémiai reakciókat leíró differenciálegyenletek. Hamilton-féle rendszerek. Káosz a Lorenz-féle meteorológiai modellben.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tóth János, Simon Péter: Differenciálegyenletek; Bevezetés az elméletbe és az alkalmazásokba (Typotex, 2005).  
V.I. Arnold: Közönséges differenciálegyenletek (Műszaki Könyvkiadó, 1987).  
L. Perko, Differential Equations and Dynamical systems, Springer



**Tantárgy neve: Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek 2**

**(C13)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Simon Péter  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek 1.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Dinamikai rendszerek bifurkációi, alapvető példák és alkalmazások. Nyereg-csomó és Andronov-Hopf bifurkáció. Bifurkációs diagrammok meghatározása, két kodimenziós bifurkációk. Strukturális stabilitás, attraktorok típusai. Diszkrét dinamikai rendszerek. Topologikus ekvivalencia szerinti osztályozás. Intervallum leképezések: sátor leképezések, logisztikus függvénycsalád. Szimbolikus dinamika. Kaotikus rendszerek. Smale-patkó. Sarkovszkij tétel. Bifurkációk.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tóth János, Simon Péter: Differenciálegyenletek; Bevezetés az elméletbe és az alkalmazásokba (Typotex, 2005).  
V.I. Arnold: Közönséges differenciálegyenletek (Műszaki Könyvkiadó, 1987).  
L. Perko, Differential Equations and Dynamical systems, Springer

**Tantárgy neve: Dinamikus rendszerek**

**(C14)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Buczolicz Zoltán  
tanszéke: Analízis Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: Differenciálegyenletek (BSc) anyaga, különösen az egyváltozós differenciál és integrálszámításra van szükség és nem árt ha valamennyit tud valaki metrikus terekről, esetleg topológiáról.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kontrakciók, fixponttétel. Példák dinamikus rendszerekre. Newton-módszer, intervallum leképezések, kvadratikus függvénycsalád, differenciálegyenletek, a kör forgatásai. Grafikus analízis. Hiperbolikus fixpontok. Cantor halmazok mint taszító hiperbolikus halmazok, szimbólumsorozatok tere, mint metrikus tér. Szimbolikus dinamika és kódolás. Topologikus tranzitivitás, a kezdeti értékektől való érzékeny függés, káosz/kaotikus leképezések, strukturális stabilitás, káosz és három szerint periodikus pontok. Schwarz derivált. Bifurkációelmélet. Periódus kettőzés. Fraktálok és dinamikus rendszerek. Hausdorff dimenzió, önhasonló halmazok.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- B. Hasselblatt, A. Katok: A first course in dynamics. With a panorama of recent developments. Cambridge University Press, New York, 2003.
- A. Katok, B. Hasselblatt: Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- Robert L. Devaney: An introduction to chaotic dynamical systems. Second edition. AddisonWesley
- Studies in Nonlinearity. AddisonWesley Publishing Company, Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989.

**Tantárgy neve: Diszkrét dinamikus rendszerek**

**(C15)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3+0

tantárgyfelelős neve: Buczolicz Zoltán  
tanszéke: Analízis Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: mérték és integrálelmélet I (Analízis4, BSc) anyaga, különösen az egyváltozós differenciál és integrálszámításra, Borel mértékekre, metrikus terekre, egy kis topológiára van szükség és nem árt ha valamennyit tud valaki a Riesz reprezentációs tételről.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Topologikus tranzitivitás és minimalitás. Omega limeszhalmazok. Szimbolikus dinamikus rendszerek. A topologikus Bernoulli-shift. A kör leképezései. A forgatási szám létezése. Invariáns mértékek. Krylov-Bogolubov tétel. Minimális homeomorfizmusok és invariáns mértékek. Kompakt Abel-csoportok forgatásai, egyféleképpen ergodikus transzformációk és minimalitás.

Unimodális leképezések. Gyúró sorozat (kneading sequence). Végperiodikus szimbolikus pályájú pontok periodikus pontokhoz tartanak. Szimbolikus pályák előjeles lexikografikus rendezése. A megengedett szimbolikus pályák halmazának karakterizációja. A topologikus entrópia ekvivalens definíciói. A topologikus entrópia tulajdonságai. Intervallumleképezések cikk-cakk száma. Markov-gráfok. Sharkovszkij tétel. Az ergodelmélet alapjai. Maximális ergodtétel és Birkhoff ergodtétel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- A. Katok, B. Hasselblatt: Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- W. de Melo, S. van Strien, One-dimensional dynamics, Springer Verlag, New York (1993).
- I. P. Cornfeld, S. V. Fomin and Ya. G. Sinai, Ergodic Theory, Springer Verlag, New York, (1981).

**Tantárgy neve: Diszkrét és folytonos paraméterű Markov-láncok**

**(B16)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	2+0
tantárgyfelelős neve:	Prokaj Vilmos
tanszéke:	Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Valószínűségszámítás és statisztika (gyenge előfeltétel) (a matematikus és alkalmazott matematikus szakirányról érkezetteknel teljesítettnek tekintve)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Sztochasztikus folyamatok: Markov-tulajdonság, erős Markov-tulajdonság, homogenitás. Diszkrét paraméterű Markov-láncok: definíció, átmenetmátrix, az állapotok osztályozása. Periódus, visszatérőség. Az átmenetvalószínűségek konvergenciája. Stacionárius eloszlás. Nagy számok törvénye és centrális határeloszlás-tétel irreducibilis, pozitív rekurrens Markov-lánc funkcionáljára. Átmenetvalószínűségek tabu állapotokkal. Reguláris mérték, Doeblin hányados tétele. Megfordított Markov-lánc. Elnyelődési valószínűségek. Perron-Frobenius tételek. Folytonos paraméterű Markov-láncok: definíció, átmenetmátrix, derivált a nullában, infinitezimális generátor. Példák: Poisson folyamat, születési és halálozási folyamatok.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- Karlin – Taylor: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985.
- Chung: Markov Chains With Stationary Transition Probabilities. Springer, 1967.
- Isaacson – Madsen: Markov Chains: Theory and Applications. Wiley, 1976.

**Tantárgy neve: Diszkrét geometriai problémák**

**(C36)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditérték:	2+2
tantárgyfelelős neve:	Naszódi Márton
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	lineáris algebrai alapok, affin és konvex geometriai alapismeretek.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Elhelyezések és fedések az euklideszi síkon. Dowker-tételek, Fejes Tóth László és Rogers tételei a legsűrűbb eltoltakról, illetve a centrálszimmetrikusakról, fedések. Homogenitási kérdések. Rácsszerű elrendezések. Homogén (csoportthatással bíró) elhelyezések. Térigény, szeparálhatóság. Megvilágítás, antipodalitás, ekvilaterális halmazok. Transzverzálítás, epszilon-hálók, Vapnik–Chervonenkis-dimenzió. Közös transzverzálissal rendelkező halmazok problémái.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- Fejes Tóth László: Regular figures, Pergamon Press, Oxford–London–New York–Paris, 1964.
- Fejes Tóth László: Lagerungen in der Ebene auf der Kugel und im Raum, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 1972.
- Rogers, C. A.: Packing and covering, Cambridge University Press, 1964.
- Böröczky, K. Jr.: Finite packing and covering, Cambridge University Press, 2004.
- Jiri Matousek: Lectures on Discrete Geometry, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 2002.
- Károly Bezdek, Classical Topics in Discrete Geometry (CMS Books in Mathematics), Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 2010.

**Tantárgy neve: Diszkrét matematika 1**

**(B21)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Lovász László
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	vizsga és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	elemi leszámolás, elemi gráfelmélet, Hall-tétel, bevezetés a valószínűségszámításba, lineáris algebra, bevezető absztrakt algebra (azaz csoportok és véges testek elemi tulajdonságai)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gráfelmélet: gráfok és hipergráfok színezései. Párosításelmélet. Többszörös összefüggőség. Erősen reguláris gráfok, az egészségi feltétel és alkalmazásai. Blokkrendszerek. Véges testek, hibajavító kódok, perfekt kódok.

Extremális gráfok, Bondy-Simonovits tétel.

Regularitási lemma. Síkbarajzolhatóság, Kuratowski tétel, gráfok lerajzolása felületeken, minorok, Robertson-Seymour elmélet. Leszámláló kombinatorika alapvető kérdései: generátorfüggvények, inverziós formulák részben rendezett halmazokon, rekurziók. Mechanikus összegzés. Klasszikus gráfelméleti leszámolások, fák, feszítő fák száma.

Véletlen módszerek, várható érték módszer. Véletlen gráfok.

Testek alkalmazásai: a lineáris algebrai módszer. Kombinatorikus Nullstellensatz.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

J. H. van Lint, R.J. Wilson, A course in combinatorics, Cambridge Univ. Press, 1992; 2001.

Lovász L.: Kombinatorikai problémák és feladatok, Typotex.

Hajnal P.: Gráfelmélet, Polygon, Szeged.

R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik, Konkrét matematika, Műszaki Kiadó 1998.

**Tantárgy neve: Diszkrét matematika 2**

**(C58)**

Tantárgy heti óraszám:	4+0
kreditértéke:	6+0
tantárgyfelelős neve:	Lovász László
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	vizsga
előtanulmányi feltétel: :	Diszkrét matematika 1

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Véletlen módszerek:

Véletlen objektum determinisztikus javítása. Konstrukció nagy kromatikus számú, kis kört nem tartalmazó gráfra.

Véletlen gráfok: küszöbfüggvény, evolúció  $p = \log n/n$  környékén. Pszeudovéletlen gráfok. Lokális lemma és alkalmazásai. Diszkrepancia-elmélet. Beck–Fiala-tétel, Spencer „6-szoros szórás” tétele. Vapnik–Cservonenkisz dimenzió alaptétele.

Extremális kombinatorika

Nem-páros kizárt részgráfok: Erdős–Stone–Simonovits és Dirac tételei.

Páros kizárt részgráfok: utak és  $K(p,q)$  Turán-száma. Véges geometriai és algebrai konstrukciók.

Szemerédi regularitási lemma és alkalmazásai. Turán–Ramsey-típusú tételek.

Extremális hipergráf problémák: Turán sejtése.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Alon–Spencer: The probabilistic method, Wiley 2000.

**Tantárgy neve: Diszkrét optimalizálás**

**(B23)**

Tantárgy heti óraszám:	3+2
kreditértéke:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Frank András
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapvető gráfelméleti és matroidelméleti fogalmak, tulajdonságok és módszerek (párosítások, folyamok és áramok, mohó algoritmus, perfekt gráfok). A poliédres kombinatorika elemei (teljesen unimoduláris mátrixok és alkalmazásai, teljesen duálisan egészértékű rendszerek.). Főbb kombinatorikus algoritmusok (opimális fenyők és párosítások).

Kötelező irodalom:

Frank András és Jordán Tibor: Diszkrét optimalizálás (elektronikus jegyzet), ELTE 2013

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, 1998.

B. Korte and J. Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Springer, 2000.

E. Lawler, Kombinatorikus Optimalizálás: hálózatok és matroidok, Műszaki Kiadó, 1982. (Combinatorial Optimization: Networks and Matroids).

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

A. Frank, Connections in Combinatorial Optimization, Oxford University Press, 2011, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 38.



**Tantárgy neve: Diszkrét paraméterű martingálok**

**(B17)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Móri Tamás
tanszéke:	Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Valószínűségszámítás és statisztika (a matematikus és alkalmazott matematikus szakirányról érkezetteknel teljesítettnek tekintve)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Martingálok 1 valószínűségű és  $L_p$ -beli konvergenciája, reguláris martingálok.

Reguláris megállási idők, Wald-azonosság.

Négyzetesen integrálható martingálok konvergenciahalmaza.

Hilbert-tér értékű martingálok.

Centrális határeloszlás-tétel martingálokra.

Fordított martingál,  $U$ -statisztikák, felcserélhetőség.

Alkalmazások: Martingálok a pénzügyi matematikában, a Conway-algoritmus, optimális stratégiák nyereséges játékokban, elágazó folyamat kétféle típusú egyedekkel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Móri Tamás.: Diszkrét paraméterű martingálok. Typotex Kft., Budapest, 2011.

Y. S. Chow – H. Teicher: Probability Theory – Independence, Interchangeability, Martingales. Springer, New York, 1978.

J. Neveu: Discrete-Parameter Martingales. North-Holland, Amsterdam, 1975.

**Tantárgy neve: Egészértékű programozás 1**

**(C69)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Király Tamás
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapvető feladattípusok, modellezési technikák. Dinamikus programozás. LP alapú korlátozás és szétválasztás. Gomory-féle egészértékű és vegyes vágás. Sarokpoliéderek és metszet vágások. Heurisztikus algoritmusok az utazó ügynök feladatra, approximációs eredmények. A Held-Karp korlát, módszerek a kiszámolására. Lagrange relaxáció, oszlopgenerálás. Hilbert bázisok, unimodularitás.

Kötelező irodalom:

Király Tamás, Kis Tamás és Szegő László: Online jegyzet az Egészértékű Programozás I-II tárgyhoz, elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Vizvári Béla: Egészértékű programozás, Typotex, Budapest, 2006.

G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey: Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, New York, 1999.

D. Bertsimas, R. Weismantel: Optimization over Integers, Dynamic Ideas, Belmont, 2005.

**Tantárgy neve: Egészértékű programozás 2**

**(C70)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Király Tamás  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Teljes duális egészértékűség. Gomory-Chvátal vágások, vágások az utazó ügynök feladatra. Felemelés és vetítés, a Balas-féle korlátozás és vágás módszer. Rácsok, bázis-redukció. Fix-dimenziós egészértékű programozási feladat megoldása polinom időben. Az ellipszoid módszer, szeparáció és optimalizálás ekvivalenciája. LP alapú közelítő algoritmusok.

Kötelező irodalom:

Király Tamás, Kis Tamás és Szegő László: Online jegyzet az Egészértékű Programozás I-II tárgyhoz, elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Vizvári Béla: Egészértékű programozás, Typotex, Budapest, 2006.

G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey: Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, New York, 1999.

