

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar

Szakdolgozat

Flották a gépjárműbiztosításban

Szalai Gábor

Biztosítási és pénzügyi matematika, MSC aktuárius szakirány

Témavezető: Kelemen Erika, vezető aktuárius

CIG EMABIT



Budapest, 2013

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	4
2. Gépjárműbiztosítás	6
2.1. Alapfogalmak	6
2.2. Flottaállományok vizsgálata a szakirodalomban	7
2.2.1. Parametrikus modell	8
3. Káreloszlások	9
3.1. A vizsgálat menete	10
3.2. Kárnagyság-eloszlások	11
3.2.1. Leggyakoribb eloszlások	11
3.2.2. Casco kárnagyságok	13
3.2.3. Önrészes eloszlások	15
3.2.4. Gfb-kárnagyságok	22
3.3. Kárszám-eloszlások	23
3.3.1. Leggyakoribb eloszlások	24
3.3.2. Casco-kárszámok	25
3.3.3. Gfb-kárszámok	26
3.4. Kárhányadok	28
3.4.1. Casco-kárhányadok	28
3.4.2. Gfb-kárhányadok	29
4. További elemzések	32
4.1. Kárkifutások	32
4.2. Költségelemzés	34
4.2.1. Postai költségek	34
4.2.2. Jutalék	36
4.3. A káresemények típusai	36
4.3.1. Casco-káresemények	36
4.3.2. Gfb-káresemények	37
4.4. Törlési tartalék	38

4.5. Speciális flották	40
4.6. A másik oldal	41
4.7. Következtetések	41
Összefoglalás	42
Köszönetnyilvánítás	43
Irodalomjegyzék	44
A. TEÁOR kategóriák	45
B. Maple	46

1. fejezet

Bevezetés

Szakedolgozatom témájaként a gépjárműbiztosításokat mint a casco és a kgfb (kötelező gépjármű-felelősségbiztosítás) ágazatokat, azon belül pedig a flottabiztosítások vizsgálatát választottam.

A biztosításszakmában elterjedt mondás, hogy a flották biztosítása eltér az egyéni biztosításoktól. Más a várható káralakulása, a művelésének költsége, és a biztosítási kockázat eltérő kockázatelbírálást igényel. Felvetődik a kérdés, van-e kimutatható különbség az egyéni szerződések és a flottaszerződések között, illetve igaznak bizonyulnak-e azok az állítások, amelyeket a szakemberek a flottákkal kapcsolatosan szakmai érveként gyakran hangoztatnak. A kérdések megválaszolásához célul tűztem ki, hogy minél több flottaismérvet fedezzek fel a gépjárműbiztosításban. Írásomban megvizsgálom és párhuzamba állítok néhány, a biztosításszakmában szakmai érveként kezelt állítást a kis- és nagyflottákról, az egyéni és a flottaszerződésekről.

Tekintsük át a fentebb említett, általánosan elfogadott állításokat!

Úgy tartják, hogy a flottáknak magasabb a kárgyakorisága, mint az egyéni szerződéseknek. Erre magyarázat lehet az, hogy a magánemberek kevesebbet használják járműveiket, s ezt a hatást erősíti az egyre dráguló üzemanyagár is. A magánemberek járműveikre általában nem munkaeszközként tekintenek, így a kevesebb használattal lehetőségük nyílik a spórolásra. Ezzel szemben a cégek flottáinak magas költségek esetén is használatban kell lenniük, mivel esetükben már munkaeszközökről beszélünk.

A flották előnye az egyéni szerződésekkel szemben, hogy jóval kevesebb adminisztrációs költség merül fel náluk.

A kis flottákat tekintve az ügyintézőnek könnyebb rálátása van az egyes cégekhez tartozó esetekre, ezáltal jobban megválogathatóak, mint a nagyobb flották esetében. Emellett kisebb állománymozgásra, továbbá a kis flottáknál alacsonyabb, nagy flottáknál magasabb kárgyakoriságra számíthatunk. Utóbbi magyarázatául felhozott egyik érv szerint a kisebb vállalatoknál jóval gyakoribb, hogy a céghez kapcsolódó járművek használata nem szükséges a cég tevékenységéhez, csak felsővezetői kocsikkal rendelkeznek, amelyek gyakorlatilag egyéni szerződéseknek felelnek meg. A nagy flottákról – ide tartozik a legtöbb szállítmányozói és fuvarozói cég – "elfogadott" tézis, hogy ők töltik a legtöbb időt az utakon, így ezeknél a legmagasabb a várható kárgyakoriság.

Dolgozatomban a fenti állításokat vizsgálom különböző biztosítók gépjárműportfólióján keresztül. Rendelkezésemre álltak az "A" biztosító 2003 és 2006 közötti casco biztosításának adatai, a "T" biztosító 2008 és 2012 közötti casco, illetve 2004 és 2008 közötti gépjármű-felelősségbiztosítás (gfb) állományai, továbbá a "C" biztosító tavalyi, azaz 2012-ben kezelt állományai mind a casco, mind a gfb biztosításból. Az "A" és a "T" állomány közös tulajdonsága, hogy egyesben tartalmaznak egyéni és flottaállományokat. Ezzel szemben a "C" biztosító járművei casco esetében mind flottaszerződések által biztosítottak, és a gfb-állomány is csak minimális szinten, elhanyagolható mértékben tartalmaz egyéni ügyfeleket.

A biztosítók a rendszereikben különböző táblázatokban tartják nyilván az ügyfelekhez tartozó adatokat. Többek között megtalálhatóak a díjképzéshez kapcsolódó, illetve a kötvény létrejöttéhez szükséges adatok, továbbá rögzítésre kerülnek a károkhoz kapcsolatos információk. Ezeket az adatokat felhasználva sokféle elemzés készíthető, amelyek segítségével a biztosítók egyre növekvő pontossággal tudják meghatározni a jövőbeli díjaikat. Bár a biztosítók különböző rendszereket alkalmaznak, a dolgozatban igyekeztem egységesíteni a legfontosabb információkat ezek közös tanulmányozása miatt, és így elemezni az adatokat.

A dolgozat második fejezetében összegyűjtöm a gépjárműbiztosítással kapcsolatos legfontosabb fogalmakat, továbbá a külföldi szakirodalomban fellelhető flottabiztosításokról szóló elemzéseket foglalom össze röviden. A harmadik fejezetben a rendelkezésemre álló állományokat vizsgálom meg a károk szempontjából. A károk legfontosabb jellemzői azok várható nagysága és a bekövetkezésük valószínűsége. A fejezetben e nyomvonalon haladva illeszték eloszlásokat a megfelelően csoportosított állományokra. A negyedik fejezetben további különbségeket mutatok be az egyéni és a flottaállományok között.

2. fejezet

Gépjárműbiztosítás

2.1. Alapfogalmak

Mit értek gépjárműbiztosítás alatt? Bár a magyar biztosítási törvény külön ágazatként kezeli, a gyakorlatban gépjárműbiztosítás alatt a nemzetközi szakirodalomban is gyakran együtt kezelt casco és gfb biztosítást értem, ugyanis mindkét biztosítás valamiféleképpen köthető a gépjárművekhez, illetve annak a használatához. A **casco** biztosítás egy olyan saját gépjárművünket védő vagyonbiztosítás, amely a szerződésben meghatározott káresemények bekövetkezése esetén nyújt fedezetet. A **kgfb** pedig a károkozó vagyoni helyzetében a károkozás miatt várható csökkenés megakadályozására és a károsult jogos kárigényének biztos fedezetére szolgál.

