

## Erősen reguláris gráfok struktúrái

**Definíció:** Egy  $G$  gráf erősen reguláris  $(n, d, a, b)$  paraméterekkel ha  $n$  csúcsa van,  $d$ -reguláris, két összekötött csúcsnak  $a$ , két összekötetlen csúcsnak  $b$  közös szomszédja van. A Petersen-gráf erősen reguláris  $(10, 3, 0, 1)$  paraméterekkel, a Hoffman-Singleton gráf erősen reguláris  $(50, 7, 0, 1)$  paraméterekkel, a Higman-Sims gráf erősen reguláris  $(100, 22, 0, 6)$  paraméterekkel.

1. Legyen  $P$  a Hoffman-Singleton-gráf egy 10 csúcsú részgráfja ami Petersen gráfot feszít ki. Mutasd meg, hogy minden nem  $P$ -beli csúcsnak pontosan egy  $P$ -beli szomszédja van.
2. Legyen  $F$  a Hoffman-Singleton-gráf egy legnagyobb független halmaza. Mutasd meg, hogy  $|F| \leq 15$  és egyenlőség esetén ha egy csúcs nincs  $F$ -ben akkor pontosan három él megy belőle  $F$ -be.
3. A Higman-Sims gráf egy  $(100, 22, 0, 6)$  paraméterű erősen reguláris gráf, mely részgrájként tartalmazza a Hoffman-Singleton gráfot. Milyen 50 csúcsú gráfot kapunk úgy, hogy a Higman-Sims gráfból kitöröljük a Hoffman-Singleton gráfot. (Segítség: előbb azt határozd meg, hogy egy adott csúcsból hány él megy a Hoffman-Singleton részgráfba.)
- 4.\* (a) Konstruáld meg a Hoffman-Singleton gráfot 5 darab Petersen-gráf összevarrásával.  
(b) Konstruáld meg a Hoffman-Singleton gráfot feltételezve, hogy tartalmazza a  $\text{Kn}(7, 3)$  Kneser-gráfot.