D. Bertsimas, R. Weismantel: Optimization over Integers, Dynamic Ideas, Belmont, 2005.

**Tantárgy neve: Egyéni kutatómunka 1**

**(C89)**

Tantárgy heti óraszám:	0+2
kreditérték:	0+3
tantárgyfelelős neve:	Ágoston István (ill. a Matematikus Oktatási Bizottság mindenkori elnöke)
tanszéke:	Algebra és Számelmélet Tanszék
számonkérés rendje:	beszámoló
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A tárgyat a tárgyfelelős, illetve az oktatási bizottság előzetes engedélyével lehet fölvenni. Célja, hogy különösen a mesterképzés első évében lehetőséget teremtsen a hallgatók egyéni kutatásainak a megkezdésére, illetve hogy ösztönözze azt, pl. TDK-dolgozat írása céljából. A tárgy fölveteléhez szükség van egy intézeti oktató, esetleg külső témavezető beleegyezésére is. A tárgy elvégzését a témavezető igazolja. A tárgy elvégzésének javasolt ideje a mesterképzés első félévé.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Egyéni kutatómunka 2**

**(C89)**

Tantárgy heti óraszám:	0+2
kreditérték:	0+3
tantárgyfelelős neve:	Ágoston István (ill. a Matematikus Oktatási Bizottság mindenkori elnöke)
tanszéke:	Algebra és Számelmélet Tanszék
számonkérés rendje:	beszámoló
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A tárgyat a tárgyfelelős, illetve az oktatási bizottság előzetes engedélyével lehet fölvenni. Célja, hogy különösen a mesterképzés első évében lehetőséget teremtsen a hallgatók egyéni kutatásainak a megkezdésére, illetve hogy ösztönözze azt, pl. TDK-dolgozat írása céljából. A tárgy föl vételéhez szükség van egy intézeti oktató, esetleg külső témavezető beleegyezésére is. A tárgy elvégzését a témavezető igazolja. A tárgy elvégzésének javasolt ideje a mesterképzés második félévére.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Ergodelmélet**

**(C16)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Buczolich Zoltán
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Mérték és integrálmélet I. (Analízis 4 BSc) anyaga, Funkcionálanalízis 1, különösen az egyváltozós differenciál- és integrálszámításra, Borel-mértékekre, Lp- és Hilbert-terekre, egy kis topológiára van szükség, és nem árt ha valamennyit tud valaki valószínűségszámításból a feltételes várható érték fogalmáról.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Példák. Konstrukciók. von Neumann  $L_2$  ergodtétel. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel. Poincaré visszatérési tétele és Ehrenfest példája. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről. Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról. Ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma. Kakutani–Rohlin lemma. Bernoulli shift, egységkör forgatásainak illetve a tórusz eltolásainak ergodikussága. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli shift erősen keverő. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok. Banach elv. Ergodtétel bizonyítása a Banach elvvel. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtétele. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai. Entrópia a fizikában és az információelméletben. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója. Feltételes információ és entrópia. „Entrópia metrika”. A feltételes várható érték mint  $L_2$ -beli vetítés. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról. Krieger generátor tétele (bizonyítás nélkül).

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

K. Petersen, Ergodic Theory, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 2, Cambridge University Press, (1981).

I. P. Cornfeld, S. V. Fomin and Ya. G. Sinai, Ergodic Theory, Springer Verlag, New York, (1981).

**Tantárgy neve: Exponenciális összegek a számelméletben**

**(C07)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Sárközy András és Gyarmati Katalin
tanszéke:	Algebra és Számelmélet Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	az alapismereteket meghaladó szintű számelméleti előismeretek (melyek elsajátíthatók pl. a Számelmélet 2. tárgy keretében); jártasság a komplex számokkal való számolásban; a határozott integrálra vonatkozó alapismeretek

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Additív és multiplikatív karakterek, kapcsolatuk, alkalmazások. A Vinogradov lemma és duálisa. Gauss összegek. A Pólya–Vinogradov egyenlőtlenség. A legkisebb kvadratikus nem-maradék becslése. Kloosterman összegek. A nagy szita aritmetikai és karakteres változata, alkalmazások. A számtani sorozatokban való eloszlás irregularitásai, karakterösszegek alsó becslése. Egyenletes eloszlás. Weyl kritérium. Diszkrepancia. Erdős-Turán egyenlőtlenség. Van der Corput módszere.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- I. M. Vinogradov: A számelmélet alapjai.
- L. Kuipers, H. Niederreiter: Uniform Distribution of Sequences.
- S. W. Graham, G. Kolesnik: Van der Corput's Method of Exponential Sums.
- H. Davenport: Multiplicative Number Theory.

**Tantárgy neve: Fejezetek a csoportelméletből**

**(C01)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditértéke:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Pálfy Péter Pál
tanszéke:	Algebra és Számelmélet Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Csoportok és reprezentációk

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Permutációcsoportok. Többszörösen tranzitív csoportok, Mathieu-csoportok. Primitív permutációcsoportok, O’Nan-Scott-tétel.

Egyszerű csoportok. Klasszikus csoportok, Lie-típusú egyszerű csoportok, sporadikus csoportok.

Csoportbővítések. Projektív reprezentációk, Schur-multiplikátor.

$p$ -csoportok. Frattini-részcsoport. Speciális és extraspeciális  $p$ -csoportok. Maximális osztályú csoportok.

Részcsoporthálók. Ore és Iwasawa tétele.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

D. J. S. Robinson: A course in the theory of groups, Springer, 1993

P. J. Cameron: Permutation groups, Cambridge University Press, 1999

B. Huppert: Endliche Gruppen I, Springer, 1967



**Tantárgy neve: Fejezetek a differenciálgeometriából**

**(B14)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	2+0
tantárgyfelelős neve:	Csikós Balázs
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Konvex felületek differenciálgeometriai jellemzése. Steiner-Minkowski-formula, Herglotz integrálformulája, konvex felületekre vonatkozó merevségi tételek.

Vonalfelületek és vonalkongruenciák.

Állandó görbületű felületek. Csebisev-hálók, sine-Gordon-egyenlőség, Bäcklund-transzformáció, Hilbert tétele. Összehasonlítási tételek.

Variációszámítási feladatok a differenciálgeometriában. Euler-Lagrange egyenlet, brachisztokron probléma, geodetikuskok, Jacobi-mezők, Lagrange-féle mechanika, szimmetriák és invariánsok, minimálfelületek, konform paraméterezés, harmonikus leképezések.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

W. Blaschke: Einführung in die Differentialgeometrie, Springer-Verlag 1950.

J.A. Thorpe: Elementary Topics in Differential Geometry, Springer-Verlag 1979.

J.J. Stoker: Differential Geometry, John Wiley & Sons Canada, Ltd.; 1989.

F.W. Warner: Foundations of Differential Manifolds and Lie Groups, Springer-Verlag, 1980.

**Tantárgy neve: Fejezetek a gyűrűelméletből**

**(C02)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditértéke:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Ágoston István
tanszéke:	Algebra és Számelmélet Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Gyűrűk és algebrák c. tárgy (gyűrű- és moduluselméleti alapfogalmak: radikál, talp, direkt fölbontás; injektív burok, projektív fedő, lánccomplexusok, homológiák)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A Hom és a tenzor funktorok. Projektív, injektív és lapos modulusok. Derivált funktorok. Projektív és injektív föloldások, az Ext és a Tor funktorok fölépítése és alaptulajdonságai. Egzakt sorozatok és az Ext funktor, Yoneda-szorzat, Ext-algebrák. Homologikus dimenziók. Projektív és injektív dimenzió, globális dimenzió, Hilbert syzygy-tétele, domináns dimenzió, finitisztikus dimenzió, a finitisztikus dimenzió sejtés

Reprezentációelmélet. Öröklődő algebrák, Coxeter-transzformációk és Coxeter-funktorok, preprojektív, reguláris és preinjektív reprezentációk, majdnem fölhasadó sorozatok, Auslander–Reiten-gráf. Brauer–Thrall-sejtések, véges reprezentációtípus. Homologikus módszerek a reprezentációelméletben. Derivált kategóriák. Triangulált kategóriák, homotópiakategória, kategóriák lokalizálása, algebrák derivált kategóriája, a Rickard-féle Morita-elmélet.

Centrális egyszerű algebrák. Algebrák tenzorszorzata; Noether–Skolem-tétel, kettős centralizátor tétel, Brauer-csoport, keresztszorzat. Polinomazonosságok. Struktúratételek, Kaplansky tétele, Kurosh-probléma, kombinatorikus eredmények, kvantitatív elmélet. Noether-gyűrűk. Goldie-elmélet és általánosításai, dimenzióelmélet. Kvázi-Frobenius gyűrűk. Csoportalgebrák, szimmetrikus algebrák, homologikus tulajdonságok. \*

\* A főnti tematikának csak egy része kerül megtárgyalásra.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

- Anderson, F.–Fuller, K.: Rings and categories of modules, Springer, 1974, 1995
- Auslander, M.–Reiten, I.–Smalø: Representation theory of Artin algebras, Cambridge University Press, 1995
- Drozd, Yu. –Kirichenko, V.: Finite dimensional algebras, Springer, 1993
- Lam, T.Y.: A first course in non-commutative rings, Springer, 1991
- Lam, T.Y.: Lectures on modules and rings. Springer, 1999.
- MacLane, S.: Homology, Springer, 1975, 1995
- Rotman, J.: An introduction to homological algebra, AP, 1979
- Rowen, L.: Ring theory I–II., AP, 1989, 1990.
- Weibel, C.: An introduction to homological algebra, CUP, 1996

**Tantárgy neve: Fejezetek az analízisből**

**(B07)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditérték:	2+2
tantárgyfelelős neve:	Elekes Márton
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Analízis 4 (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Hausdorff mérték és Hausdorff dimenzió. Lebesgue és Hausdorff mérték kapcsolata. Ívhossz és 1-dimenziós Hausdorff mérték kapcsolata. Hausdorff metrika. Önhasonló halmazok, fraktálok. Haar mérték. Létezés és egyértelműség. Pontrjagin dualitás és a lokálisan kompakt csoportok struktúrája. A Haar mérték általánosítása nem lokálisan kompakt csoportokra. Tipikus (generikus) objektumok. Lipschitz függvények, Rademacher és Kirszbraun tételei.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Laczkovich Miklós: Valós függvénytan (egyetemi jegyzet), ELTE Budapest, 1995  
P. R. Halmos: Mértékelmélet, Gondolat, 1984.

**Tantárgy neve: Folytonos optimalizálás**

**(B24)**

Tantárgy heti óraszám:	3+2
kreditérték:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Illés Tibor
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + ZH a gyakorlati jegyért
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lineáris egyenlőtlenségek: Farkas-lemma és egyéb alternatív tételek. A lineáris programozás dualitás elmélete, pivot algoritmusok (criss-cross és szimplex), belsőpontos módszer. Mátrix játékok: Nash-egyensúly, Neumann-tétel. Konvex optimalizálás: dualitás, szeparálás és algoritmusok. Konvex Farkas-tétel, Kuhn-Tucker-Karush tétel, regularitási feltételek. Nemlineáris programozási modellek. Sztochasztikus programozás: alapmodellek, gyakorlati problémák.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- Katta G. Murty: Linear Programming. John Wiley & Sons, New York, 1983.
- Vašek Chvátal: Linear Programming. W. H. Freeman and Company, New York, 1983.
- C. Roos, T. Terlaky and J.-Ph. Vial: Theory and Algorithms for Linear Optimization: An Interior Point Approach. John Wiley & Sons, New York, 1997.
- Kovács Margit: A nemlineáris programozás elmélete. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.
- Béla Martos: Nonlinear Programming: Theory and Methods. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.
- M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms. John Wiley & Sons, New York, 1993.
- Illés T. és Mészáros K.: A Farkas-lemma egy új és elemi bizonyítása, Új utak a magyar operációkutatásban, szerk.: Komlósi S. és Szántai T., Dialógus Campus Kiadó, Budapest, 1999, 73-88 oldalak.
- Szidarovszky Ferenc: Játékelmélet, Informatikai Algoritmusok I., szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2004, 314-360.
- Illés T., Nagy M. és Terlaky T.: Belsőpontos algoritmusok, Informatikai Algoritmusok II., szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2005, 1230-1297.
- J.-B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal: Convex Analysis and Minimization Algorithms I-II. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- E. de Klerk, C. Roos, Terlaky T.: Nemlineáris Optimalizálás. Budapest, 2004.

**Tantárgy neve: Fourier-integrál (BSc)**

**(B08)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 2+3

tantárgyfelelős neve: Tóth Árpád  
tanszéke: Analízis Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: Komplex függvénytan (BSc) anyaga, Analízis 4. (BSc) anyaga, Valószínűségszámítás 2. (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

$L_1$ -beli függvények Fourier-transzformáltja. Riemann-lemma. Konvolúció  $L_1$ -ben. Inverziós képlet. Wiener tétele  $L_1$ -beli függvények eltoltjainak lezárásáról. Alkalmazás Wiener általános Tauber-tételére és speciális Tauber-tételekre.

Komplex mérték Fourier-transzformáltja. Mérték folytonosságának karakterizálása a Fourier-transzformálttal. Szinguláris mértékek konstruálása.

$L_2$ -beli függvények Fourier-transzformáltja. Parseval formula. Konvolúció  $L_2$ -ben. Inverziós képlet. Alkalmazás nem-paraméteres sűrűségfüggvény-becslésre a statisztikában.

Young–Hausdorff-egyenlőtlenség. Kiterjesztés  $L_p$ -re. Riesz–Thorin tétel. Marcinkiewicz interpolációs tétele. Alkalmazás az egyenletes eloszlásra. Weyl kritérium, Erdős–Turán-féle effektívizálása. A diszkrepancia alsó becslése körökre.

Korlátos tartójú függvények Fourier-transzformáltjának karakterizálása. Paley–Wiener tétel. Phragmén–Lindelöf típusú tételek.

Kötelező irodalom:

Halász Gábor: Fourier Integál, Komplex függvénytan füzetek I., 2., javított kiadás, 2001.

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Funkcionálanalízis 2 (BSc)**

**(B09)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 2+3

tantárgyfelelős neve: Sebestyén Zoltán  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium + gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Banach-Alaoglu tétel. Daniel-Stone tétel. Stone-Weierstrass-tétel. Gelfand elmélete, a Banach algebrák reprezentációelmélete.