A kötelező gépjármű-felelősségbiztosítási szerződést a közúti közlekedés szabályairól szóló 1/1975. (II.5.) KPM-BM együttes rendelet (KRESZ) első számú függelékének II. b) pontja közli. Eszerint meghatározott gépjárműre, továbbá pótkocsira, félpótkocsira, mezőgazdasági vontatóra, négykerekű segédmotoros kerékpárra (quad), a forgalomban való részvétel feltételeként hatósági jelzésre kötelezett lassú járműre és munkagépre, továbbá a hatósági engedélyre és jelzésre nem kötelezett segédmotoros kerékpárra kell megkötni.

Gfb esetén a jogszabály alapján a kártérítés felső határa a dologi károkat tekintve káreseményenként 500 millió Ft, személyi sérüléssel károsultok esetén pedig 2010. január 1-jétől káreseményenként 1.600 millió Ft, függetlenül a károsultak számától. Ennél magasabb összegű kár esetében a fenti összegeken felüli részt a károkozó gépjármű üzemeltetőjének kell megtérítenie.

Egy általános casco fedezetet nyújt az autó töréskáraira, elemi és tűzkárookra, az egész autó vagy alkatrészeinek ellopására, de kiegészítőként tartalmazhat poggyász-, extratartozék- és balesetbiztosítási modult. A casco biztosítás jellemző tulajdonsága az önrész, amely azt az összeget jelöli, amelyet a járművet ért káresemény kapcsán minden esetben a biztosított fizet. Ez az önrész két módon kerül meghatározásra: egy százalékos értékkel,¹ illetve egy fix összeggel, amelyek közül a biztosító mindig a magasabbat vonja le.

A gépjárműbiztosításban megkülönböztetünk **egyéni** és **flottaállományokat**. Előbbiről az adott

¹pl. a kárkifizetés 10, 20, 30 %-a

üzembentartó által egy meghatározott gépjárműre kötött, a törvénynek megfelelő biztosítási szerződés esetén beszélünk. A gépjárműflotta egy adott biztosítónál ugyanazon szerződőhöz – egyéni vállalkozó, jogi személy, jogi személyiség nélküli gazdasági társaság – tartozó, legalább öt gépjármű együttesen kezelt csoportja. A casco biztosítás esetén nincs törvényben meghatározott minimum létszám, a legkisebb flottaméretet a biztosítók maguk határozzák meg.

Az egyéni kötelező gépjármű-felelősségbiztosítási szerződések vonatkozásában fontos szerepet játszik a bonus-malus rendszer, amellyel a biztosító a biztosított kármentes vezetését jutalmazza (bonus), illetve károkozás esetén a kedvezményt megvonja, továbbá pótdíjat állapít meg (malus). A biztosítási díj megállapítása a bonus-malus besorolás szerint elért fokozat figyelembe vételével történik. A járműveket egy alap (A00), 10 bonus és 4 malus osztályból álló rendszerbe csoportosítjuk.

Biztosítás szempontjából fontos kiegészítő pillér a Magyar Biztosítók Szövetsége (Mabisz) által kezelt Kártalanítási Számla – a kötelező gépjármű-felelősségbiztosítást művelő biztosítók által létrehozott és folyamatosan finanszírozott pénzalap – amelynek célja a kötelező felelősségbiztosítással nem rendelkező üzembentartók, valamint az ismeretlen üzembentartók által okozott károk megtérítése. A Kártalanítási Számla abban az esetben fizet, ha ismert a károkozó, de nem rendelkezik érvényes felelősségbiztosítással, vagy ha ismeretlen a károkozó. Ismeretlen gépkocsi által okozott kár esetén a Kártalanítási Számla csak a személyi sérüléssel összefüggő károkat téríti meg, a gépkocsikárt nem. A kártalanítás után a felelősségbiztosítással nem rendelkező, vétkes üzembentartótól a Kártalanítási Számla kezelője követelheti a költségek és azok kamatainak megtérítését.

2.2. Flottaállományok vizsgálata a szakirodalomban

Nagyon kevés tanulmány foglalkozik behatóan a gépjárműflották baleseteinek kockázatával. A következőkben néhány fontosabb eredményt közlök időrendben. Teugels és Soundt [1991] a flotta kumulált kárait ajánlotta kiindulási alapnak, Marie-Jeanne pedig a flotta nagyságától függő modellt alakított ki 1994-ben. Fontos megközelítés ezeken túl a járműtulajdonos jellemzőinek figyelembe vétele, illetve befolyásoló tényező lehet a cég vezetőinek döntése, mint például a gépkocsi karbantartása, vagy annak eldöntése, hogy mennyi időt tölthetnek a sofőrök a volán mögött. Ezeket az elveket vette figyelembe Dionne, Desjardins és Pingquet az ezredfordulón, amikor létrehozták a flottákra vonatkozó bonus-malus típusú modellt, amely egy olyan szemiparametrikus megközelítést használ, amely figyelembe veszi a járművek sofőrjeinek és tulajdonosainak a jellemzőit. A modellel megbecsülésre került a fuvarozók nem megfigyelhető ismérveinek hozzájárulása a károk bekövetkezéséhez.

Dolgozatom későbbi fejezeteiben a rendelkezésemre álló adatok alapján a flottákat méret, illetve tevékenység szerint csoportosítom, és ennek megfelelően vizsgálom őket.

2.2.1. Parametrikus modell

A következő alfejezetben röviden ismertetem Angers és társai 2005-ben publikált legfontosabb eredményeit.

A szerzők a kanadai Quebec tartományban élő fuvarozók flottáinak a kötelező felelősségbiztosítás állományát vizsgálták 1997 és 1998 között. A flották esetében nehéz a kockázatbecslés, ugyanis a flotta összetétele nagyon változatos, továbbá nehéz eldönteni, hogy a sofőrök vagy a járművek elővizsgálata fontosabb-e. A cikk szerint a járműveké, mert a biztosítóktól elérhető információk alapján a járművek adatai rendelkezésre állnak, ugyanakkor nehéz lekövetni, hogy az egyes sofőrök és fuvarozók hogyan váltanak flottákat. A járműveket tekintve különböző egyedi kockázatokat számoltak, amelyeket a megfigyelhető és nem megfigyelhető jellemzők, valamint a sofőrök és a fuvarozócégek is befolyásolnak. A flottakockázatok pontos modelljeinek a sofőrök és tulajdonosok jellemzőit, illetve a különböző szintű döntési folyamatok következményeit is kezelniük kell.

Az eljárás két lépésből állt. Először egy ökonometriai modell segítségével a szállítócégek járműveinek baleseti valószínűségeit határozták meg, amelyek paraméterei a járművek és flották megfigyelhető jellemzőin, illetve a sofőrök és tulajdonosok közlekedésbiztonsági előéletén alapultak. Egyik fő eredményük a kockázat megbecslésére alkotott modell volt, amiben jól elkülöníthetők a jármű- és flottaefektusok. Összehasonlításra került a cikk elején meghatározott hipergeometrikus modell és a Monte-Carlo-módszer, amelyek a paraméterbecslések terén azonos eredményeket adtak, csak az előbbihez jóval kevesebb számítási idő szükséges. A különböző, megfigyelhető ismérvek alapján felállított modellek alapján a következőkre jutottak. A járművezetők tapasztalata csökkenti a balesetek valószínűségét, ezzel szemben a közlekedési törvények megsértése növeli a későbbi balesetek esélyét. Ennek alapján egy flottában minden járműre különböző díj állapítható meg, amely által arra is ösztönözve lesznek a sofőrök és a tulajdonosok, hogy közlekedésbiztonsági szempontból óvatosak legyenek.

