1. Számoljuk ki a következő függvények elsőrendű parciális deriváltjait:

a) $f(x,y) = x^2 + xy + y^2$ b) $f(x,y) = e^{x-y}$

c) $f(x,y,z) = \sin(x^2 + y^3 + z^4)$ d) $f(x,y) = \operatorname{arctg} \dfrac{1-x}{1-y}$

2. Határozzuk meg az $z = x\cos y - ye^x + 1$ függvénygrafikon érintősíkját a $(0,0,1)$ pontban!

3. Határozzuk meg az alábbi f függvények ∇f gradiensét!

a) $f(x,y) = xy$ b) $f(x,y,z) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

4. Ábrázoljuk a ∇f vektort a $(0,0), (1,1), (4,3)$ pontokban, és a pontokon átmenõ szintvonalakat, ha

a) $f(x,y) = 2x - y$ b) $f(x,y) = x^2 + y^2$ c) $f(x,y) = xy$

5. Mi az $f(x,y)$ függvény $D_{\mathbf{v}}f(x_0,y_0)$ iránymenti deriváltja, ha

a) $f(x,y) = x - 2xy + 4y^2$, $(x_0,y_0) = (1,2)$ és $\mathbf{v} = (3/5, -4/5)$

b) $f(x,y) = e^x\cos(\pi y)$, $(x_0,y_0) = (0,-1)$ és $\mathbf{v} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\mathbf{i} + \mathbf{j})$

6. Ha $f_x(a,b) = 2$ és $f_y(a,b) = -1$ milyen $\mathbf{v}$ egységvektorra lesz $D_{\mathbf{v}}f(a,b)$, azaz f $\mathbf{v}$ irányú deriváltja az (a,b) pontban maximális? Minimális? 0?

7. Hol van lokális szélsőértéke, nyeregpontja a következő függvényeknek?

a) $f(x,y) = 2x^3+3xy+2y^3$ b) $f(x,y) = e^x(x^2+y^2)$

8. Az $f(x,y)$ függvénynek adottak a parciális deriváltjai. Határozzuk meg a kritikus pontjait és azok típusát!

a) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 2x - 4y$, $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 2y - 4x$

b) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 2x - 2$, $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 2y - 4$

c) $\dfrac{\partial f}{\partial x} = 9x^2 - 9$, $\dfrac{\partial f}{\partial y} = 2y + 4$