Kötelező irodalom:

Riesz–Szökefalvi-Nagy: Funkcionálanalízis (egyetemi tankönyv)  
Losonczi László: Funkcionálanalízis I. (egyetemi jegyzet)

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Független növekményű folyamatok, határeloszlás-tételek (C47)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Prokaj Vilmos
tanszéke:	Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Valószínűségszámítás és statisztika (a matematikus és alkalmazott matematikus szakirányról érkezetteknel teljesítettnek tekintve)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Korlátlanul osztható eloszlás és karakterisztikus függvény. Poisson folyamat, összetett Poisson folyamat. Poisson pontfolyamat általános karakterisztikus mérték mellett. Pontfolyamat szerinti integrál. Lévy–Hincsin formula. Nem negatív és véges szórású korlátlanul osztható eloszlások karakterisztikus függvénye. Stabilis eloszlások karakterisztikus függvénye. Stabilis eloszlások generálása, farok-valószínűség nagyságrendje. Szériasorozatok határeloszlásai.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- Y. S. Chow – H. Teicher: Probability Theory: Independence, Interchangeability, Martingales. Springer, New York, 1978.
- W. Feller: An Introduction to Probability Theory and its Applications, vol. 2. Wiley, New York, 1966.

**Tantárgy neve: Függvénysorok (BSc)**

**(B10)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 2+0

tantárgyfelelős neve: Kristóf János  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Ortogonalis sorok  $L_2$ -normában való és pontonkénti konvergenciája, ezek kapcsolata. A Rademacher-Menysov tétel. Weyl-sorozat. Trigonometrikus rendszer szerinti Fourier-sorok pontonkénti konvergencia elmélete. A Dirichlet-integrál. Riemann-Lebesgue lemma. Riemann lokalizációs tétele. Lokális konvergencia tételek. Kolmogorov ellenpéldája. A Fejér-integrál. Fejér-tétele. Carleson tétele. Stone-tétel és Stone-Weierstrass tétel, Weierstrass-tétel periodikus függvényekre, absztrakt Fourier-sorok, klasszikus Fourier-sorok konvergenciája.

Kötelező irodalom:

Szőkefalvi-Nagy: Valós függvények és függvénysorok  
Natanson: Konstruktív függvénytan

Ajánlott irodalom:



**Tantárgy neve: Geometria 3 (BSc)**

**(A07)**

Tantárgy heti óraszám:	3+2
kreditértéke:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Csikós Balázs
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Projektív geometria: test feletti projektív tér, alterek, duális tér, kollineációk, a projektív geometria alaptétele. Kettősviszony, Papposz és Desargues tételei, szerepük az axiomatikus felépítésben. Másodrendű alakzatok: polaritás, projektív osztályozás, kúpszeletek.

A hiperbolikus tér: Minkowski-téridő, hiperboloid modell, Cayley-Klein-modell, Poincaré-féle konform modellek. Abszolút párhuzamosság, ciklusok, trigonometria.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Marcel Berger: *Geometry I–II* (Translated from the French by M. Cole and S. Levy).  
Universitext, Springer–Verlag, Berlin, 1987.

**Tantárgy neve: Geometriai alapozás (olvasókurzus)**

**(A08)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	5+0
tantárgyfelelős neve:	Moussong Gábor
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Nemeuklideszi geometriák: Klasszikus nemeuklideszi geometriák és modelljeik. Projektív terek. Csoportelméleti vonatkozásaik, transzformációcsoportok geometriája.  
Vektoranalízis: Differenciálszámítás, vektorkalkulus 3-dimenzióban. Klasszikus integráltételek. Térgörbék, torzió és görbület.  
Fejezetek a topológiából: Topologikus és metrikus tér fogalma. Sorozatok és konvergencia. Kompaktság és összefüggőség. Fundamentális csoport.

Kötelező irodalom:

Hajós György: Bevezetés a geometriába, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1999.  
Strohmajer János: A geometria alapjai, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1996.  
Szókefalvi Nagy Gula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, 1979.  
Bognár Mátyás: Topológia, ELTE jegyzet.

Ajánlott irodalom:

M. Berger: Geometry I-II, Translated from the French by M. Cole and S. Levy, Universitext, Springer-Verlag, Berlin, 1987.

**Tantárgy neve: Geometriai algoritmusok**

**(C59)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Pálvölgyi Dömötör  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga  
előtanulmányi feltétele 1:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Konvex burok algoritmusok a síkban és magasabb dimenziókban.  
Síkdarabolás egyenesekkel. Pont helyének visszakeresése síkdarabolásban.  
Teremőr probléma és kiszámítása. Kiönthetőség. Minimális tartalmazó kör keresése.  
Voronoi diagramok és Farthest-point Voronoi diagrammok. Legkisebb annulus keresése.  
Delaunay háromszögelés és alkalmazásai

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

De Berg, Kreveld, Overmars, Schwartzkopf: Computational geometry. Algorithms and applications, Berlin, Springer 2000.

**Tantárgy neve: Geometriai fejezetek a komplex függvénytanból**

**(C17)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Sigray István
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium, házi feladatok és részvétel
előtanulmányi feltétel:	Riesz reprezentációs tétele, $L_p$ terek, duális terek, reziduum tétel, konform leképezések alaptétele, harmonikus függvények, Poisson formula, maximum elv, Cauchy–Schwarz-egyenlőtlenség, Cauchy–Riemann-egyenletek

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A cél betekintést adni az egyváltozós komplex függvénytan különböző fejezeteibe, amelyek közül a 2. félévben az érdeklődés szerint meghirdetendő előadások, tanulószemináriumok, gyakorlatok egyeseket részletesebben feldolgoznak. Az alábbi, lényegében különálló témák közül általában hatra egy hónap, heti 2 óra jut.

Tematika:

Phragmén–Lindelöf-típusú tételek.

Kapacitás. Csebisev konstans. Transzfinit átmérő. Green függvény. Kapacitás és Hausdorff mérték. Konform sugár.

Területi elv. Koebe torzítási tételei. Egyrétű függvények együtthatóinak a becslése.

Terület-ív hossz elv. Extremális hossz. Négyszögek és gyűrűk modulusa. Kvázikonform leképezés. Kiterjesztésük a határra. Kváziszimmetrikus függvények. Kvázikonform görbék.

Divergencia- és rotációmentes áramlások a síkon. Komplex potenciál. Áramlás akadály körül, fázisok között.

Kötelező irodalom:

Halász Gábor „Fejezetek a komplex függvénytanból”, „Fourier integrál” és „Kis hidrodinamika” c. egyetemi jegyzete és az azokban megadott további irodalom.

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Geometriai mértékelmélet**

**(C18)**

Tantárgy heti óraszám:	3+2
kreditértéke:	4+3
tantárgyfelelős neve:	Keleti Tamás
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Fejezetek az analízisből

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Hausdorff mérték és Hausdorff dimenzió. Frostman lemma. Szorzat dimenziója. Kapacitás és energia-integrál. Vetítési tételek. Véletlen fraktálok, Brown mozgás és Mandelbrot-féle fraktál perkoláció. Kakeya probléma, Besicovitch halmaz és Nikodym halmaz. Box dimenzió és pakolási dimenzió. Vitali és Besicovitch lefedési tételei. Mértékek differenciálása. Dini deriváltak, Kontingencia tétel, Denjoy-Young-Saks tétel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- Laczkovich Miklós: Valós függvénytan (egyetemi jegyzet), ELTE Budapest, 1995
- P. Mattila: Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Fractals and rectifiability. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- K. Falconer: Geometry of Fractal Sets, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.
- S. Saks: Theory of the Integral, Dover, 1964

**Tantárgy neve: Geometriai modellezés**

**(C37)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Verhóczy László
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapvető modellezési eljárások. A drótváz–modell és a határfelület–modell. A testek határoló felületeinek leírása kétváltozós vektorfüggvénnyel és implicit egyenlettel. A konstruktív tömör-test geometria.

Interpolációs görbeillesztés adott pontsorozathoz. Az Hermite-féle harmadfokú görbévek alkalmazása. Az adott számsorozathoz illő (egyváltozós) polinomiális spline függvények szerepe.

Approximációs görbeillesztés a kontrollpontokhoz. A Bernstein-féle polinomok, mint súlyfüggvények. A Bézier-féle görbeív. A de Casteljau-algoritmus. Az adott számsorozathoz illő  $B$ -spline függvények meghatározása a Cox–de Boor-féle algoritmussal. A racionális  $B$ -spline görbék, a kontrollpontokhoz rendelt súlyok alkalmazása. Harmadfokú  $B$ -spline görbévek másodrendben sima csatlakozása, a csatolási együtthatók szerepe.

Interpolációs felületillesztés egy kétindexes pontsorozathoz az Hermite-féle bikubikus felületdarabok alkalmazásával.

Approximációs felületillesztés (illetve felülettervezés). A Bézier-féle felületdarabok és a  $B$ -spline felületek értelmezése. A racionális  $B$ -spline felületek. A felületdarabok elsőrendben (és másodrendben) sima csatlakozása.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

G. Farin: Curves and surfaces for computer aided geometric design. Academic Press, Boston, 1988.

**Tantárgy neve: Gráfelmélet**

**(C71)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Frank András és Király Zoltán
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék és Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	nem kötelező előfeltételként, de ajánlott a tárgy felvétele előtt elvégezni a Diszkrét optimalizálás c. tárgyat

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gráfok irányítása, az összefüggőség növelése. Párosítások nempáros gráfba. Diszjunkt fák és fenyők. Diszjunkt út problémák. Színezések, perfektn gráfok.

Kötelező irodalom:

Frank András, Gráfelmélet (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, 1998.

R. Diestel, Graph Theory, Springer Verlag, 1996.

Hajnal Péter, Gráfelmélet, Polygon (Szeged) 1998.

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003.  
Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

A. Frank, Connections in Combinatorial Optimization, Oxford University Press, 2011,  
Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 38.

**Tantárgy neve: Gráfelmélet gyakorlat**

**(C72)**

Tantárgy heti óraszám:	0+2
kreditérték:	0+3
tantárgyfelelős neve:	Frank András és Király Zoltán
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék és Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	nem kötelező előfeltételként, de ajánlott a tárgy felvétele előtt elvégezni a Diszkrét optimalizálás c. tárgyat

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gráfok irányítása, az összefüggőség növelése. Párosítások nempáros gráfban. Diszjunkt fák és fenyők. Diszjunkt út problémák. Színezések, perfektn gráfok.

Kötelező irodalom:

Frank András, Gráfelmélet (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, Inc., 1998.

R. Diestel, Graph Theory, Springer Verlag, 1996.

Hajnal Péter, Gráfelmélet Polygon (Szeged) 1998.

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

A. Frank, Connections in Combinatorial Optimization, Oxford University Press, 2011, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 38.



**Tantárgy neve: Gráfelmélet szeminárium**

**(C60)**

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditértéke: 0+2

tantárgyfelelős neve: Lovász László  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: C típusú vizsga  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott cikkek tanulmányozása, előadása

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Gyűrűk és algebrák**

**(B05)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Ágoston István
tanszéke:	Algebra és Számelmélet Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	jártasság az alapvető algebrai struktúrák kezelésében (gyűrűk, modulusok, Abel-csoportok, homomorfizmusok, nem kommutatív gyűrűk, Wedderburn–Artin-tétel)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Asszociatív gyűrűk és algebrák. Konstrukciók: polinomok, formális hatványsorok, lineáris operátorok, csoportalgebrák, gráfalgebrák, szabad algebrák, tenzoralgebrák, külső algebrák. Struktúraelmélet. Primitív gyűrűk, sűrűségi tétel, Jacobson-radikál, kommutativitási tételek. Modulusok direkt fölbontásai, Azumaya tétele. Lánccöltételek, injektív modulusok. Hopkins és Levitzki tétele.

Kategóriák, funktorok. Példák az algebraiból és a topológiából. Természetes homomorfizmusok. Kategorikus ekvivalencia fogalma. Kovariáns és kontravariáns funktorok. A Hom és a tenzor funktorok alaptulajdonságai (nem kommutatív gyűrűkre is). Adjungált funktorok. Additív kategóriák, egzakt funktorok. Funktorok egzaktsága, projektív, injektív és lapos modulusok. Morita-elmélet

Artin gyűrűk általánosításai: szemiperfekt és perfekt gyűrűk

Homologikus algebra. Lánckomplexusok, homológiacsoporthok, lánchomotópia. Topologikus és algebrai példák. Homológiacsoporthok hosszú egzakt sorozata.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Anderson, F.–Fuller, K.: Rings and categories of modules, Springer, 1974, 1995

Cohn, P.M.: Algebra I-III. Hermann, 1970, Wiley 1989, 1990.

Fried Ervin: Algebra II. Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

Herstein, I.: Noncommutative rings. MAA, 1968.

Jacobson, N.: Basic Algebra I-II. Freeman, 1985, 1989.

Lam, T.Y.: A first course in non-commutative rings, Springer, 1991

**Tantárgy neve: Halmazelmélet (BSc)**

**(A09)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 2+0

tantárgyfelelős neve: Komjáth Péter  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Naiv és axiomatikus halmazelmélet. Részhalmaz, unió, metszet, hatványhalmaz. Pár, rendezett pár, Descartes-szorzat, függvény. Számosságok, összehasonlításuk. Ekvivalencia-tétel. Műveletek halmazokkal, számosságokkal. Azonosságok, monotonitás. Cantor tétele, Russell-paradoxon. Kiválasztási axióma, használata. Példák számosságokra. Rendezett halmazok, rendtípus. Jólrendezett halmazok, rendszámok. Példák. Szeletek. Rendszámok összehasonlítása. Pótlás axiómája. Rákövetkező, limesz rendszám. Transzfinit indukció, rekurzió tétele. Jólrendezési tétel. A számosság-összehasonlítás trichotómiája. Hamel-bázis, alkalmazásai. Zorn-lemma, Kuratowski-lemma, Teichmüller-Tukey-lemma. Alefek, a számosságaritmetika összeomlása. Kofinalitás. Hausdorff-tétel. König-egyenlőtlenség. A hatványfüggvény tulajdonságai. Regularitási axióma, kumulatív hierarchia. Stacionárius halmazok, Neumer és Fodor tétele. Ramsey tétele, általánosítások. De Bruijn és Erdős tétele. Deltarendszerek.