Második lépésként a szerzők egy parametrikus modellt mutattak be a flottában lévő járművek esetére vonatkozó díjtáblára. Megmutatták, hogy a flotta- és járműeffektusok együttes figyelembevétele hogyan befolyásolja a díjak időbeli változásának Bayes-kalkulációit. A díjakra gyakorolt különböző hatások bemutatásához a flottaméret alapján tettek különbséget a fuvarozócégek között.

3. fejezet

Káreloszlások

A dolgozatom legfontosabb célja, hogy eltérő ismérveket találjak a járműbiztosításokban az egyéni és a flottaállományok között. Egy biztosító számára elsődleges információ, hogy a biztosítottjától milyen károkra számíthat. A károk két fő tulajdonsággal írhatók le: a kárnagysággal és a kárgyakorisággal. A biztosítónak a termék tervezéséhez szüksége van egy feltételezett kárnagyság- és kárszámeloszlásra. Minél pontosabban tudja megbecsülni a biztosító ezeket az ismérveket a tervezett portfólióra való tekintettel, annál eredményesebben fogja az adott terméket művelni. A gépjárműbiztosítási portfólió tervezésénél a kockázatelbírásás, illetve az árazás eszközeivel élve hatásosan tudja befolyásolni a portfólió összetételét. Ahhoz azonban, hogy a biztosító a megfelelő összetételű portfóliót tudja megtervezni, ismernie kell a különböző szerződés csoportok általános viselkedését. Ebben a fejezetben bemutatom a főbb eloszlásokat, majd megvizsgálom az állományokat az ismérvek kutatása céljából. A minél szélesebb körű vizsgálat céljából a flottákat méret szerint két csoportba bontottam mindegyik biztosító esetében. Az alapötlet szerint máshogy viselkedhet egy tíz darabos flotta, mint egy háromszáz darabos. Ennek megfelelően mostantól kis flottának nevezem a legfeljebb húsz járművet tartalmazó flottákat, az ennél több járművet tartalmazókat pedig nagy flottának. Előbbiek sajátossága, hogy főleg személyes használatúak, így a tulajdonosok jobban ismerik a járműveiket, és feltételezhetően kevesebbet is használják a nagyobbakhoz képest. Utóbbiaknál előfordulhat, hogy kárrendezésnél rendelkeznek saját, szerződött javítóval. Ez azért fontos, mert ebben a kisebb óradíjjal kerül javításra egy kár, így mérséklődik a kár nagysága is. Másik jellemző tulajdonságuk, hogy bizonyos feltételek bekövetkezésekor a sofőröket a casco-önrész kifizetésére kötelezik, így építve bele egy természetes önkorrekciót a rendszerbe. Többnyire a nagyobb flottákhoz tartoznak a nemzetközi fuvarozók, akiknél a kötelező biztosítást tekintve nagyobb kockázattal kell számolni, mivel a nemzetközi károk jelentősen meghaladhatják a hazaiakat. Ez a jelenség a casco esetében már nem áll fent, ugyanis kárnagyság szempontjából külföldön csak a biztosítóval egyeztetett szükségjavításokat végzik el, a nagyobb javítások hazai áron történnek.

A "C" biztosító csak flottaállományokkal rendelkezik, így itt nem volt lehetőség az egyéni szerződésállománnyal való összevetésre, azonban az állomány vizsgálható volt a flottanagyságtól különböző flottacsoportosítási ismérv mentén, a flották tevékenységi köre alapján. Ez utóbbi fontos ismérv

lehet egy gépjárműbiztosítás káralakulása szempontjából. Ehhez használtam segítségül a gazdasági tevékenységek egységes ágazati osztályozási rendszerének (TEÁOR) a magyarországi kódrendszerét. A kódrendszer az EU osztályozási rendszerén alapul, amely a tagállamok számára kötelező. A "C" biztosító a gfbflotta tarifájának tervezésekor a tevékenységi körök tekintetében négy kockázati osztályt hozott létre. A tevékenységi kockázati osztályba való sorolást a TEÁOR kód alapján végezte. A vizsgált állomány szerződésein mind a casco, mind a gfb esetében megállapítható az adott flotta tevékenységi köre, így az kockázati osztályba sorolható. Az első kategóriába a személyszállítással és az áru fuvarozással kapcsolatos vállalatok kerültek, amelyek – a Pénzügyi Szervezetek Állami Felügyelete (PSZÁF) által rendelkezésre álló adatok és biztosítói tapasztalatok alapján – az átlagosnál rosszabb káralakulásokkal rendelkeznek. A második kategóriába tartoznak az élelmiszerfeldolgozók, a mezőgazdasággal foglalkozó cégek és az állami szervezetek járművei. Náluk ritkább gépjárműhasználat feltételezhető, és egy ebből is származó kisebb kárgyakoriság. A harmadik és negyedik kategóriát a maradék cégek alkotják, ők leginkább iparral és kereskedelemmel foglalkozó vállalatok. Itt a csoport megbontása piaci adatok és szakértői tapasztalatok alapján történt.¹ A kockázati csoportok az adott biztosítónál csak a gfb-díjakra vannak hatással, az elemzés céljából azonban a casco esetén is jól használhatóak.

3.1. A vizsgálat menete

A gépjárműbiztosításokkal kapcsolatos kárelemzésekben a legtöbb tanulmány a gépjárművezetők korát, nemét, lakhelyét, a járművezető jogosítványának korát, a használat jellegét, és még egyéb ismérveket vizsgál. A különböző biztosítók tarifátáblái is számbaveszik ezeket a paramétereket, ezek a legtöbb esetben díjképző ismérvek is egyben.

Dolgozatom fő témájának, a flottáknak a vizsgálata nem teszi lehetővé a gfb és a casco biztosításoknak az egyéni biztosítások esetén megszokott széleskörű vizsgálatát. A vizsgálatot olyan paraméterek mentén végzem, amelyek feltételezésem szerint leginkább hatással vannak a flotta várható káralakulására.

Az egyéni és flottabiztosításokban biztosan nem képez különbséget a gépjármű típusa, bár kétségtelen tény, hogy egy adott flotta káralakulását erősen befolyásolja az azt összetevő járművek besorolása. Ezt a tényt a biztosítók a flottadíjképzésnél is figyelembe veszik. Ezért a vizsgálat során a járműtípusonkénti elemzésektől eltekintek. Másfelől a flottabiztosításokkal kapcsolatban a biztosítók rendszereiben rögzített paraméterek köre nem feltétlenül ugyanolyan részletes, mint egy egyéni biztosítás esetében. Ez részben az adott biztosító nyilvántartással kapcsolatos elvárásainak, részben annak a ténynek köszönhető, hogy a flották esetében adott paraméternek nincs jelentősége. Egyéni biztosítások esetén például a káralakulást várhatóan befolyásoló szempont és gyakran díjképző ismérv is a gépjármű üzembentartójának/tulajdonosának kora vagy lakhelye. A flották szerződői többnyire jogi személyek, és bár itt is függhet a káralakulás a járművezető korától, egy céges flottánál ez nem

¹A biztosító által meghatározott, ágazat szerinti kategorizálást lásd az A. Függelék A.1 táblázatában.

követhető nyomon. A lakhely a flották esetében a flottaszerződést megkötő cég székhelyét jelöli, ami kevés támpontot ad a járművek használatának helyére. Pl. egy budapesti székhelyű nemzetközi fuvarozócég káralakulása nem hasonlítható össze egy budapesti lakóhellyel rendelkező járműtulajdonos várható káralakulásával.

