

1. Határozzuk meg parciális integrálással a következő határozatlan integrálokat!

$$\text{a) } \int x \cos x \, dx \qquad \text{b) } \int x^2 e^{-x} \, dx \qquad \text{c) } \int e^x \sin x \, dx$$

2. Határozzuk meg a következő, $\int \frac{f'}{f}$ vagy $\int f^a f'$ alakú határozatlan integrálokat!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{x^2}{x^3 + 1} \, dx & \text{b) } \int (\ln x)^2 \cdot \frac{1}{x} \, dx & \text{c) } \int x\sqrt{x^2 + 1} \, dx \\ \text{d) } \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \, dx & \text{e) } \int \frac{1}{x \ln x} \, dx & \text{f) } \int \frac{1}{(1 + x^2)\operatorname{arctg}x} \, dx \end{array}$$

3. Számoljuk ki a következő határozatlan integrálokat!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{1}{(x+2)(x-1)} \, dx & \text{b) } \int \frac{x+1}{x^2+x+1} \, dx & \text{c) } \int \frac{e^x}{e^x + e^{2x}} \, dx \\ \text{d) } \int \frac{e^{2x}}{e^x + e^{2x}} \, dx & \text{e) } \int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} \, dx & \text{f) } \int \frac{1}{1+\sqrt{x}} \, dx \end{array}$$

4. Számítsuk ki a következő határozott integrálokat!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int_2^3 x^2 \, dx & \text{b) } \int_4^6 4^{5x+6} \, dx & \text{c) } \int_0^\pi \sin x \, dx \\ \text{d) } \int_{-\pi}^\pi \sin^2 x \, dx & \text{e) } \int_{10}^{20} \frac{1}{(x-5)^2} \, dx & \text{f) } \int_0^2 \frac{1}{4+5x^2} \, dx \end{array}$$

5. Határozzuk meg a következő határozott integrálokat helyettesítéssel!

$$\text{a) } \int_2^5 x^2 \sqrt{x^3 + 1} \, dx \qquad \text{b) } \int_0^1 x \sin(x^2 + 1) \, dx \qquad \text{c) } \int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x \, dx$$

6. Határozzuk meg

- az $f(x) = -x^2 + 3$ függvény grafikonja és az x -tengely által közbezárt idom területét;
- az $f(x) = x^2$ és a $g(x) = -x + 2$ függvények grafikonjai által bezárt területet;
- az $f(x) = -x^2 + 2x$ és a $g(x) = -x$ függvények grafikonjai által bezárt területet!

7. Forgassuk meg a következő függvények grafikonjait az x tengely körül a megadott intervallumokban! Számítsuk ki a keletkezett forgástestek térfogatát!

$$\text{a) } e^{-x} \quad [0, 1] \qquad \text{b) } \sqrt{x} \quad [0, 1] \qquad \text{c) } \sin x \quad [0, \pi]$$