Kötelező irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/~kope/oktatas/ma1.pdf>

Ajánlott irodalom:

Hajnal-Hamburger, Halmazelmélet

**Tantárgy neve: Halmazelmélet 1**

**(C61)**

Tantárgy heti óraszám: 4+0  
kreditértéke: 6+0

tantárgyfelelős neve: Komjáth Péter  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Konfinalitás, Hausdorff tétele. Reguláris, szinguláris számosságok. Stacionárius halmazok. Fodor tétele. Ulam-mátrix. Partíció relációk: Dushnik-Erdős-Miller, Erdős-Rado tétele. Delta-rendszerek. Halmazleképezések. Fodor és Hajnal tételei. Todorcevic tétele. Borel-, analitikus, koanalitikus, projektív halmazok. Regularitási tulajdonságok. Szétválasztási, redukciós tételek. A hierarchia-tétel. Mostowski suvasztási lemmája. Kényszerképzetek. Nevek. Sűrű halmazok, generikus filter. A generikus modell. Forszolás. A Cohen-modell.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Hajnal A., Hamburger P.: Halmazelmélet.  
K. Kunen: Set Theory.  
A. Kanamori: The Higher Infinite.  
T. Jech: Set Theory.

**Tantárgy neve: Halmazelmélet 2**

**(C62)**

Tantárgy heti óraszám:	4+0
kreditérték:	6+0
tantárgyfelelős neve:	Komjáth Péter
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	vizsga
előtanulmányi feltétel:	Halmazelmélet I

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Konstruálhatóság. Szorzatforszolás. Iterált forszolás. Lévy-szűrés. Kurepa-fa. A Martin-axióma konzisztenciája. Prikry-forszolás. Szuperkompakt számosságok. Erősen kompakt számosságok. Laver-káró. Extenderek. Erős, szupererős és Woodin-számosságok. A szinguláris számosság probléma. Szaturált ideálok. Óriási és majdnem óriási számosságok. Chang-sejtés. Pcf-elmélet. Shelah tétele.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- Hajnal A., Hamburger P.: Halmazelmélet.
- K. Kunen: Set Theory.
- A. Kanamori: The Higher Infinite.
- T. Jech: Set Theory

**Tantárgy neve: Homológiaelmélet**

**(B12)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	2+0
tantárgyfelelős neve:	Szűcs András
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Algebrai topológia (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Homológiacsoportok, kohomológiagyűrű, homotopikus csoportok, fibrálások, egzakt sorozatok, Lefschetz-féle fixponttétel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

R. M. Switzer: Algebraic Topology, Homotopy and Homology, Springer-Verlag, 1975.

**Tantárgy neve: Játékelmélet**

**(C73)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3+0

tantárgyfelelős neve: Király Tamás  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kombinatorikus játékok, példák. Stratégiai játékok. 0-összegű játékok, Neumann tétele. Nash egyensúly, Lemke-Howson algoritmus. Korrelált egyensúly, szekvenciális egyensúly. Kooperatív játékok, megoldási koncepciók. Mechanizmus-tervezés. Stabil párosítások és általánosításuk. Vickrey-Clarke-Groves mechanizmusok.

Kötelező irodalom:

Végh László, Pap Júlia, Játékelmélet jegyzet, Online jegyzet, ELTE

Ajánlott irodalom:

Forgó F., Szép J., Szidarovszky F., Introduction to the theory of games: concepts, methods, applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.

Forgó F., Pintér M., Simonovits A., Solymosi T., Játékelmélet, elektronikus jegyzet, Corvinus egyetem.

Nisan, N., Roughgarden, T., Tardos, E., Vazirani, V. V., Algorithmic Game Theory, Cambridge University Press, New York, 2007, Online elérhető.

Osborne, M. J., Rubinstein A., A course in game theory, The MIT Press, Cambridge, 1994.

Peres, Y., Game Theory, Alive, elektronikus jegyzet, UC Berkeley

**Tantárgy neve: Kódok és szimmetrikus struktúrák**

**(C63)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Szónyi Tamás
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	vizsga
előtanulmányi feltétel:	véges testek, ill. ezek feletti vektorterek ismerete

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Hibajavító kódok, a nevezetes példák: Hamming, BCH (Bose, Ray-Chaudhuri, Hocquenheim) kódok. Korlátok a kód paramétereire: Hamming korlát és perfekt kódok, Singleton korlát és MDS kódok. Reed-Solomon, Reed-Muller kódok. A Gilbert-Varshamov korlát. Véletlen kódok, explicit aszimptotikusan jó kódok (Forney féle konkatenált kódok, Justesen kódok). Blokkrendszerek, t-rendszerek és kapcsolatuk perfekt kódokkal. A bináris és a ternáris Golay kódok és a Witt-féle blokkrendszerek. A Fisher egyenlőtlenség és változatai. Négyzetes blokkrendszerek, a Bose-Chowla-Ryser féle szükséges feltétel létezésükre. Rekurzív és direkt konstrukciók blokkrendszerekre.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

P.J. Cameron, J.H. van Lint: Designs, graphs, codes and their links Cambridge Univ. Press, 1991.

J. H. van Lint: Introduction to Coding theory, Springer, 1992.

J. H. van Lint, R.J. Wilson, A course in combinatorics, Cambridge Univ. Press, 1992; 2001,

Györfi, L., Györi, S., Vajda, I.: Információ- és kódelmélet, Typotex, 2000.



**Tantárgy neve: Kombinatorikus algoritmusok 1**

**(C74)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Jordán Tibor
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gráfok bejárása, max vissza sorrend, Nagamochi-Ibaraki algoritmus.  
Többszörösen összefüggő gráfok, ritka tanúk, fülfelbontások. Karger algoritmus. Merevkörű gráfok, szimpliciális sorrend. Folyamekvivalens fak, Gomory-Hu fa. Favastagság, algoritmusok kis favastagságú gráfokon. Kombinatorikus merevség. Fokszámkorlátos irányítások.. Dinamikus programozás, minimális költségű fenyő.

Kötelező irodalom:  
elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Frank András és Jordán Tibor: Diszkrét optimalizálás (elektronikus jegyzet), ELTE 2013

Jordán Tibor, Recski András, Szeszlér Dávid: Rendszeroptimalizálás. Typotex, 2004.

A. Frank: Connections in Combinatorial Optimization. Oxford University Press, 2011, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 38.

**Tantárgy neve: Kombinatorikus algoritmusok 2**

**(C75)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Hálózati folyamatok, Ford-Fulkerson algoritmus, Edmonds-Karp algoritmus, előfolyam algoritmus. Áramok. Minimális költségű folyamatok. Folyamok alkalmazásai. Párosítások: Edmonds algoritmus, Gallai-Edmonds tétel. Faktor-kritikus gráfok, T-kötések, f-faktorok. Minimális költségű áramok.

Kötelező irodalom:  
elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Frank András és Jordán Tibor: Diszkrét optimalizálás (elektronikus jegyzet), ELTE 2013

Jordán Tibor, Recski András, Szeszler Dávid: Rendszeroptimalizálás. Typotex, 2004.

A. Frank: Connections in Combinatorial Optimization. Oxford University Press, 2011, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 38.

**Tantárgy neve: Kombinatorikus geometria**

**(B15)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditérték:	2+2
tantárgyfelelős neve:	Kiss György
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Véges testekre épített projektív és affin terek kombinatorikus tulajdonságai. Kollineációk és polarítások. Másodrendű felületek, Hermite-varietások, nullpolarítások és ezekhez kapcsolódó kombinatorikus struktúrák (körgeometriák, általánosított négyszögek).

Az euklideszi geometria véges halmazaiból kiválasztható speciális alakzatok (kollineáris pontok, konvex sokszögek), illetve ezek száma. Helly-típusú tételek, tranzverzálisok. Rácsok, rácyszerű elrendezések.

Az euklideszi, hiperbolikus és szférikus geometriák poliéderei és mozaikjai. Pontrendszerekhez kapcsolható cellarendszerek. Elhelyezések és fedések. Sűrűség. Kör-, illetve gömbelrendezések.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Kiss György, Szőnyi Tamás: Véges geometriák, Polygon Kiadó, Szeged, 2001.

Coxeter, H.S.M.: A geometriák alapjai, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.

Boltyanski, V., Martini, H. és Soltan, P.S.: Excursions into Combinatorial Geometry, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1997.

Fejes Tóth L.: Regular Figures, Pergamon Press, Oxford-London-New York-Paris, 1964.

Fejes Tóth L.: Lagerungen in der Ebene auf der Kugel und im Raum, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1972.

**Tantárgy neve: Kombinatorikus konvex geometria**

**(C38)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditérték:	2+2
tantárgyfelelős neve:	ifj. Böröczky Károly
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	lineáris algebra.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Konvex poliéderek a  $d$ -dimenziós euklideszi térben, Euler- és Dehn–Sommerwille-egyenlőségek, Felső korlát tétel, összefüggések szimpliciális poliéderek lapszámaira. Rácsok  $\mathbf{R}^d$ -ben, Szukcesszív minimum és fedési sugár, Minkowski–Hlawka-tétel, Mahler kompaktsági tétele, Swinnerton–Dyer-tétele a  $K$ -kritikus rácsokról. Végességi tételek, Ehrhart tétele a rácspontok számáról egy rácsplitópban. Laposság, Hermite-, Minkowski- és Lovász-féle redukált bázis.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- B. Grünbaum: Convex polytopes, 2nd edition, Springer-Verlag, 2003.
- P.M. Gruber: Convex and Discrete Geometry, Springer-Verlag, 2006.
- P.M. Gruber, C.G. Lekkerkerker: Geometry of numbers, North-Holland, 1987.

**Tantárgy neve: Kombinatorikus optimalizálási struktúrák**

**(C76)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Frank András
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	nem kötelező előfeltételként, de ajánlott a tárgy felvétele előtt elvégezni a Diszkrét optimalizálás c. tárgyat

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

T-kötések. Részbenrendezett halmazok láncai és antiláncai (Greene és Kleitman tételei). Mader leemelési tétele, Győri intervallumos tétele.

Kötelező irodalom:

Frank András, Kombinatorikus optimalizálási struktúrák (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003.  
Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

A. Frank: Connections in Combinatorial Optimization. Oxford University Press, 2011,  
Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 38.

**Tantárgy neve: Kombinatorikus struktúrák és algoritmusok feladatmegoldó szeminárium**

**(C77)**

Tantárgy heti óraszám: 0+2

kreditérték: 0+3

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor

tanszéke: Operációkutatási Tanszék

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Vegyes feladatok a kombinatorikus optimalizálás, gráfelmélet, kombinatorikus geometria témakörökből.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Lovász László: Kombinatorikai problémák és feladatok, Typotex, 2003

**Tantárgy neve: Kombinatorikus számelmélet**

**(C08)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Sárközy András és  
Károlyi Gyula

tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium.

előtanulmányi feltétel: az alapismereteket meghaladó szintű számelméleti  
előismeretek (melyek elsajátíthatók pl. a Számelmélet 2. tárgy keretében);  
kombinatorikai alapismeretek, gráfelmélet elemei, Ramsey tétele, Sperner  
tétele

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A Brun szita és alkalmazásai. Schnirelman addicós tételei, a prímszámok bázist alkotnak. Additív és multiplikatív Sidon sorozatok. Oszthatóság sorozatokban, primitív sorozatok. A „nagyobb szita”. Hilbert kocka sűrű sorozatokban. Van der Waerden és Szemerédi számtani sorozatokra vonatkozó tételei.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

H. Halberstam, K. F. Roth: Sequences.

C. Pomerance, A. Sárközy: Combinatorial Number Theory (in: Handbook of  
Combinatorics)

Erdős Pál, Surányi János: Válogatott fejezetek a számelméletből.

**Tantárgy neve: Kommutatív algebra**

**(C03)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Károlyi Gyula  
tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium és gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel: jártasság az alapvető algebrai struktúrák kezelésében

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Ideálok. Prím- és maximális ideálok. Zorn-lemma. Nilradikál, Jacobson-radikál. Prímspektrum.

Modulusok. Műveletek részmodulusokkal. Végesen generált modulusok. Nakayama-lemma. Egzakt sorozatok. Modulusok tenzorszorzata.

Noether-gyűrűk. Láncfeltételek modulusokra és gyűrűkre. Hilbert bázistétele. Primér ideálok. Primér felbontás, a Lasker–Noether-tétel. Krull-dimenzió. Artin-gyűrűk.

Lokalizálás. Hányadosgyűrűk és -modulusok. Kiterjesztett és visszahúzott ideálok.

Egészfüggés. Egészlezárás. A „going-up” és a „going-down” tételek. Értékelések. Diszkrét értékelésgyűrűk. Dedekind-gyűrűk. Törtideálok.

Algebrai sokaságok. Nullhelytétel. Zariski-topológia. Koordinátagyűrű. Szinguláris és nonszinguláris pontok. Érintőtér.

Dimenzióelmélet. Különböző dimenziók. Krull főideáltétele. Hilbert-függvények. Reguláris lokális gyűrűk. Hilbert „syzygy”-tétele.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Atiyah, M.F.–McDonald, I.G.: Introduction to Commutative Algebra. Addison–



**Tantárgy neve: Komplex dinamika**

**(C19)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Sigray István  
tanszéke: Analízis Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: reziduum tétel, konform leképezések alaptétele, Vitali–Montel-tétel, Weierstrass-tétel (holomorf függvények konvergenciájáról)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Julia és Fatou halmazok. Sima Julia halmazok. Attraktív fixpontok, Koenigs linearizációs tétele. Szuperattraktív fixpontok, Böttcher tétele. Parabolikus fixpontok, Leau-Fatou tétele. Cremer pontok és Siegel körök. Holomorf fixpont formula. A Julia halmaz sűrű részhalmazai. Herman gyűrűk. Vándorló tartományok. Polinomok iterációja. A Mandelbrot halmaz. Gyökkeresés iterációkkal. Hiperbolikus leképezések. Lokális összefüggőség vizsgálata.

A tárgy célja kettős. Egyrészt viszonylag elemi módszerekkel alapos leírást ad a komplex dinamika jelenségeiből, másrészt alapot kíván nyújtani azoknak, akik alaposabban szeretnék a matematikának ebbe a területébe belemerülni, amely terület több képviselője is Fields érmet kapott.