3.2. Kárnagyság-eloszlások

Az "A" és "T" biztosító adatai több évet ölelnek fel, az árak az évek alatt nőttek, ezért figyelembe kellett venni az inflációt. Többféle inflációs számot lehet ilyenkor alkalmazni, én a magyarországi évesített fogyasztói árindexet használtam, amelynek segítségével kiszámoltam a károk jövőbeli értékeit. Ezáltal összehasonlítási alapnak az "A" biztosítónál 2007 elejét vettem, a "T" biztosító esetén pedig 2013 elejét. A "C" biztosítót tekintve egy évnyi adatmennyiséggel rendelkezem, emiatt itt nem kellett a pénzromlás mértékét számításba venni.

Illeszkedésvizsgálat segítségével tudjuk eldönteni, hogy a mintában tapasztalt eloszlás illeszkedik-e az elméleti eloszláshoz. A megfigyeléseinket mint valós, nemnegatív számok halmazát k csoportba oszthatjuk, jelen esetben kárnagyság szerint. Két típust különböztetünk meg. Tiszta illeszkedésvizsgálatnál ismerjük az elméleti eloszlás paramétereit, így a szabadságfok $k-1$ lesz. Becsléses illeszkedésvizsgálatnál a mintából becsüljük az elméleti eloszlás paramétereit, és a szabadságfok is kevesebb, konkrétan $k-1 - \text{becsült paraméterek száma}$ lesz.

Azt a nullhipotézist tesztelem, hogy a minta az adott eloszlású populációból származik-e. Alternatívaként a H_0 tagadását veszem. A feltételezés akkor fogadható el, ha a minta szerinti relatív gyakoriságok jól illeszkednek az elméleti értékekhez, azaz a próbastatisztika értéke kisebb lesz a χ^2 -tábla kritikus értékénél.

Mivel folytonosak az eloszlásfüggvényeink, először diszkretizálni kell, majd ezután végezhetünk diszkrét illeszkedésvizsgálatot. A hipotézisvizsgálatom során 1%-os szignifikanciaszintet választottam. A kritikus érték többféle, amelynek két oka van. Az egyik, hogy az exponenciális eloszlás esetén a becsült paraméterek száma egy – a többi eloszlás esetén pedig kettő –, így emiatt a szabadságfoka eggyel nagyobb lesz, ezáltal nagyobb lesz maga a kritikus értéke is. A másik különbség, hogy a kis minták esetében kevesebb csoportot hoztam létre – mivel nem kerülne elég minta az egyes csoportba –, ezáltal lesz kisebb a paraméter. A kis mintáknál 4 csoportot különíték el, a többi esetben pedig 8 kategóriát hoztam létre.

3.2.1. Leggyakoribb eloszlások

Nézzük meg az általam vizsgált, leggyakrabban használt eloszlások legfontosabb tulajdonságait! K jelölje a vizsgálandó károk számát!

Lognormális eloszlás (μ, σ^2):

Sűrűségfüggvénye: $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2}$, ahol $x > 0$.

Várható értéke: $EX = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$

Szórásnégyzete: $D^2X = e^{2\mu + 2\sigma^2}[e^{\sigma^2} - 1]$

A momentum-módszer² által megbecsült várható értékkel és szórásnégyzettel megkaphatjuk a két keresett paramétert:

$$\hat{\mu} = \ln\left(\frac{M_1}{\sqrt{e^{\hat{\sigma}^2}}}\right) \quad \hat{\sigma}^2 = \ln\left(1 + \frac{S^2}{M_1^2}\right)$$

Illeszkedésvizsgálathoz:

$$\begin{aligned} K \cdot P(a \leq X \leq b) &= K \cdot P(\ln a \leq X \leq \ln b) = K \cdot P\left(\frac{\ln a - \mu}{\sigma} \leq \frac{\ln X - \mu}{\sigma} \leq \frac{\ln b - \mu}{\sigma}\right) = \\ &= K \cdot \left(\Phi\left(\frac{\ln a - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\ln b - \mu}{\sigma}\right)\right) \end{aligned}$$

Exponenciális eloszlás (λ):

Sűrűségfüggvénye: $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, ahol $x > 0$.

Várható értéke, és szórásnégyzete: $EX = D^2X = \frac{1}{\lambda}$

A momentum-módszer által megbecsült várható értékkel és szórásnégyzettel megkaphatjuk a keresett paramétert:

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{M_1}$$

Illeszkedésvizsgálathoz:

$$K \cdot \int_a^b \lambda e^{-\lambda x} dx = K \cdot (e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b})$$

Gamma-eloszlás (α, λ):

Sűrűségfüggvénye: $f_X(x) = \frac{\lambda^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\alpha)}$, ahol $x > 0$.

Várható értéke: $EX = \frac{\alpha}{\lambda}$

Szórásnégyzete: $D^2X = \frac{\alpha}{\lambda^2}$

A momentum-módszer által megbecsült várható értékkel és szórásnégyzettel megkaphatjuk a két keresett paramétert:

$$\hat{\alpha} = \frac{M_1^2}{S^2} \quad \hat{\lambda} = \frac{M_1}{S^2}$$

Illeszkedésvizsgálathoz:

$$K \cdot \int_a^b \frac{\lambda^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\alpha)} dx$$

Megjegyzés: Az Office Excel képes gamma-eloszlást számolni, azonban egy apró módosításra figyelniünk kell. Az excel a gamma-eloszlás sűrűségfüggvényét a következőképp definiálja: $f_X(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}$.

²Az eloszlás paraméterei megbecsülhetők a paraméterek számával megegyező egyenlet segítségével. Az egyenletek a tapasztalati és az elméleti momentumok egybevetéséből származnak.

Azaz jól látható, hogy a korábban definiált λ egyenlő β reciprokával, azaz $\lambda = \beta^{-1}$. Így amikor Excellel dolgozunk, figyelni kell erre a módosításra a számítás előtt.

Pareto-eloszlás (α, β):

Sűrűségfüggvénye: $f_X(x) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{(\beta+x)^{\alpha+1}}$, ahol $x > 0$.

Várható értéke: $EX = \frac{\beta}{\alpha-1}$

Szórásnégyzete: $D^2X = \frac{\alpha\beta^2}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}$

A momentum-módszer által megbecsült várható értékkel és szórásnégyzettel megkaphatjuk a két keresett paramétert:

$$\hat{\alpha} = \frac{2S^2}{S^2 - M_1^2} \quad \hat{\beta} = M_1(\hat{\alpha} - 1)$$

Illeszkedésvizsgálathoz:

$$\begin{aligned} K \cdot P(a \leq X \leq b) &= K \cdot (F_X(b) - F_X(a)) = K \cdot \left[\left(1 - \left(\frac{\beta}{\beta+b} \right)^\alpha \right) - \left(1 - \left(\frac{\beta}{\beta+a} \right)^\alpha \right) \right] = \\ &= K \cdot \left[\left(\frac{\beta}{\beta+a} \right)^\alpha - \left(\frac{\beta}{\beta+b} \right)^\alpha \right] \end{aligned}$$

Megjegyzés: Ritkán, de használni szokták még a Weibull-féle (α, λ) eloszlást is, amelynek sűrűségfüggvénye a következő: $f_X(x) = \alpha\lambda x^{\alpha-1} e^{-\lambda x^\alpha}$, ahol $x > 0$.

