1. Mekkora szöget zár be egymással az $\mathbf{u}$ és $\mathbf{v}$ vektor? Határozzuk meg az $\mathbf{u}$ vector $\mathbf{v}$ irányú és $\mathbf{v}$-re merőleges komponensét!

(a) $\mathbf{u} = (0,2)$, $\mathbf{v} = (3,3)$ **(b)** $\mathbf{u} = (10; 5\sqrt{3})$, $\mathbf{v} = (-10; 5\sqrt{3})$ **(c)** $\mathbf{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 5\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$

2. $A(2;-3;1)$, $B(1;4;0)$, $C(-4;1;1)$ és $D(-5;-5;3)$ négy pont a térben. Bizonyítsuk be, hogy $AC \perp BD$!

3. Számoljuk ki az $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c}$ kifejezéseket, ha $\mathbf{a} = (0;1;-1)$, $\mathbf{b} = (1;1;1)$, $\mathbf{c} = (1;2;3)$.

4. Írjuk fel az egyenesek egyenleteit. P az egyenes egy pontja, $\mathbf{n}$ az egyenes normálvektora, $\mathbf{v}$ az egyenes irányvektora.

(a) $P(3;-2)$, $\mathbf{n}\,(6;-5)$ **(b)** $P(3;-2)$, $\mathbf{v}\,(4;-5)$

5. **(a)** Írjuk fel annak a síkbeli egyenesnek az egyenletét, amelyik párhuzamos a $2x + 3y = 5$ egyenessel és átmegy a $\mathbf{r}_0(3,2)$ ponton.
(b) Írjuk fel annak a síkbeli egyenesnek az egyenletét, amelyik merőleges a $2x+3y = 5$ egyenesre és átmegy a $\mathbf{r}_0(3,2)$ ponton.

6. Írjuk fel a térbeli egyenes paraméteres egyenletrendszerét, ha az egyenes átmegy a $(-3;2;-1)$ ponton és párhuzamos a $P(1;2;3)$ és $Q(2;4;6)$ pontokat összekötő egyenessel.

7. Írjuk fel az egyenesek egyenletrendszerét!

(a) $P(1;2;-3)$, $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$ **(b)** $P_1(1;-2;3)$, $P_2(-4;5;-6)$

8. Írjuk fel a sík egyenletét, ha adott egy P pontja és $\mathbf{n}$ normálvektora! A síkok mindegyikére határozzuk meg az $\mathbf{v}\,(1;1;1)$ vektornak a síkkal párhuzamos és a síkra merőleges komponenseit!

(a) $P(1;2;3)$, $\mathbf{n}\,(-4;5;6)$ **(b)** $P(1;-2;3)$, $\mathbf{n}\,(0;1;2)$ **(c)** $P(-4;5;6)$, $\mathbf{n}\,(1;2;-3)$

9. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amelyik átmegy a $\mathbf{r}_0(1,2,3)$ ponton és merőleges az
$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{2-z}{2}$$
egyenesre.

10. Adjuk meg a P, Q, R pontokon átmenő sík egyenletét, ha

(a) $P(1;1;-1), Q(2;0;2), R(0;2;-1)$ **(b)** $P(2;4;5), Q(1;5;7), R(-1;6;8)$

Extra feladatok

***1.** Legyen $P(x_0, y_0)$ az $x^2 + y^2 = 1$ egyenlettel megadott kör egy pontja ami különbözik az $A = (1,0)$ és $B = (-1,0)$ pontoktól. Mutasd meg, hogy a $\overrightarrow{PA}$ és $\overrightarrow{PB}$ vektorok merőlegesek egymásra. (Thalész tétele.)

***2.** Mutasd meg, hogy a $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + t\mathbf{v}$ és $\mathbf{s} = \mathbf{s}_0 + t\mathbf{u}$ paraméteres egyenletekkel megadott egyenesek távolsága
$$\frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{s}_0)(\mathbf{v} \times \mathbf{u})}{\|\mathbf{v} \times \mathbf{u}\|}.$$