Kötelező irodalom:

John Milnor: Dynamics in one complex variable, Stony Brook IMS Preprint #1990/5

Ajánlott irodalom:

M. Yu. Lyubich: The dynamics of rational transforms, Russian Math Survey, 41 (1986) 43–117

A. Douady: Systeme dynamique holomorphes, Sem Bourbaki, Vol 1982/83, 39-63, Asterisque, 105–106.

**Tantárgy neve: Komplex függvénytan (BSc)**

**(A10)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Szőke Róbert
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Analízis 3 (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Komplex differenciálhatóság. Hatványsorok. Elemi függvények. Cauchy integráltétele és integrálformulája. Reguláris függvény hatványsorba fejtése. Laurent-sorfejtés. Izolált szingularitások. Maximum-elv. Schwarz-lemma és alkalmazásai. Rezduum-tétel. Argumentum-elv és alkalmazásai. Reguláris függvények sorozatai. Lineáris törtfüggvények. Konform leképezések Riemann-féle alaptétele. Kiterjesztés a határra. Tükrözési elv. Picard tétele. Sokszögek leképezése. Függvények előírt szingularitásokkal. Egészfüggvények előírt gyökökkel. Végesrendű egészfüggvények. Borel-féle kivételes értékek. Harmonikus függvények. Dirichlet feladat a körre.

Kötelező irodalom:

Halász Gábor: Bevezető komplex függvénytan, ELTE, 2. jav. kiadás, 2002

Ajánlott irodalom:

V. Ahlfors: Complex Analysis, McGraw-Hill Book Company, 1979.

**Tantárgy neve: Komplex sokaságok**

**(C20)**

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditérték: 4+3

tantárgyfelelős neve: Szőke Róbert  
tanszéke: Analízis Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga és gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltételek: az előadás során ismertnek tételezzük fel az egyváltozós komplex függvénytan főbb módszereit, a főbb absztrakt algebrai struktúrákat (csoport, gyűrű), a többváltozós valós függvények deriválásával kapcsolatos alapvető fogalmakat, tételeket; valós sokaságok, differenciálformák, többváltozós holomorf függvények ismerete hasznos, de nem kötelező előismeret

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Komplex és majdnem komplex struktúrák sokaságokon, Weierstrass előkészítési, osztási tétele, analitikus halmazok, holomorf vektornyalábok, projektív algebrai sokaságok, racionális és meromorf függvények, Siegel tétele, Chow-tétel, Stein-sokaságok, Kähler-sokaságok.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Klaus Fritzsche, Hans Grauert: From holomorphic functions to complex manifolds, Springer Verlag, 2002  
D. Huybrechts: Complex geometry: An introduction, Springer Verlag, 2004  
M. Field: Several complex variables and complex manifolds II, CUP, 1982, LMS Lect. Note Ser. 66

**Tantárgy neve: Kriptográfia**

**(C48)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Szabó István
tanszéke:	Valószínűségelméleti és Statisztika
számonkérés rendje:	C típusú kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Valószínűségszámítás és statisztika (a matematikus és alkalmazott matematikus szakirányról érkezetteknek teljesítettnek tekintve)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az informatikai adatvédelem alapjai: jogi környezet, veszélyek, szteganográfia-kriptográfia alapfogalmai

Adatvédelmi módszerek: algoritmusok és a biztonság garanciális /bizonyítási/ módszerei

- A kriptográfia története, történelmi hibák és kihasználásuk

- Információelméleti megközelítés (Shannon modell, egyértelműségi pont, OTP)

- Szimmetrikus (titkos) kulcsú rendszerek

- Stream ciphers: LFSR, lineáris ekvivalens fogalma, LFSR rendszerek, benne a GSM titkosítás (A5/1-A5/2), WLAN, BlueTooth titkosítás, statisztikai és algebrai követelmények a biztonságos stream-cipher rendszerekkel szemben

- Block ciphers: LUCIFER, DES, PES, IDEA, AES

- Aszimmetrikus (nyilvános) kulcsú (PKI) rendszerek

Egyirányú függvények, klasszikus matematikai problémákon alapuló algoritmusok, kulcsegyeztetők (Merkle-Hellmann, DLP-n alapuló), PKI kódolók (RSA, ECC), Hash függvények, elektronikus aláírási algoritmusok (RSA, DSA, ECDSA), elektronikus aláírási rendszerek (technológia, jogi-, szervezeti intézményi rendszer), egyéb protokollok (blind signature, secret sharing, ...)

- Lineáris- és differenciál kriptanalízis, faktorizációs módszerek, protokollhibák

Adatvédelmi rendszerek felépítése: primitívek, sémák, protokollok, alkalmazások (gyenge pontok és követelmények)

Nemzetközi és hazai szabványok és projektek (ISO/IEC, NIST, ANSI, FIPS, RFC, ETSI).

IT biztonsági módszertanok: MSZ ISO 15408: /Common Criteria/ 2008; /CEM/:2009; FIPS PUB 140-2:2001.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Nemetz-Vajda: Algoritmikus adatvédelem.

Buttyán-Vajda: Kriptográfia és alkalmazásai.

Bruce Schneier: Applied Cryptography.

Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot, Scott A. Vanstone: Handbook of Applied Cryptography, CRC Press, 1997, online:

<http://www.cacr.math.uwaterloo.ca/hac/>

**Tantárgy neve: Kriptológia**

**(C64)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditérték:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Sziklai Péter
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	vizsga + gyakorlat
előtanulmányi feltétel:	lineáris algebra, véges testek, valószínűségszámítás

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Tökéletes (információelméleti) biztonság  
A One-Time Pad  
A tökéletes biztonságú titkosítások korlátai  
A kriptográfia számításelméleti megközelítése  
Álvéletlen sorozatok  
Biztonságos titkosítási sémák  
A választott nyíltzöveg támadás elleni védekezés (CPA)  
A választott titkosszöveg támadás elleni védekezés (CCA)  
Üzenet autentikáló kódok és hash függvények  
A Merkle-Damgård transzformáció  
Egyirányú függvények  
Hard-core predikátumok  
Hibrid kódolás  
RSA kódolás  
Trapdoor permutációk  
A Goldwasser-Micali titkosítási séma  
A Rabin titkosítási séma  
A Paillier titkosítási séma  
A véletlen orákulum módszer

Kötelező irodalom:

Jonathan Katz and Yehuda Lindell: Introduction to Modern Cryptography, Chapman & Hall/CRC Press, 2007.

Ajánlott irodalom:

Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot, Scott A. Vanstone: Handbook of applied cryptography.

Daniel E. Nagy: Cryptographic techniques for physical security, seminar notes

**Tantárgy neve: Leíró halmazelmélet**

**(C21)**

Tantárgy heti óraszám:	3+2
kreditértéke:	4+3
tantárgyfelelős neve:	Laczkovich Miklós
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Analízis 4, Bevezetés a topológiába tárgyak anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Általános topológiai alapok. Lengyel terek. Szuszlin terek. A Kategória tétel és alkalmazásai. Tipikus (generikus) folytonos függvények. A Baire tulajdonság. Kuratowski-Ulam tétel. Borel halmazok transzfinit osztályai. A Baire-féle függvényosztályok. Szuszlin operáció. Analitikus és koanalitikus halmazok. Projektív halmazok. Finomabb topológiák módszere. Végtelen játékok, determináltságuk, és alkalmazásaik. Kapcsolat a halmazelmélettel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Laczkovich Miklós: Valós függvénytan (egyetemi jegyzet), ELTE Budapest, 1995.

K. Kuratowski: Topology I, Academic Press, 1967.

A. Kechris: Classical descriptive set theory, Springer, 1998.

**Tantárgy neve: LEMON library: Optimalizációs feladatok megoldása C++-ban (C78)**

Tantárgy heti óraszám:	0+2
kreditérték:	0+3
tantárgyfelelős neve:	Jüttner Alpár
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	egyéni programozási feladat megoldása
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A LEMON egy C++-ban íródott, optimalizálási feladatok megoldását segítő nyílt forráskódú programkönyvtár. A tantárgy célja e programkönyvtár felépítésének és használatának bemutatása konkrét optimalizálási feladatok megoldásán keresztül. A hallgatóknak lehetőségük van közvetlenül a LEMON programkönyvtár a fejlesztésébe is bekapcsolódni.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

<http://lemon.cs.elte.hu>

Rónyai Lajos, Ivanyos Gábor és Szabó Réka: Algoritmusok, TypoTeX Kiadó, 1998

Eugene L. Lawler: Kombinatorikus optimalizálás: hálózatok és matroidok. Műszaki Könyvkiadó, 1982.

Ravindra K. Ahuja, Thomas L. Magnanti, and James B. Orlin. Network Flows. PRENTICE HALL, 1993.

Bjarne Stroustrup: A C++ Programozási nyelv (I-II. kötet), Kiskapu Kft, 2001

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W. Puleyblank, and A. Schrijver. Combinatorial Optimization. Series in Discrete Mathematics and Optimization. Wiley-Interscience, Dec 1997.

A. Schrijver. Combinatorial Optimization - Polyhedra and Efficiency. Springer-Verlag, Berlin, Series: Algorithms and Combinatorics , Vol. 24, 2003

**Tantárgy neve: Lie-algebrák**

**(C04)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Pálffy Péter Pál  
tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium és gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel: jártasság az alapvető algebrai struktúrák kezelésében

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A tárgy keretében a matematika egyik legfontosabb struktúrafajtáját, a Lie-algebrákat algebrai nézőpontból vizsgáljuk. Ez a kurzus bevezetésként szolgálhat a Lie-csoportok, illetve a Lie-típusú véges egyszerű csoportok tanulmányozásához.

Lie-algebra definíciója és alaptulajdonságai. Derivációk, Killing-forma. Klasszikus Lie-algebrák. Nilpotens és feloldható Lie-algebrák. Engel és Lie tétele, Cartan-kritérium. Cartan-részalgebra.

Féligegyszerű Lie-algebrák, gyökök, gyökrendszerek, Weyl-csoport, Cartan-mátrix, Dynkin-diagram. Az egyszerű Lie-algebrák, Chevalley-bázis.

Burkolóalgebra, Poincaré–Birkhoff–Witt-tétel. Szabad Lie-algebra, Witt-formula. Baker–Campbell–Hausdorff-formula.

Reprezentációk, Casimir-elem, Weyl tétele,  $\mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$  reprezentációi.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Humphreys, J.E.: Introduction to Lie algebras and representation theory. Springer



**Tantárgy neve: Lie-csoportok**

**(C39)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditérték:	3+2
tantárgyfelelős neve:	Verhóczy László
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	a differenciálható sokaságok elméletének alapjai

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lie-csoportok és Lie-algebrák. Az exponenciális leképezés. A Lie-csoport részcsoportjai. Adjungált reprezentáció. A Hausdorff-Campbell-Baker-sor. Lie-algebrák struktúrája, nilpotens, feloldható, féligegyszerű és redukzív Lie-algebrák. Cartan-részalgebra, féligegyszerű Lie-algebrák osztályozása.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- F. Warner: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups, Scott Foresman, Glenview, 1970.
- S. Helgason: Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces, Academic Press, New York, 1978.

**Tantárgy neve: Lineáris optimalizálás**

**(C79)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Illés Tibor
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Folytonos optimalizálás

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Goldman-Tucker modell. Önduális lineáris programozási feladat. Belsőpont feltétel, beágyazás. Centrális út. Goldman-Tucker tétel. Analitikus centrum, Sonnevend-tétel. Optimális partíció. Erős dualitás tétel, Farkas-lemma. Szigorúan komplementáris megoldás. Pivot algoritmusok. Speciális témakörök.

Kötelező irodalom: -

Ajánlott irodalom:

- Katta G. Murty: Linear Programming. John Wiley & Sons, New York, 1983.
- Vašek Chvátal: Linear Programming. W. H. Freeman and Company, New York, 1983.
- C. Roos, T. Terlaky and J.-Ph. Vial: Theory and Algorithms for Linear Optimization: An Interior Point Approach. John Wiley & Sons, New York, 1997.
- Illés T., Nagy M. és Terlaky T.: Belsőpontos algoritmusok, Informatikai Algoritmusok II., szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2005, 1230-1297.

**Tantárgy neve: Lineáris parciális differenciálegyenletek**

**(C22)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Simon László  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium  
előtanulmányi feltétel: Parciális differenciálegyenletek (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Fourier-transzformáció. Szoboljev-függvényterek. Rugalmasságtani problémákra és a stacionárius hővezetés egyenletére vonatkozó peremérték és sajátérték feladatok gyenge (Szoboljev-térbeli), variációs és klasszikus megoldása. Kezdeti-peremérték feladatok lineáris egyenletekre: a hővezetés egyenletére és a hullámegyenletre. A gyenge és a klasszikus megoldás vizsgálata a Fourier-módszerrel és a Galjorkin-módszerrel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- V. Sz. Vlagyimirov: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1979.
- V. Sz. Vlagyimirov: Parciális differenciálegyenletek. Feladatgyűjtemény. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1980.
- Simon L. – E. A. Baderko: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek. Tankönyvkiadó, Bp., 1983.

**Tantárgy neve: Matematikai logika (BSc)**

**(B22)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 2+3

tantárgyfelelős neve: Komjáth Péter  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga + gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Predikátumkalkulus és elsőrendű nyelvek. Az igazság és kielégíthetőség. Teljességi tételek, Hilbert-féle bizonyítási módszerek, rezolúció. Formulák normál alakja, prenex alak. Modális logikák, Kripke típusú modellek. A modellelmélet alapjai: elemi ekvivalencia, elemi rész fogalma. TarskiVaught kritérium, LöwenheimSkolem tételek, a Skolem-paradoxon. Ultraszorzat tételek, Gödel kompaktsági tétele. Megőrzési tételek, Beth interpolációs tétele, típuselkerülési tétel. Kiszámíthatóság: rekurzív és parciálisan rekurzív függvények, Gödelféle kódoló függvény. Church-tézis, Church és Gödel tételei. Formulahalmaz konzisztenciáját kifejező formula, Gödel második nemteljességi tétele. Axiómarendszerek: teljesség, kategoricitás, a halmazelmélet axiómái. Axiómarendszerek vizsgálata: teljesség, kategoricitás, eldönthetőség. Alapvetően eldönthetetlen elméletek; a gráfelmélet és a csoportelmélet eldönthetlensége.