3.2.2. Casco kárnagyságok

A cascoállományoknál az általam vizsgált rendszerek már az önrésszel csökkentett kifizetéseket, illetve tartalékokat tartalmaznak. Önrész esetén azonban módosulnak az eloszlások, így az első vizsgálathoz kiszámoltam a károk önrésszel növelt tényleges értékeit. Az így kapott összegekre már elvégezhetőek a főbb eloszlások illesztései, amelyek a későbbiekben jó kiindulási alapot szolgáltatnak a megfelelő önrészes eloszlások megtalálásához.

Az így kapott "tényleges kárnagyság" torz eredményhez vezet, ezért óvatosan kell kezelni az ezáltal kijött eredményeket. A problémát a kis károk okozzák, ugyanis ha a kár mértéke a fix önrész alatti, akkor vagy "0"-ás kárkifizetesként tartalmazza a rendszer, vagy már be sem jelentették. Az előbbi probléma kezelésekként azzal az egyszerűsítéssel éltem ebben az esetben, hogy a fix önrész felét vettem kárkifizetésnek, ezzel mérsékelve a torzítást.

A biztosítók casco-kárai az előbbi fejezetben leírt módszerekkel nagyon szépen modellezhetőek a kárnagyság szempontjából, kivételt csupán a "C" biztosító két csoportja jelent. Megállapítható, hogy ha önrész nélkül kötötték volna a szerződéseket, akkor múltbeli adatok alapján az állomány jövőbeli kárai lognormális eloszlással megbecsülhetők lennének. A biztosítók kárnagyságai közötti jelentős eltérést az állományok összetétele okozza.

	Egyéni		Kis flotta		Nagy flotta	
	EX	D ² X	EX	D ² X	EX	D ² X
"A" biztosító						
2003	839 241	795 146	357 843	336 26	387 642	546 853
Minta nagysága	79		153		176	
Elfog. eloszlás és a statisztika	Exponenciális - 8,26 Exp.-7,96;Gamma-9,69		Lognormális - 4,67 Gamma - 9,69		Lognormális - 9,4	
2004	566 567	698 350	520 278	790 054	388 192	411 945
Minta nagysága	568		180		506	
Elfog. eloszlás és a statisztika	Lognormális- 11,03		Lognormális - 2,93 Pareto - 4,4		Lognormális - 4,63	
2005	572 396	643 229	472 000	562 598	-	-
Minta nagysága	432		152		537	
Elfog. eloszlás és a statisztika	Lognorm.-3,6;Exp.-8,82		Lognormális - 8,03 Gamma-5,72;Pareto-4,4			
2006	543 3636	635 152	399 729	461 504	342 905	442 084
Minta nagysága	452		185		537	
Elfog. eloszlás és a statisztika	Lognormális - 6,03		Lognormális - 6,23 Gamma-8,78;Pareto-7,2		Lognormális - 8,27	
"T" biztosító						
Teljes	623 846	781 061	588 721	710 676	578 607	748 457
Minta nagysága	130		133		23	
Elfog. eloszlás és a statisztika	Lognormális - 5,86		Lognormális - 7,39		Lognorm.-2,94;Exp.-8,22 Gamma-10,08;Pareto-2,79	

3.1. táblázat. Az "A" és "T" biztosítók casco kárnagyságainak alakulásai

Megjegyzés: A "T" biztosító kisebb állománya miatt a különböző évek kárait úgy tekintetem, mintha egy évben történtek volna.

	Kis flotta	1. kategória	2. kategória	3. kategória
Várható érték	400 863	426 315	289 851	339 688
Szórás	487 517	527 997	326 014	604 504
Minta nagysága	304	38	335	640
Elfogadott eloszlások és a statisztika értéke	Lognorm. - 6,86	Lognorm. - 1,54 Exp. - 4,04	Lognorm. - 8,51 Exp. - 10,16 Gamma - 6,22 Pareto - 5,8	Lognorm. - 8,91

3.2. táblázat. A "C" biztosító casco kárnagyságainak tulajdonságai

3.2.3. Önrészes eloszlások

A minél pontosabb díj meghatározásához azonban nem elegendő a valós károk nagyságának eloszlásának az ismerete, hanem szükséges a biztosító által kifizetésre kerülő károk eloszlásának a megállapítása is. Ezért megvizsgálom a fontosabb eloszlások esetén, hogy azok miként változnak meg.

Az önrészes biztosítás a gépjárművek esetében a casco biztosítás jellegzetessége, nevezetesen a kombinált önrész – c -levonásos és γ -százalékos önrésszel –, ami által új káreloszlásunk keletkezik. A feltételes eloszlásunk korlátozása, hogy a bekövetkező kár legalább c nagyságú. Ekkor a kétfajta önrész közül a biztosító a nagyobb önrésszel csökkentett összeget fogja kifizetni. Jelölje X a kárnagyságot!

Megjegyzés: A casco esetében az új, önrészes eloszlások birtokában kézenfekvő lenne mindegyik kategóriában felhasználni ezeket a kárnagyság vizsgálata szempontjából. Sajnos a rendelkezésemre álló adatok azonban túl sokféle önrészt tartalmaznak az "A" és a "T" biztosító esetében, ezáltal nem nyílik lehetőségem az egységes vizsgálatra. A "C" biztosító állománya már nagyjából azonos típusú – fix 50.000 Ft és 10 %-os önrész –, így ezen állományon már elvégezhető az eloszlás vizsgálata.

$$\begin{aligned}
P(Y < t) &= P\left(\min(X - c, (1 - \frac{\gamma}{100})X) < t \mid X > c\right) = \\
&= P\left(X - c < t \cup \frac{\gamma}{100}X < c \mid X > c\right) + P\left(X - \frac{\gamma}{100}X \cup \frac{\gamma}{100}X > c \mid X > c\right) = \\
&= P\left(X < \min\left(c + t, \frac{100}{\gamma}c\right) \mid X > c\right) + P\left(\frac{100}{\gamma}c < X < \frac{t}{1 - \frac{\gamma}{100}} \mid x > c\right) = \\
&= \frac{F\left(\min\left(c + t, \frac{100}{\gamma}c\right)\right) - F(c)}{1 - F(c)} + \frac{F\left(\frac{t}{1 - \frac{\gamma}{100}}\right) - F\left(\frac{100c}{\gamma}\right)}{1 - F(c)}
\end{aligned}$$

Ekkor a minimumfüggvény felbontásával két részre bonthatjuk a kapott eredményt:³

$$P(Y < t) = \frac{F(t+c) - F(c)}{1 - F(c)} \quad \text{ha } 0 < t < \frac{100-\gamma}{\gamma}c$$

$$P(Y < t) = \frac{F\left(\frac{t}{1-\frac{\gamma}{100}}\right) - F(c)}{1 - F(c)} \quad \text{ha } t > \frac{100-\gamma}{\gamma}c$$

Deriválással megkapjuk a sűrűségfüggvényt is:

$$f_Y(t) = \frac{f(t+c)}{1 - F(c)} \quad \text{ha } 0 < t < \frac{100-\gamma}{\gamma}c$$

$$f_Y(t) = \frac{f\left(\frac{100t}{100-\gamma}\right) - F(c)}{1 - F(c)} \cdot \frac{100}{100-\gamma} \quad \text{ha } t > \frac{100-\gamma}{\gamma}c$$

A vizsgált kárnagyságeloszlások alapján arra lehet következtetni, hogy a ténylegesen kifizetésre kerülő⁴ károk eloszlásai is lognormális eloszláshoz fognak hasonlítani, köszönhetően annak, hogy az önrészmentesre visszaszámolt károk az esetek nagy részében lognormális eloszlást követnek. Így a továbbiakban először a lognormális eloszlásból keletkező önrészes eloszlást számolom ki, majd az exponenciális eloszlást, és a még gyakoribbnak vélt Pareto-eloszlást tanulmányozom.

