

Kombi problémamegoldó és kutatószeminárium

Dependent random choice, síkgráfok, tiltott minorok

2019. Ápr. 11.

Definíciók: Felosztás (subdivision), Minor.

Kapcsolódó tételek: Kuratowski, Wagner

1) Karakterizáljuk az outerplanar (körre írható) gráfokat kizárt minorok segítségével!

2) Magyarország térképén kibökönk n várost, melyek páronkénti távolsága legalább 30km. Igazoljuk, hogy legfeljebb $3n$ pár lehet közöttük éppen 30km távolságra.

3) Egy nagy kerek asztalra kiraktunk 1900 egymást nem átfedő 5-forintost. Lássuk be, hogy 475 biztosan kiválasztható közülük, hogy páronként semelyik kettő ne érintkezzék. Igazoljuk, hogy 601-et már nem biztos hogy ki tudunk választani ilyen módon.

4) Adott egy G gráfunk. Mennyi élet kérünk a csúcscsím függvényében, hogy biztosan találjunk benne $K_{a,b}$ részgráfot, ahol $a \leq b$? Keressük az élszámot $e = C \cdot n^\alpha$ alakban, ahol C valami n -től nem függő konstans.

5) Lássuk be, hogy ez az élszám-függvény jóval többet is ad, nevezetesen azt, hogy ilyen módon olyan nagyobb részhalmazt is találunk, ahol minden a -elemű halmaznak van legalább b szomszédja. A részhalmaz nagyságát mi előírhatjuk.

Hint: válasszunk egy tetszőleges véletlen a -halmazt G -ben és ennek közös szomszédhalmazát. Ebben a szomszédhalmazban keressünk a mi részhalmazunkat. A szomszédhalmazból dobjunk ki az olyan csúcsokat amik sértik a feltételt. Igazoljuk, hogy átlagosan nem kell annyit kidobni, mint amekkora a részhalmazunk; vagyis így jó részhalmazt kapunk véletlenül választva; amennyiben elég nagy a 4) feladatban szereplő konstans.