Kötelező irodalom:

Csirmaz László: Matematikai Logika, egyetemi jegyzet (Hajnal András előadásai alapján), Tankönyvkiadó, 1994.

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Matroidelmélet**

**(C80)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Frank András
tanszéke:	Operációkutatás
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	nem kötelező előfeltételként, de ajánlott a tárgy felvétele előtt elvégezni a Diszkrét optimalizálás c. tárgyat

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Matroidok és szubmoduláris függvények. Matroid konstrukciók. Rado tétel, Edmonds metszettétele, matroidok összege. Algoritmusok metszetre és unióra. Gráfelméleti alkalmazások (diszjunkt és fedő fák, gyökeres összefüggés).

Kötelező irodalom:

Frank András, Matroidelmélet (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, 1998.

B. Korte and J. Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Springer, 2000.,

E. Lawler, Kombinatorikus Optimalizálás: hálózatok és matroidok, Műszaki Kiadó, 1982. (Combinatorial Optimization: Networks and Matroids),

J. G. Oxley, Matroid Theory, Oxford Science Publication, 2004.,

Recski A., Matroid theory and its applications, Springer (1989),

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.,

D. J.A. Welsh, Matroid Theory, Academic Press, 1976.

A. Frank: Connections in Combinatorial Optimization. Oxford University Press, 2011, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 38.

**Tantárgy neve: Multiplikatív számelmélet**

**(C09)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Szalay Mihály  
tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: számelméleti alapismeretek (prímszámok, kongruenciák, számelméleti függvények), melyek elsajátíthatók pl. a . BSc-s Számelmélet c. tárggyal; komplex függvénytan alapfogalmak (holomorf [=reguláris] függvények) melyek elsajátíthatók pl. a BSc-s Komplex függvénytan c. tárggyal

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Nagy szita, alkalmazások a prímszámeloszlásban. Partíciók, generátorfüggvény. Dirichlet tétele számtani sorozatok prímjeiről. Bevezetés az analitikus számelméletbe.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

M. L. Montgomery, Topics in Multiplicative Number Theory, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1971. (Lecture Notes in Mathematics 227)

**Tantárgy neve: Nemkorlátos operátorok Hilbert téren**

**(C23)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Sebestyén Zoltán  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Nemkorlátos operátorok Hilbert adjungáltja; lezárható és zárt operátorok Neumann jellemzése. Szimmetrikus operátorok lezártja, önadjungált kiterjesztések Neumann elmélete. Nemkorlátos normális operátorok Hilbert téren: a spektráلتétel általános alakja. Pozitív önadjungált operátorok szerepe. Pozitív szimmetrikus operátor önadjungált kiterjesztésének Neumann féle problémája, Krein elmélete: a Krein-Neumann, ill. Friedrichs kiterjesztés, mint legkisebb és legnagyobb lehetséges pozitív önadjungált kiterjesztés. Nemsűrűn definiált pozitív szimmetrikus operátorok önadjungált pozitívvá való kiterjesztésének problémája. Pozitív kvadratikus alakok szerepe (Lebesgue felbontása, parallel összege stb.). Extremális pozitív önadjungált kiterjesztések jellemzése az összes lehetséges kiterjesztések között.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Nemlineáris és numerikus funkcionálanalízis**

**(C24)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Karátson János  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Nemlineáris operátorok alapfogalmai normált terekben. Hemi- és bihemifolytonos operátorok. Gateaux- és Frechet-derivált, középértéktételek. Potenciáloperátorok, a potenciál fogalma és létezésének feltételei. Monoton operátorok és konvex funkcionálok. Dualitás reflexív Banach-terekben.

Operátoregyenletek megoldhatósága. Variációs elv nemlineáris operátoregyenletre. Kvadratikus funkcionál. Funkcionál minimumának létezése, megoldhatósági tételek potenciálos és nem potenciálos operátorra. Nemlineáris leképezés bijekció voltának általános feltételei.

Nem korlátos pozitív lineáris operátorok energiatere, Friedrich-kiterjesztés. Nem folytonos operátorra vonatkozó egyenlet megoldhatósága. A megoldhatósági tételek alkalmazása nemlineáris elliptikus peremértékfeladatokra.

Közelítő módszerek operátoregyenletekre. Ritz–Galjorkin-féle projekciós módszerek lineáris és nemlineáris operátorokra. Iterációs módszerek. Gradiens-módszer, ill. egyszerű iteráció Hilbert-térben lineáris és nemlineáris operátorokra. A konjugált gradiens-módszer lineáris operátorokra. Prekondicionálás. A Newton-Kantorovics módszer és változatai nemlineáris operátorokra Banach-térben. Csillapított és inegzakt Newton- módszer.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Zeidler, E.: Nonlinear functional analysis and its applications, Springer, 1988.  
Kantorovich, L.V., Akilov, G.P.: Functional Analysis, Pergamon Press, 1982.  
Karátson J.: Numerikus funkcionálanalízis, ELTE, Typotex, 2013.



**Tantárgy neve: Nemlineáris optimalizálás**

**(C81)**

Tantárgy heti óraszám:	3+0
kreditérték:	4+0
tantárgyfelelős neve:	Illés Tibor
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Folytonos optimalizálás

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Speciális konvex optimalizálási feladatok. Lineáris feltételes konvex kvadratikus feladatok. Geometriai programozási feladat, dualitáselmélete. LP programozási feladat, dualitáselmélete. Szemidefinit programozási feladat és dualitáselmélete.

Konvex optimalizálási feladatok megoldási módszerei. Feltétel nélküli minimalizálás. Iránymenti keresés. Algoritmusok: Newton-módszer, konjugált gradiens és kvázi-Newton-módszerek. Feltételes minimalizálás. Belsőpontos módszerek sima konvex optimalizálásra. Megengedett irányok módszere. Gradiens és vetített gradiens módszerek. Duális metszősíki módszerek.

Strukturált nem konvex optimalizálási feladatok.

Kötelező irodalom: -

Ajánlott irodalom:

- Kovács Margit: A nemlineáris programozás elmélete. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.
- Béla Martos: Nonlinear Programming: Theory and Methods. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.
- M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms. John Wiley & Sons, New York, 1993.
- J.-B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal: Convex Analysis and Minimization Algorithms I-II. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- J. P. Aubin: Mathematical Methods of Game and Economic Theor. North-Holland, Amsterdam, 1982.
- D. P. Bertsekas: Nonlinear Programming. Athena Scientific, 2004.
- E. de Klerk, C. Roos, Terlaky T.: Nemlineáris Optimalizálás. Budapest, 2004.

**Tantárgy neve: Nemlineáris parciális differenciálegyenletek**

**(C25)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Simon László  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: Lineáris parciális differenciálegyenletek

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Divergencia alakú kvázilineáris elliptikus egyenletekre vonatkozó peremérték feladatok gyenge (Szoboljev-térbeli) megoldása a monoton és pszeudomonoton operátorok elméletének felhasználásával. Elliptikus variációs egyenlőtlenségek. Divergencia alakú kvázilineáris parabolikus egyenletek és funkcionál differenciálegyenletek gyenge megoldása a monoton típusú operátorok elméletének felhasználásával. A megoldások kvalitatív tulajdonságai. Kvázilineáris hiperbolikus egyenletek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom

Simon L. – E. A. Baderko: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek.  
Tankönyvkiadó, Bp., 1983.

E. Zeidler, Nonlinear functional equations and its applications II, III. Springer, 1990.

Simon L.: Nonlinear PDEs, TÁMOP elektronikus jegyzet.

**Tantárgy neve: Operációkutatás számítógépes módszerei**

**(C82)**

Tantárgy heti óraszám:	0+2
kreditértéke:	0+3
tantárgyfelelős neve:	Jüttner Alpár
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Matematikai programozási eljárások implementációs kérdései.

Matematikai programozási feladatok megadása és az eredmény kiértékelése: fejlődés az MPS input/output formátumtól a modellező eszközökig.

LINDO, LINGO lineáris, nemlineáris és egészértékű programcsomag. A CPLEX lineáris, kvadratikus és egészértékű programozási programcsomag.

Modellező eszközök: XPRESS, GAMS, AMPL.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Maros István: Computational Techniques of the Simplex Method, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003

**Tantárgy neve: Operációkutatási projekt**

**(C83)**

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 0+3

tantárgyfelelős neve: Kis Tamás  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Valós életből származó problémák matematikai modellek felépítése, az adódó matematikai programozási feladatok megoldása, és az eredmények értelmezése. Témakörök: távközlés, készletgazdálkodás, logisztika, sport, közlekedés, stb.

Kötelező irodalom: -

Ajánlott irodalom:

FICO<sup>TM</sup> Xpress Optimization Suite: Xpress-Mosel User guide

**Tantárgy neve: Operátorfélcsoportok**

**(C26)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Bátkai András  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az operátorfélcsoportokkal kapcsolatos alapfogalmak áttekintése. Alapvető példák valamint konstrukciók. A generátor fogalma, a rezolvens integrálreprezentációja a félcsoport Laplace transzformációjaként. Hille-Yosida tételkör. Disszipatív operátorok, Lumer-Phillips tétel. Alkalmazások első- és másodrendű differenciáloperátorokra.

Félcsoportok regularitási tulajdonságai (analitikus, differenciálható, normafolytonos, kompakt), közöttük a kapcsolat példák és ellenpéldák segítségével. A korlátos perturbáció, a Dyson-Phillips sor. Kitekintés nemkorlátos perturbációk irányába.

Aszimptotikus tulajdonságok, a félcsoport és a generátor spektrumának viszonya. Zabczyk ellenpéldája. Spektráleképezés-tétel normafolytonos félcsoportokra. Gearhart tétele Hilbert térbeli félcsoportokra.

Operátorfélcsoportok és az Cauchy probléma kapcsolata, jóldefiniáltság. Az inhomogén egyenlet klasszikus, erős, enyhe és gyenge megoldásfogalmi, ezek közötti viszony. Megoldások reprezentációja.

Pédák: késleltetett és populációs egyenletek tárgyalása.

Kötelező irodalom:

Engel, K.-J., Nagel R., A Short Course on Operator Semigroups, Springer-Verlag, Universitext, 2006.

Ajánlott irodalom:

Engel, K.-J., Nagel R., One-parameter Semigroups for Linear Evolution Equations, Springer-Verlag, Graduate Texts in Mathematics 194, 1999.

Bátkai, A., Piazzera, S., Semigroups for Delay Equations, A K Peters, 2005.

**Tantárgy neve: Parciális differenciálegyenletek (BSc)**

**(B03)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 2+3

tantárgyfelelős neve: Besenyei Ádám  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A parciális differenciálegyenlet fogalma, speciális típusok. Fizikai példák kezdeti, peremérték és vegyes feladatokra. A másodrendű lineáris és szemilineáris parciális differenciálegyenletek osztályozása és kanonikus alakja. A disztribúció fogalma, reguláris disztribúciók. Algebrai műveletek disztribúciók körében. Disztribúciók tartója. Disztribúciók deriválása, nevezetes példák. Konvolúció és direkt szorzat disztribúciók körében.

Állandó együtthatós lineáris differenciálegyenletek alapmegoldása, példák.

Klasszikus és általánosított Cauchy-feladat állandó együtthatós lineáris hiperbolikus és parabolikus egyenletekre.

Green-formulák elliptikus egyenletekre. Az elliptikus peremérték feladatok klasszikus megoldásának egyértelműsége. Green-függvény.

Szoboljev függvényterek: alaptulajdonságok, ekvivalens normák, kompakt beágyazási tételek, nyomoperátor. A peremérték feladatok gyenge (Szoboljev-térbeli) megoldásának fogalma.

Klasszikus és általánosított sajátérték feladat. A sajátértékek és sajátfüggvények tulajdonságai. Alternatíva tétel az inhomogén peremérték feladatokra. Vegyes (kezdeti-peremérték feladat) hiperbolikus és parabolikus egyenletekre. A gyenge (Szoboljev-térbeli) megoldás egyértelműsége, a megoldás létezése (Fourier-módszer).

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

V. Sz. Vlagyimirov: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1979.

V. Sz. Vlagyimirov: Parciális differenciálegyenletek. Feladatgyűjtemény. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1980.

Simon L. – E. A. Baderko: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek. Tankönyvkiadó, Bp., 1983.

**Tantárgy neve: Poliéderes kombinatorika**

**(C84)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Frank András  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: nem kötelező előfeltételként, de ajánlott a tárgy felvétele előtt elvégezni a Diszkrét optimalizálás c. tárgyat

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Teljesen duális egészértékűség. Párosítások konvex burka. Polimatroid metszettétel, szubmoduláris áramok és alkalmazásaik gráf optimalizálásban (Lucchesi és Younger tétele, Nash-Williams irányítási tétele)

Kötelező irodalom:

Frank András, Poliéderes kombinatorika (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, 1998.

B. Korte and J. Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Springer, 2000.

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

A. Frank: Connections in Combinatorial Optimization. Oxford University Press, 2011, Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications, 38.

**Tantárgy neve: Riemann-felületek**

**(C27)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Szőke Róbert
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	a kurzus előfeltétele az egyváltozós komplex függvénytan alapvető eredményeinek, ill. az algebrai topológia néhány alapfogalmának (homotópia, fundamentális csoport) ismerete.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása: Absztrakt definíció.

Fedés. Görbe menti folytatás, homotópia. Monodrómia tétel, univerzális fedés, fedőcsoportok. Dirichlet feladat, Perron módszere. Green függvény. Homológia. Reziduum tétel. Egyszeresen összefüggő felületek osztályozása, a rájuk vonatkozó Riemann-féle alaptétel. A felület meghatározása a fedőcsoportjából. Fundamentális tartomány, fundamentális poligon. Analitikus függvények Riemann-felülete. Zárt Riemann-felületek és komplex algebrai görbék.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Halász Gábor "Riemann-felületek" c. egyetemi jegyzete

O. Forster: Lectures on Riemann surfaces, Springer-Verlag, 1981, Graduate Texts in Math. 81



**Tantárgy neve: Riemann-geometria 1**

**(C40)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditértéke:	2+2
tantárgyfelelős neve:	Csikós Balázs
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	a differenciálható sokaságok elméletének alapjai

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Vektornyalábok. Lineáris konnexió a vektornyalábon. Párhuzamos eltolás egy görbe mentén. A görbületi tenzor. Riemann-sokaság, Levi-Civita-féle kovariáns deriválás. Exponenciális leképezés a Riemann-sokaságon. Az ívhosszra vonatkozó variációs formulák. Jacobi mezők egy geodetikus mentén. Konjugált pontok. A geodetikushoz rendelt index-forma. A Riemann-sokaság teljességének problémája, a Hopf–Rinow-tétel. A Rauch-féle összehasonlítási tételek. A nempozitív Gauss-görbületű sokaságok, a Cartan–Hadamard-tétel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

D. Gromoll, W. Klingenberg, W. Meyer: Riemannsche Geometrie im Grossen,  
Lecture Notes in Mathematics, 55, Springer-Verlag, 1975.