- A **lognormális eloszlás** (μ, σ^2) esetén ez a következőképp néz ki:

$$f_Y(t) = \frac{1}{1 - \Phi\left(\frac{\log c - \mu}{\sigma}\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(c+t)} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log(t+c)-\mu)^2} \quad \text{ha } 0 < t < \frac{100-\gamma}{\gamma}c$$

$$f_Y(t) = \frac{1}{1 - \Phi\left(\frac{\log c - \mu}{\sigma}\right)} \cdot \frac{100-\gamma}{\sqrt{2\pi}\sigma(100t)} \cdot \frac{100}{100-\gamma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log(\frac{100t}{100-\gamma})-\mu)^2} \quad \text{ha } t > \frac{100-\gamma}{\gamma}c$$

A két paraméter megbecsléséhez szükség van az első és második momentum egyenletére:

$$EY = \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} t \cdot \frac{f(t+c)}{1 - F(c)} dt + \int_{\frac{100-\gamma}{\gamma}c}^{\infty} t \cdot \frac{f\left(\frac{100t}{100-\gamma}\right) - F(c)}{1 - F(c)} \cdot \frac{100}{100-\gamma} dt$$

$$EY^2 = \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} t^2 \cdot \frac{f(t+c)}{1 - F(c)} dt + \int_{\frac{100-\gamma}{\gamma}c}^{\infty} t^2 \cdot \frac{f\left(\frac{100t}{100-\gamma}\right) - F(c)}{1 - F(c)} \cdot \frac{100}{100-\gamma} dt$$

Jelölje az első integrált I_1 , a második integrált I_2 , így (μ, σ^2) paraméterű lognormális eloszlás esetén:⁵

$$EY = \frac{I_1 + I_2}{1 - \Phi\left(\frac{\log c - \mu}{\sigma}\right)}$$

³Ha $c+t < \frac{100}{\gamma}c$, akkor átrendezve $t < \frac{100-\gamma}{\gamma}c$, illetve $\frac{t}{1-\frac{\gamma}{100}} < \frac{100}{\gamma}c$ egyenlőtlenség áll fenn.

⁴Vagy már kifizetett, vagy még tartalékban levő.

⁵Az integrálból kiemeltük $(1-F(c))$ reciprokát.

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} t \cdot \frac{f(t+c)}{1-F(c)} dt = \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \frac{t}{\sqrt{2\Pi}\sigma(c+t)} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log(t+c)-\mu)^2} dt = 6 \\
&= \int_{\log c}^{\log \frac{100}{\gamma}c} \frac{e^s - c}{\sqrt{2\Pi}\sigma e^s} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(s-\mu)^2} e^s ds = \int_{\log c}^{\log \frac{100}{\gamma}c} \frac{1}{\sqrt{2\Pi}\sigma} e^{s-\frac{1}{2\sigma^2}(s-\mu)^2} ds - \int_{\log c}^{\log \frac{100}{\gamma}c} \frac{c}{\sqrt{2\Pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(s-\mu)^2} ds
\end{aligned}$$

Ekkor felhasználható a következő átalakítás: $s - \frac{1}{2\sigma^2}(s - \mu)^2 = -\frac{1}{2\sigma^2}(s - (\mu + \sigma^2))^2 + \mu + \frac{\sigma^2}{2}$, így:

$$\begin{aligned}
I_1 &= e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \left(\Phi \left(\frac{\log \frac{100c}{\gamma} - \mu - \sigma^2}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\log c - \mu - \sigma^2}{\sigma} \right) \right) - \\
&\quad - c \left(\Phi \left(\frac{\log \frac{100c}{\gamma} - \mu}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\log c - \mu}{\sigma} \right) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_2 &= \int_{\frac{100-\gamma}{\gamma}c}^{\infty} t \cdot \frac{f\left(\frac{100t}{100-\gamma}\right) - F(c)}{1-F(c)} \cdot \frac{100}{100-\gamma} dt = \int_{\frac{100-\gamma}{\gamma}c}^{\infty} \frac{t(100-\gamma)}{\sqrt{2\Pi}\sigma(100t)} \cdot \frac{100}{100-\gamma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log(\frac{100t}{100-\gamma})-\mu)^2} dt = 7 \\
&= \int_{\frac{100-\gamma}{\gamma}c}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\Pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log t - (\log \frac{100-\gamma}{100}) - \mu)^2} dt = \int_{\log \frac{100-\gamma}{\gamma}c}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\Pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(s - (\log \frac{100-\gamma}{100}) - \mu)^2} e^s ds =
\end{aligned}$$

Most $s - \frac{1}{2\sigma^2}(s - (\log \frac{100-\gamma}{100} + \mu))^2 = -\frac{1}{2\sigma^2}(s - (\log \frac{100-\gamma}{100} + \mu + \sigma^2))^2 + \log \frac{100-\gamma}{100} + \mu + \frac{\sigma^2}{2}$, ezáltal:

$$\begin{aligned}
I_2 &= e^{\log \frac{100-\gamma}{100} + \mu + \frac{\sigma^2}{2}} \left(1 - \Phi \left(\frac{\log \frac{(100-\gamma)c}{\gamma} - \log \frac{(100-\gamma)}{100} - \mu - \sigma^2}{\sigma} \right) \right) = \\
&= \frac{100-\gamma}{100} e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \left(1 - \Phi \left(\frac{\log \frac{100c}{\gamma} - \mu - \sigma^2}{\sigma} \right) \right)
\end{aligned}$$

Így megkaptuk az első momentum egyenletét:

$$EY = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \frac{\frac{100-\gamma}{100} + \frac{\gamma}{100} \Phi \left(\frac{\log \frac{100c}{\gamma} - \mu - \sigma^2}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\log c - \mu - \sigma^2}{\sigma} \right)}{1 - \Phi \left(\frac{\log c - \mu}{\sigma} \right)} - c \frac{\Phi \left(\frac{\log \frac{100c}{\gamma} - \mu}{\sigma} \right) - \Phi \left(\frac{\log c - \mu}{\sigma} \right)}{1 - \Phi \left(\frac{\log c - \mu}{\sigma} \right)}$$

A második momentum hasonló módon számolható ki. Ezúttal szükség van még egy átalakításra:

$$2s - \frac{1}{2\sigma^2}(s - \mu)^2 = -\frac{1}{2\sigma^2}(s - (\mu + 2\sigma^2))^2 + 2\mu + 2\sigma^2.$$

⁶Legyen $\log(t+c)=s$, és ezáltal $dt=\exp(s)dw$.

⁷Log $t = s$ helyettesítést használva.

Ezt felhasználva megkapjuk a második momentumot is:

$$\begin{aligned}
EY^2 &= e^{2\mu+2\sigma^2} \frac{\frac{100-\gamma}{100} + \frac{\gamma}{100} \Phi\left(\frac{\log \frac{100c}{\gamma} - \mu - 2\sigma^2}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\log c - \mu - 2\sigma^2}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{\log c - \mu}{\sigma}\right)} - \\
&- 2ce^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}} \frac{\Phi\left(\frac{\log \frac{100c}{\gamma} - \mu - \sigma^2}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\log c - \mu - \sigma^2}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{\log c - \mu}{\sigma}\right)} + c^2 \frac{\Phi\left(\frac{\log \frac{100c}{\gamma} - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\log c - \mu}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{\log c - \mu}{\sigma}\right)}
\end{aligned}$$

- Az **exponenciális eloszlás** (λ) során ennél könnyebb dolgunk van. Ekkor:

$$\begin{aligned}
f_Y(t) &= \frac{\lambda e^{-\lambda(c+t)}}{1 - (1 - e^{-\lambda c})} = \lambda e^{-\lambda t} && \text{ha } 0 < t < \frac{100 - \gamma}{\gamma} c \\
f_Y(t) &= \frac{100}{100 - \gamma} \frac{\lambda e^{-\lambda \frac{100t}{100-\gamma}}}{1 - (1 - e^{-\lambda c})} = \frac{100\lambda}{100 - \gamma} e^{-\frac{100\lambda t}{100-\gamma} + \lambda c} && \text{ha } t > \frac{100 - \gamma}{\gamma} c
\end{aligned}$$

Most csak 1 paramétert kell megbecsülnünk, ezért elég a várható érték meghatározása exponenciális eloszlás esetén:

$$EY = \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma} c} \lambda t e^{-\lambda t} dt + e^{\lambda c} \int_{\frac{100-\gamma}{\gamma} c}^{\infty} \frac{100\lambda t}{100 - \gamma} e^{-\frac{100\lambda t}{100-\gamma}} dt$$

Parciális integrálással⁸ megoldható mindkét integrál, ha az exponenciális tagot választjuk a derivált függvénynek ($g'(x)$).

$$\begin{aligned}
EY &= \left[-te^{-\lambda t} - \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda} \right]_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma} c} + e^{\lambda c} \left[-te^{-\frac{100\lambda t}{100-\gamma}} - \frac{100 - \gamma}{100\lambda} e^{-\frac{100\lambda t}{100-\gamma}} \right]_{\frac{100-\gamma}{\gamma} c}^{\infty} = \\
&= \left(-\frac{(100 - \gamma)c}{\gamma} e^{-\lambda \frac{100-\gamma}{\gamma} c} - \frac{e^{-\lambda \frac{100-\gamma}{\gamma} c}}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} \right) + \\
&+ e^{\lambda c} \left(\frac{(100 - \gamma)c}{\gamma} e^{-\frac{100\lambda(100-\gamma)c}{100-\gamma}} + \frac{100 - \gamma}{100\lambda} e^{-\frac{100\lambda(100-\gamma)c}{100-\gamma}} \right) = \\
&= \left(\frac{1}{\lambda} - \left(\frac{(100 - \gamma)c}{\gamma} - \frac{1}{\lambda} \right) e^{-\lambda \frac{100-\gamma}{\gamma} c} \right) + \left(\left(\frac{(100 - \gamma)c}{\gamma} + \frac{(100 - \gamma)c}{100\lambda} \right) e^{-\frac{100\lambda c}{\gamma} + \lambda c} \right) = \\
&= \frac{1}{\lambda} - \frac{\gamma}{100\lambda} e^{-\frac{\lambda c(100-\gamma)}{\gamma}}
\end{aligned}$$

⁸ $\int_a^b f(x)g'(x) = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)$.

- Az utolsó esetben a kezdő eloszlás a **Pareto-eloszlás** (α, β) , így az új eloszlás sűrűségfüggvénye a következő:

$$f_Y(t) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{\left(\frac{\beta}{\beta+c}\right)^\alpha(\beta+t+c)^{\alpha+1}} = \frac{\alpha(\beta+c)^\alpha}{(\beta+t+c)^{\alpha+1}} \quad \text{ha } 0 < t < \frac{100-\gamma}{\gamma}c$$

$$f_Y(t) = \frac{\alpha\beta^\alpha}{\left(\frac{\beta}{\beta+c}\right)^\alpha\left(\beta+\frac{100t}{100-\gamma}\right)^{\alpha+1}} \frac{100}{100-\gamma} = \frac{100\alpha(\beta+c)^\alpha}{(100-\gamma)\left(\beta+\frac{100t}{100-\gamma}\right)^{\alpha+1}} \quad \text{ha } t > \frac{100-\gamma}{\gamma}c$$

A két paraméterhez ismét az első és második momentum egyenletét kell meghatározni:

$$EY = \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} t \cdot \frac{\alpha(\beta+c)^\alpha}{(\beta+t+c)^{\alpha+1}} dt + \int_{\frac{100-\gamma}{\gamma}c}^{\infty} t \cdot \frac{100\alpha(\beta+c)^\alpha}{(100-\gamma)\left(\beta+\frac{100t}{100-\gamma}\right)^{\alpha+1}} dt = I_1 + I_2$$

$$EY^2 = \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} t^2 \cdot \frac{\alpha(\beta+c)^\alpha}{(\beta+t+c)^{\alpha+1}} dt + \int_{\frac{100-\gamma}{\gamma}c}^{\infty} t^2 \cdot \frac{100\alpha(\beta+c)^\alpha}{(100-\gamma)\left(\beta+\frac{100t}{100-\gamma}\right)^{\alpha+1}} dt = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

A várható érték képletének meghatározásához használjuk a racionális törtfüggvény integrálási formuláját:

$$\int \frac{ax}{(x^2+bx+c)^k} dx = \frac{a}{2} \frac{(x^2+bx+c)^{1-k}}{(1-k)} - \frac{ab}{2} \int \frac{1}{(x^2+bx+c)^k} dx$$

$$I_1 = (\beta+c)^\alpha \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \frac{\alpha t}{(t+(\beta+c))^{\alpha+1}} dt = (\beta+c)^\alpha \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \frac{\alpha t}{(t^2+2(\beta+c)t+(\beta+c))^{\frac{\alpha+1}{2}}} dt = {}^9$$

$$= (\beta+c)^\alpha \left(\left[\frac{\alpha}{2} \frac{(t^2+2(\beta+c)t+(\beta+c))^{\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}}}{\left(\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)} \right]_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} - \alpha(\beta+c) \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \frac{1}{((t+(\beta+c))^{\alpha+1})} dt \right) =$$

$$= (\beta+c)^\alpha \left[-\frac{\alpha(t+(\beta+c))^{1-\alpha}}{\alpha-1} + \frac{\beta+c}{(t+(\beta+c))^\alpha} \right]_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} =$$

$$= (\beta+c)^\alpha \left[-\frac{\alpha t + \beta + c}{(\alpha-1)(t+(\beta+c))^\alpha} \right]_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} =$$

$$= \frac{\left(\frac{100c}{\gamma} + \beta\right)^\alpha (\beta+c) - \left(\frac{100-\gamma}{\gamma} \alpha c + \beta + c\right)^\alpha (\beta+c)^\alpha}{(\alpha-1)\left(\frac{100c}{\gamma} + \beta\right)^\alpha}$$

I_2 integrál hasonló módon adható meg, de most még használnunk kell az $s = \frac{100t}{100-\gamma}$ helyettesítést.

$$I_2 = \frac{(\beta+c)^\alpha(100-\gamma)}{100} \frac{\beta + \frac{100c\alpha}{\gamma}}{(\alpha-1)\left(\beta + \frac{100c}{\gamma}\right)^\alpha}$$

⁹A következőt elvégezve: $(t+(\beta+c))^{\alpha+1} = (t^2+2(\beta+c)t+(\beta+c)^2)^{\frac{\alpha+1}{2}}$.