J. Cheeger, D. Ebin: Comparison theorems in Riemannian geometry, North-Holland,  
1975.

**Tantárgy neve: Riemann-geometria 2**

**(C41)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditértéke:	3+2
tantárgyfelelős neve:	Csikós Balázs
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	a Riemann-sokaságok elméletének alapjai

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lokális izometriák Riemann-sokaságok között, a Cartan–Ambrose–Hicks-tétel. A lokálisan szimmetrikus Riemann-terek.

A részsokaságon indukált lineáris konnexió. A második alapforma, a Weingarten-egyenlet. A totálgeodetikus részsokaság. A térfogat variációja, a minimál-részsokaság értelmezése. A görbületi tenzorokra vonatkozó összefüggések. A részsokaság körül vett Fermi-féle koordináta-rendszer. A részsokaság fokális pontjai.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

D. Gromoll, W. Klingenberg, W. Meyer: Riemannsche Geometrie im Grossen,  
Lecture Notes in Mathematics, 55, Springer-Verlag, 1975.

J. Cheeger, D. Ebin: Comparison theorems in Riemannian geometry, North-Holland,  
1975.

**Tantárgy neve: Speciális függvények**

**(C28)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Tóth Árpád
tanszéke:	Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium vagy házi feladatok+ részvétel
előtanulmányi feltétel:	Komplex függvénytan (BSc) és Fourier-integrál (BSc)
anyaga	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gamma függvény. Stirling formula a komplex síkon, nyeregpont módszer.

Zeta függvény. Függvényegyenlet, elemi tények a gyökökről. A Prímszámtétel.

Elliptikus függvények. Elliptikus görbék paraméterezése, rácsok. Az anharmonikus és a moduláris csoport fundamentális tartománya.

A teta függvény függvényegyenlete. Holomorf moduláris formák, alkalmazásuk a Négy Négyzetszám tételére.

Kötelező irodalom:

Halász Gábor „Speciális függvények” c. (készülő) egyetemi jegyzete

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Statisztikai hipotézisvizsgálat**

**(C49)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Csiszár Villő
tanszéke:	Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Valószínűségszámítás és statisztika (a matematikus és alkalmazott matematikus szakirányról érkezetteknel teljesítettnek tekintve)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Statisztikai hipotézisek, próbák, véletlenített próbák. Elsőfajú, másodfajú hiba, szint, terjedelem, erőfüggvény. Likelihood-hányados próba, Neyman-Pearson lemma. Az erő aszimptotikája. Egyoldali ellenhipotézis monoton likelihood-hányadosú osztályban. Kétoldali ellenhipotézis exponenciális eloszláscsaládban. Hasonlóság, Neyman-struktúra. Hipotézisvizsgálat zavaró paraméterek jelenlétében.

A klasszikus paraméteres próbák optimalitása. Aszimptotikus próbák. Általánosított likelihood-hányados próba, a khi-négyzet próbák levezetése.

A tapasztalati folyamat konvergenciája Brown-hídhöz. Gauss-folyamatok Karhunen-Loève sorfejtése. A klasszikus nemparaméteres próbák aszimptotikus elemzése.

Invariáns és Bayes-próbák.

A konfidenciahalmazok elméletének kapcsolata a hipotézisvizsgálattal.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Móri Tamás: Statisztikai hipotézisvizsgálat. Typotex Kft., Budapest, 2011.

Bolla M.–Krámlai A.: Statisztikai következtetések elmélete. Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

A. A. Borovkov: Matematikai statisztika. Typotex Kiadó, Budapest, 1999.

E. L. Lehmann: Testing Statistical Hypotheses, 2nd Ed., Wiley, New York, 1986.

**Tantárgy neve: Statisztikai programcsomagok 1**

**(B18)**

Tantárgy heti óraszám:	0+2
kreditérték:	0+3
tantárgyfelelős neve:	Zempléni András
tanszéke:	Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék
számonkérés rendje:	gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	Valószínűségszámítás és statisztika (a matematikus és alkalmazott matematikus szakirányról érkezetteknek teljesítettnek tekintve)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az elemi, egydimenziós paraméterbecslés és hipotézisvizsgálat gyakorlati, számítógépes eszközeinek áttekintése. A leíró statisztikai módszerek. A várható érték és a szórás becslése. Hipotézisvizsgálat. Eloszlások. Eloszlásfüggvények előállítás, véletlen számok generálása, sűrűségfüggvények illesztése, becslése. Függés vizsgálata. Szórásanalízis. Regresszió. A statisztika különböző kategóriájú számítógépes eszközeinek megismerése: irodai programok, oktatási eszközök, zárt célprogramok, rugalmasan programozható szakértői környezetek. Az óra számítógépes gyakorlat (EXCEL, Statistica, SPSS, SAS, R-project, MATLAB).

Kötelező irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/u/prohlet/jegyzetek/StPrsom1>

Ajánlott irodalom:

Mogyoródi J. - Michaletzky Gy. (szerk.): Matematikai statisztika. Egyetemi jegyzet. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.

Móri T.F., Szeidl L., Zempléni A.: Matematikai statisztika példatár, ELTE Eötvös Kiadó, Bp., 1997.

Móri F. T.- Székely J. G. (szerk.). Többváltozós statisztikai analízis, Műszaki Könyvkiadó, 1986, ISBN 963 10 6806 4

<http://office.microsoft.com/en-us/excel/HP100908421033.aspx>

<http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html>

[http://www.spss.com/stores/1/Training\\_Guides\\_C10.cfm](http://www.spss.com/stores/1/Training_Guides_C10.cfm)

[http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc\\_91/insight\\_ug\\_9984.pdf](http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc_91/insight_ug_9984.pdf)

<http://www.r-project.org/doc/bib/R-books.html>

[http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/stats/stats.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/stats/stats.pdf)

**Tantárgy neve: Statisztikai programcsomagok 2**

**(C50)**

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 0+3

tantárgyfelelős neve: Zempléni András  
tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék  
számonkérés rendje: gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel: Többdimenziós statisztikai eljárások

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Többdimenziós statisztikai eljárások és számítógépes eszközök megismerése és áttekintése. Dimenziócsökkentés. Főkomponens-, faktoranalízis és kanonikus korreláció. Diszkrét adatok feldolgozási módszerei. Bináris adatok feldolgozása, logisztikus regresszió. Skálázás, skálázáson alapuló módszerek. Korrespondencia-analízis. Csoportosítás. Klaszteranalízis és klasszifikáció. Élettartam-adatokat feldolgozó módszerek. Probit, logit és nemlineáris regresszió. Élettartam-táblák, Cox-regresszió.

Az óra számítógépes gyakorlat. Felhasznált eszközök EXCEL, Statistica, SPSS, SAS, R-project, MATLAB.

Kötelező irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/u/prohlet/jegyzetek/StPrsom2>

Ajánlott irodalom:

Móri F. T.- Székely J. G. (szerk.). Többváltozós statisztikai analízis, Műszaki Könyvkiadó, 1986, ISBN 963 10 6806 4

<http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html>

[http://www.spss.com/stores/1/Training\\_Guides\\_C10.cfm](http://www.spss.com/stores/1/Training_Guides_C10.cfm)

[http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc\\_91/stat\\_ug\\_7313.pdf](http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc_91/stat_ug_7313.pdf)

<http://www.r-project.org/doc/bib/R-books.html>

[http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/stats/stats.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/stats/stats.pdf)

**Tantárgy neve: Sűrűségi problémák a diszkrét geometriában**

**(C42)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditértéke:	2+2
tantárgyfelelős neve:	Naszódi Márton
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	lineáris algebrai alapok, affin és konvex geometriai alapismeretek.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Elhelyezések és fedések a  $d$ -dimenziós euklideszi, hiperbolikus és szférikus terekben. A sűrűség definiálásának nehézségei. Legsűrűbb körelhelyezések (tágasság) és legritkább körfedések az euklideszi és a hiperbolikus síkon, illetve a gömbön. Tammes-probléma. Szoliditás. A Rogers-féle sűrűségkorlát a  $d$ -dimenziós euklideszi tér gömbelhelyezéseire. Felhők, stabil rendszerek, szeparálhatóság. A legsűrűbb gömbelhelyezések a 3-dimenziós állandó görbületű terekben. Szorosság, élszorosság. Véges rendszerek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- Fejes Tóth László: Regular figures, Pergamon Press, Oxford–London–New York–Paris, 1964.
- Fejes Tóth László: Lagerungen in der Ebene auf der Kugel und im Raum, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 1972.
- Rogers, C. A.: Packing and covering, Cambridge University Press, 1964.
- Böröczky, K. Jr.: Finite packing and covering, Cambridge University Press, 2004.
- Jiri Matousek: Lectures on Discrete Geometry, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 2002.
- Károly Bezdek, Classical Topics in Discrete Geometry (CMS Books in Mathematics), Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 2010.

**Tantárgy neve: Számelmélet 2 (BSc)**

**(B06)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 2+0

tantárgyfelelős neve: Sárközy András  
tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel: számelméleti alapismeretek (melyek elsajátíthatók pl. a Számelmélet 1 tárgy keretein belül)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A multiplikatív számelmélet elemei. A Dirichlet-tétel, speciális esetek. A kombinatorikus számelmélet elemei. Diophantikus egyenletek. A két négyzetszám probléma. Gauss-egészek, speciális kvadratikus bővítések. A Fermat-sejtés speciális esetei. A négy négyzetszám probléma, a Waring-probléma. Pell-egyenletek. Diophantikus approximációelmélet. Algebrai és transzcendens számok. A körprobléma, a geometriai számelmélet elemei. A generátorfüggvény- módszer, alkalmazása. Prímszámokkal kapcsolatos becslések. A valószínűségi számelmélet elemei.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2000.  
Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény. Tankönyvkiadó, Budapest, 1971.



**Tantárgy neve: Számítástudomány (BSc)**

**(A11)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditértéke:	2+3
tantárgyfelelős neve:	Grolmusz Vince
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	vizsga és gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	a BSc-s Algebra1, Véges matematika 2 és Operációkutatás 1 tárgyak anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapvető rendezési, kiválasztási és gráf-algoritmusok. Dinamikus programozás.

A számítógépek egy absztrakt modellje: A Turing-gép. Példák Turing-gépre. Church tézis. A palindrómák, ezeket elfogadó 1 és 2 szalagos Turing-gép. Az univerzális Turing gép definíciója és létezése.

k-szalagos Turing gép szimulálható 1 szalagossal. Rekurzív és rekurzíve felsorolható nyelvek. Majdnem minden nyelv nem-rekurzív, és még csak nem is rekurzíve felsorolható. A rekurzív - és rekurzíve felsorolható nyelvek alapvető tulajdonságai. A megállási probléma. Idő-bonyolultsági osztályok. A P osztály. Artúr-Merlin játék. Az NP-osztály. co-NP. Példák NP-beli nyelvekre.

A PRIM nyelv, Polinomiális redukció, NP-teljeség. Boole-formulák. A SAT nyelv.

Cook tétele: a SAT NP-teljes. További NP-teljes nyelvek.

Kötelező irodalom:

Lovász László: Algoritmusok Bonyolultsága, jegyzet.

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Szimmetrikus terek**

**(C43)**

Tantárgy heti óraszám:	2+1
kreditértéke:	2+2
tantárgyfelelős neve:	Verhóczy László
tanszéke:	Geometriai Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium + gyakorlati jegy
előtanulmányi feltétel:	a Riemann-geometria alapvető fogalmai és tételei, a Lie-csoportokra és Lie-algebrákra vonatkozó alapfogalmak és tételek

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A differenciálható hányadosterek, a homogén Riemann-terek. Az összefüggő kompakt Lie-csoport, mint szimmetrikus tér. A szimmetrikus Riemann-tér izometria-csoportja, mint Lie-csoport. A szimmetrikus Riemann-tér, mint hányadostér. A Riemann-féle szimmetrikus hármasból történő konstrukció. Az exponenciális leképezés és a görbületi tenzor egzakt leírása. Totálgeodetikus részsokaságok és Lie-hármas-rendszerek. A rang értelmezése. A féligegyszerű szimmetrikus Riemann-terek osztályozása. Az irreducibilis szimmetrikus terek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- F. Warner: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups, Scott Foresman, Glenview, 1970.
- S. Helgason: Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces, Academic Press, New York, 1978.

**Tantárgy neve: Szingularitások topológiája**

**(C44)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditértéke:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Némethi András és Szűcs András
tanszéke:	Geometria Tanszék, ill. Analízis Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Algebrai topológia (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Komplex algebrai görbék.

- 1) többváltozós holomorf függvények,
- 2) implicit függvénytétel,
- 3) sima és szinguláris analitikus sokaságok,
- 4) lokális síkgörbe szingularitások,
- 5) Newton-diagram, Puiseux tétele,
- 6) síkgörbe szingularitások feloldása,
- 7) feloldási gráfok,
- 8) szingularitások topológiája, algebrai csomók,
- 9) Milnor-fibrálás,
- 10) Alexander polinom, monodrómia, Seifert mátrix,
- 11) projektív síkgörbék,
- 12) duális görbe, Plücker-formulák,
- 13) génusz, Hurwitz-, Clebsch-, Noether-formulák
- 14) holomorf differenciálformák,
- 15) Abel tétele.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

- C.T.C. Wall: Singular points of Plane Curves, London Math. Soc. Student Texts 63.  
F. Kirwan: Complex Algebraic Curves, London Math. Soc. Student Texts 23.  
E. Brieskorn, H. Knorrer: Plane Algebraic Curves, Birkhauser.

**Tantárgy neve: Sztochasztikus optimalizálás**

**(C85)**

Tantárgy heti óraszám:	2+2
kreditértéke:	3+3
tantárgyfelelős neve:	Mádi-Nagy Gergely
tanszéke:	Operációkutatási Tanszék
számonkérés rendje:	gyakorlati jegy + kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Statikus és dinamikus modellek. Az adódó sztochasztikus programozási feladatok matematikai jellemzése és megoldó módszereik.

Lonkonkáv mértékek alaptétele. Valószínűségi korlátok illetve valószínűséget tartalmazó célfüggvények logkonkávítása. Kiértékelésük közelítő szimulációs eljárásokkal.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Kall, P., Wallace, S.W., Stochastic Programming, Wiley, 1994.

Prékopa A., Stochastic Programming, Kluwer, 1995.

Birge, J.R., Louveaux, F.: Introduction to Stochastic Programming, Springer, 1997-1999.

**Tantárgy neve: Termelésirányítás**

**(C86)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Kis Tamás  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Útvonal-tervezési problémák, és heurisztikák; gyártósor-kiegyensúlyozási problémák, korlátozás és szétválasztás alapú módszer; sorozathossz tervezési problémák, Wagner–Whitin költségek, poliédes eredmények, kiterjesztett probléma felírások, konstans-kapacitásos esetek, többlépcsős sorozathossz tervezés; vegyipari ütemezés; Kanban rendszerek.

Kötelező irodalom:

Kis Tamás, Termelésirányítás, on-line jegyzet, ELTE, 2010.

Ajánlott irodalom:

Vizvári Béla, Bevezetés a termelésirányítás matematikai elméletébe, ELTE, 1994.

**Tantárgy neve: Topologikus vektorterek és Banach-algebrák**

**(C29)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Kristóf János  
tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék  
számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lineáris topológiák alaptulajdonságai, projektíven előállított lineáris topológiák, lokálisan kompakt topologikus vektorterek, metrizálható topologikus vektorterek, lokálisan konvex és polinormálható terek, induktívan előállított lokálisan konvex terek, Krein-Milman tétel, a Hahn-Banach tétel geometriai formája, korlátosság topologikus vektortében és a normálhatóság kritériuma, lokálisan konvex lineáris függvényterek, Ascoli-tételek, Alaoglu-Bourbaki tétel, Banach-Alaoglu tétel, Banach-Steinhaus tétel, a dualitás-elmélet elemei, dualitással kompatibilis topológiák, Mackey-Arens tétel, speciális lokálisan konvex terek (Mackey-terek, bornologikus terek, hordós terek, Montel-terek, reflexív terek).  
Banach-algebrák és a Gelfand-reprezentáció, kommutatív komplex Banach algebra Gelfand-reprezentációja, holomorf függvényszámítás,  $B^*$ -algebrák és  $C^*$ -algebrák, első Gelfand-Najmark tétel és folytonos függvényszámítás, absztrakt Stone-tétel, pozitivitás  $C^*$ -algebrákban, Baer  $C^*$ -algebrák

Kötelező irodalom:

Kristóf János Analízis IV. <http://cs.elte.hu/~krja>

Ajánlott irodalom:

**Tantárgy neve: Többdimenziós statisztikai eljárások**

**(B19)**

Tantárgy heti óraszám:	4+0
kreditérték:	5+0
tantárgyfelelős neve:	Michaletzky György
tanszéke:	Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	Valószínűségszámítás és statisztika (a matematikus és alkalmazott matematikus szakirányról érkezetteknel teljesítettnek tekintve)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A többdimenziós normális eloszlás paramétereinek becslése. Mátrixértékű eloszlások. A Wishart-eloszlás: sűrűségfüggvénye, determinánsa, inverzének várható értéke. Többdimenziós normális eloszlás paramétereire vonatkozó hipotézis vizsgálat. Függetlenségvizsgálat. Normalitásvizsgálat.

Lineáris regresszió.

A változók közötti kapcsolat mérése: korrelációs együttható, maximálkorreláció, parciális korreláció, kanonikus korreláció.

Főkomponensanalízis, faktoranalízis, szórásanalízis.

Diszkrét, többváltozós modellek, Kontingenciatáblák. Maximum-likelihood becslés loglineáris modellben. Kullback-Leibler-féle divergencia. Lineáris és exponenciális eloszláscsaládok. Az L-vetület numerikus meghatározása (Csiszár-féle módszer, Darroch-Ratcliff-eljárás).

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

J. D. Jobson, Applied Multivariate Data Analysis, Vol. I-II. Springer Verlag, 1991, 1992.

Móri T. – Székely G. (szerk.) Többváltozós statisztikai módszerek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.

C. R. Rao, Linear statistical inference and its applications, Wiley and sons, 1968.

**Tantárgy neve: Többváltozós komplex függvénytan**

**(B11)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0

Kreditérték: 3+0

tantárgyfelelős neve: Szőke Róbert

tanszéke: Analízis Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: a kurzus előfeltétele az egyváltozós komplex függvénytan alapvető eredményeinek ismerete.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Többváltozós hatványsorok, holomorf függvények, biholomorfizmusok, holomorf konvexitás, pszeudokonvexitás, inhomogén Cauchy-Riemann egyenletek, Dolbeault kohomológiák.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Szőke Róbert: Többváltozós komplex függvénytan, egyetemi jegyzet, Eötvös kiadó, 2003,

S. Krantz: Function theory of several complex variables, 2nd ed., Wadsworth & Brooks/Cole, 1992,

R. M. Range: Holomorphic functions and integral representations in several complex variables, Springer-Verlag, 1986

B.V. Shabat: Introduction to complex analysis, part II, AMS, Transl. of Math.



**Tantárgy neve: Univerzális algebra és hálóelmélet**

**(C05)**

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Kiss Emil  
tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium és gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel: jártasság az absztrakt algebrai struktúrák kezelésében

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Termek, polinomok, klónok, varietás, szabad algebra, Birkhoff tételei. Grätzer-Schmidt tétele a kongruenciahálókról. Szubdirekt irreducibilis algebra, Jónsson-lemma. Nevezetes Malcev-feltételek.

Hálók kongruenciái. Minden háló beágyazható partícióhálóba. Szabad hálók. Teljes algebrai és geometriai hálók. Moduláris és féligmoduláris hálók, projektív geometriák altérhálói, koordinátázás.

Primál és függvényteljes algebra, diszkriminátor-varietások. Abel-féle algebra, centralitás, a moduláris kommutátor. Véges algebra kongruenciahálói, kongruenciaszelídítés, alkalmazások. Szabad spektrum. Végesbázis-tételek. Eldönthetőség, algebrai algoritmusok, CSP.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Kiss Emil: Bevezetés az algebra

Burris-Sankappanavar: Bevezetés az univerzális algebra

Freese-McKenzie: Commutator theory for congruence modular varieties

Hobby-McKenzie: The structure of finite algebras

**Tantárgy neve: Ütemezéselmélet**

**(C87)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor  
tanszéke: Operációkutatási Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Egygépes feladatok: sorba rendezések, dinamikus programozás, közelítő megoldások LP-relaxációval. Párhuzamos és uniform gépek: listás ütemezés, Hu algoritmus, megelőzési feltételek, megszakítható munkák. Shop modellek: ütemezés párosításokkal, Johnson algoritmus. Branch and bound, ládapakolás.

Kötelező irodalom:

Jordán Tibor: Ütemezéselmélet (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

Jordán Tibor, Recski András, Szeszlér Dávid: Rendszeroptimalizálás, Typotex, 2004.,  
J. Blazewicz, K.H. Ecker, E. Pesch, G. Schmidt, J. Weglarz:  
Scheduling computer and manufacturing processes, Springer, 1996.,  
Peter Brucker: Scheduling algorithms, Springer, 2001.,  
Michael Pinedo: Scheduling (Theory, algorithms, and systems), Prentice Hall, 2002.

**Tantárgy neve: Válogatott fejezetek a gráfelméletből**

**(C65)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3+0

tantárgyfelelős neve: Lovász László  
tanszéke: Számítógéptudományi Tanszék  
számonkérés rendje: vizsga  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott fejezetek a gráfelméletből. Néhány téma: sajátértékek, automorfizmusok, gráf-polinomok (pl. Tutte polinom), topológiai problémák.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Lovász L.: Kombinatorikai problémák és feladatok, Typotex

**Tantárgy neve: Valószínűségszámítás és statisztika**

**(A12)**

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Móri Tamás  
tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium + gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Mérték- és integrálemélet elemei: Mérhető tér, mérhető leképezések. Mérték és integrál. Mértékek kiterjesztése. Lebesgue- és Lebesgue–Stieltjes-mérték. Mértéktartó leképezések. Előjeles mértékek és variációik. Abszolút folytonos és szinguláris mértékek. Mértékek differenciálása. Abszolút folytonos és szinguláris függvények. Mértékterek szorzata.

Valószínűségi mező, valószínűségi változó, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, szórás, kovariancia, függetlenség.

Konvergenciafajták és kapcsolatuk: 1 valószínűségű, sztochasztikus,  $L_p$ -beli, gyenge. Egyenletes integrálhatóság.

Karakterisztikus függvény, centrális határeloszlás-tétel

Feltételes várható érték, feltételes valószínűség, reguláris feltételes eloszlás, feltételes sűrűségfüggvény.

Martingál, szubmartingál, konvergenciatétel, reguláris martingálok.

A nagy számok erős törvénye, független tagú sorok, 3-sor-tétel.

Statisztikai mező, elégségesség, teljesség.

Fisher-információ.

Cramér-Rao egyenlőtlenség, Blackwell-Rao tétel, becslési módszerek: tapasztalati becslések, momentum-módszer, maximum-likelihood becslés, Bayes-becslés.

Hipotézisvizsgálat, likelihood-hányados próba, aszimptotikus tulajdonságok.

Többdimenziós normális eloszlás, a paraméterek becslése

Lineáris modell, legkisebb négyzetes becslés. Lineáris hipotézis normális lineáris modellben.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Petruska Gy.: Analízis II. kötet. Egyetemi jegyzet. ELTE Eötvös Kiadó, 1999.

Rényi A.: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, 1968.

J. Galambos: Advanced probability theory. Marcel Dekker, New York, 1995.

A. A. Borovkov: Matematikai statisztika. Typotex kiadó, Budapest, 1999.

Mogyoródi J. – Michaletzky Gy. (Szerk.): Matematikai statisztika. Egyetemi jegyzet. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.

Bolla M.–Krámlai A.: Statisztikai következtetések elmélete. Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

**Tantárgy neve: Véges geometria**

**(C45)**

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3+0

tantárgyfelelős neve: Kiss György  
tanszéke: Geometriai Tanszék  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Projektív és affin síkok axiomatikus bevezetése, példák véges síkokra, nem-desarguesi síkok. Kollineációk, nevezetes záródási tételek, Baer tétele, projektív síkok koordinátázása. Magasabb dimenziós projektív terek.

Ívek, oválisok, teljes ívek, az érintők lemmája. Algebrai görbék pontjainak számára vonatkozó becslések. Lefogó ponthalmazok, a Rédei-polinom néhány alkalmazása. Többszörösen lefogó ponthalmazok és  $(k,n)$ -ívek. Magasabb dimenziós ívek, süvegek, ovoidok.

Magasabb dimenziós reprezentációk, befedések, pakolások. Lineáris komplexusok, általánosított sokszögek. Hiperoválisok.

A véges geometriák néhány kombinatorikai, kódelméleti és kriptográfiai alkalmazása.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Kiss György, Szőnyi Tamás: Véges geometriák, Polygon Kiadó, Szeged, 2001.

Hirschfeld, J.W.P.: Projective Geometries over Finite Fields, 2nd edition, Clarendon Press, Oxford, 1999.

Hirschfeld, J.W.P.: Finite Projective Spaces of Three Dimensions, Clarendon Press, Oxford, 1985.

**Tantárgy neve: WWW és hálózatok matematikája**

**(C66)**

Tantárgy heti óraszám:	2+0
kreditérték:	3+0
tantárgyfelelős neve:	Benczúr András
tanszéke:	Számítógéptudományi Tanszék
számonkérés rendje:	kollokvium
előtanulmányi feltétel:	

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A Webkeresőrendszerek felépítése: robot architektúra és robotkizáró protokoll, a dokumentumfeldolgozás menete, invertált index. A találati lista rangsoroláskor használt jellemzők.

Markov-láncok és véletlen séták gráfokon. Elérési és visszatérési valószínűségek, erősen összefüggő komponensek, ergodikus Markov láncok. Sajátértékek, sajátvektorok és a stacionárius eloszlás.

Page Rank és alkalmazásai: személyre szabott rangsor, hasonlóságkeresés. Átfogalmazás séták végpont-eloszlására és hatékony algoritmusok.

Szinguláris felbontás: a felbontás létezésének bizonyítása. Mátrixnormák, kis rangú közelítések.

A HITS algoritmus: meghatározó tartalmak és gyűjtőoldal rangsora. Az algoritmus és a szinguláris felbontás kapcsolata, egy szinguláris felbontás algoritmus bemutatása.

Spektrál gráfklaszterezés, a sajátérték rés és az expanzió kapcsolata. Expanderek.

Gráfmodellek: a Barabási-féle preferált illeszkedés és kapcsolódó modellek. Kis világ modellek. Fokszámeloszlással és átmérővel kapcsolatos tételek.

Weboldalak átmeneti tárolása. Keresőrendszerek adatbázisának frissítése.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Searching the Web. A Arasu, J Cho, H Garcia-Molina, A Paepcke, S Raghavan. ACM Transactions on Internet Technology, 2001

Randomized Algorithms, R Motwani, P Raghavan, ACM Computing Surveys, 1996

The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web, L. Page, S. Brin, R. Motwani, T. Winograd. Stanford Digital Libraries Working Paper, 1998.

Authoritative sources in a hyperlinked environment, J. Kleinberg. SODA 1998.

Clustering in large graphs and matrices, P Drineas, A Frieze, R Kannan, S Vempala, V Vinay. Proceedings of the tenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms, 1999.

Barabási Albert László: Behálózza. Magyar Könyvklub. 2003.

David Karger, Alex Sherman, Andy Berkheimer, Bill Bogstad, Rizwan Dhanidina, Ken Iwamoto, Brian Kim, Luke Matkins, Yoav Yerushalmi: Web Caching and Consistent Hashing, in Proc. WWW8 conference