A két integrál összegeként pedig megkapjuk az első momentumot:

$$EY = \frac{(\frac{100c}{\gamma} + \beta)^\alpha(\beta + c) - (\frac{\beta\gamma}{100} + c)^\alpha(\beta + c)^\alpha}{(\alpha - 1)(\frac{100c}{\gamma} + \beta)^\alpha}^{10}$$

A második momentum kifejezése során előbb parciálisan kell integrálni, majd utána használni a racionális törtfüggvény integrálási képletét.

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= (\beta + c)^\alpha \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \frac{t^2\alpha}{(t + (\beta + c))^{\alpha+1}} dt =^{11} \\ &= (\beta + c)^\alpha \left(\left[\frac{\alpha t^2}{-\alpha(\beta + c + t)^\alpha} \right]_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} - \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \frac{2t\alpha}{(-\alpha)(t + (\beta + c))^\alpha} dt \right) = \\ &= (\beta + c)^\alpha \left(-\frac{(\frac{100-\gamma}{\gamma}c)^2}{(\beta + c + \frac{100-\gamma}{\gamma}c)^\alpha} \right) + \\ &+ 2(\beta + c)^\alpha \left(\left[\frac{(t^2 + 2(\beta + c)t + (\beta + c))^{(1-\frac{\alpha}{2})}}{(1 - \frac{\alpha}{2})} \right]_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} - (\beta + c) \int_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \frac{1}{(t + (\beta + c))^\alpha} dt \right) = \\ &= (\beta + c)^\alpha \left(-\left(\frac{(\frac{100-\gamma}{\gamma}c)^2}{(\beta + \frac{100c}{\gamma})^\alpha} \right) + 2 \left[\frac{(t + (\beta + c))^{2-\alpha}}{2 - \alpha} + \frac{(\beta + c)}{(\alpha - 1)(t + (\beta + c))^{\alpha-1}} \right]_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \right) = \\ &= (\beta + c)^\alpha \left(-\left(\frac{(\frac{100-\gamma}{\gamma}c)^2}{(\beta + \frac{100c}{\gamma})^\alpha} \right) - 2 \left[\frac{\alpha t + \beta + c - t}{(\alpha^2 - 3\alpha + 2)(t + (\beta + c))^{\alpha-1}} \right]_0^{\frac{100-\gamma}{\gamma}c} \right) = \\ &= -\frac{(\beta + c)^\alpha}{(\beta + \frac{100c}{\gamma})^\alpha} \cdot \\ &\cdot \left[\left(\frac{100 - \gamma}{\gamma} c \right)^2 + 2 \left(\frac{((\alpha - 1)\frac{(100-\gamma)c}{\gamma} + \beta + c)(\beta + \frac{100c}{\gamma}) - (\beta + c)^{-\alpha+2}(\beta + \frac{100c}{\gamma})^\alpha}{\alpha^2 - 3\alpha + 2} \right) \right] \end{aligned}$$

Az \bar{I}_2 hasonló számítással, kétszer alkalmazott parciális integrálással kapható meg:

$$\begin{aligned} \bar{I}_2 &= \frac{(\beta + c)^\alpha}{(\beta + \frac{100c}{\gamma})^\alpha} \cdot \\ &\cdot \left[\left(\frac{100 - \gamma}{\gamma} c \right)^2 - 2 \left(\frac{(\beta + \frac{100c}{\gamma})c(100 - \gamma)^2 100(2 - \alpha) - (\beta + \frac{100c}{\gamma})^2(100 - \gamma)^2\gamma}{100^2\gamma(\alpha^2 - 3\alpha + 2)} \right) \right] \end{aligned}$$

¹⁰Az $\alpha \neq 1$ feltétel mellett.

¹¹Az $f(t) = \alpha t^2$ és $g'(t) = (\beta + c + t)^{-\alpha-1}$

A két integrál összegeként pedig megkapjuk a keresett második momentumot.

$$\begin{aligned}
 EY^2 &= -2 \frac{(\beta + c)^\alpha}{(\beta + \frac{100c}{\gamma})^\alpha} \left(\frac{((\alpha - 1) \frac{(100-\gamma)c}{\gamma} + \beta + c)(\beta + \frac{100c}{\gamma}) - (\beta + c)^{-\alpha+2}(\beta + \frac{100c}{\gamma})^\alpha}{\alpha^2 - 3\alpha + 2} \right) - \\
 &- 2 \frac{(\beta + c)^\alpha}{(\beta + \frac{100c}{\gamma})^\alpha} \left(\frac{(\beta + \frac{100c}{\gamma})c(100 - \gamma)^2 100(2 - \alpha) - (\beta + \frac{100c}{\gamma})^2(100 - \gamma)^2 \gamma}{100^2 \gamma (\alpha^2 - 3\alpha + 2)} \right)^{12}
 \end{aligned}$$

Az önrészes eloszlások bonyolultsága miatt a paraméterek becsléséhez valamilyen matematikai programra van szükség, mint például a Maple vagy a Matlab. Továbbá figyelni kell arra, hogy a különböző önrészek mentén is csoportosítva legyen az állomány.

A flottabiztosítások különlegessége, hogy a biztosítók egyes flottákra "egyéni" díjat határoznak meg. Ezáltal a fentebb kiszámolt önrészes eloszlások segítségével lehetőség nyílik a hasonló kockázattal rendelkező, azonos önrészt választó járművek kárnagyságainak meghatározására.¹³ Ha ezenkívül rendelkezünk még kárszámeloszlással is, akkor egy kiválasztott díjkalkulációs elv segítségével megkapjuk a flotta díját.

Nézzük meg a "C" biztosító azon casco-kárait, amely 50.000 Ft fix és 10%-os önrészt tartalmaznak, és vizsgáljuk meg ezeket méret, illetve TEÁOR csoportosítás szerint. Mivel korábban csak a lognormális eloszlás volt mindig megfelelő, ezért most is ezt, továbbá a belőle származtatott önrészes eloszlást fogom elemezni.¹⁴

	Kis flotta	2. kat.	3.kat.
Minta nagysága	250	309	507
	Önrész nélküli, "teljes" károk		
Várható érték	349 000	297 572	275 670
Szórás	449 459	337 673	437 492
Statisztika mértéke	4,77	9,64	3,15
	Önrésszel csökkentett károk		
Várható érték	295 460	245 064	223 915
Szórás	416 550	319 490	397 450
Statisztika mértéke	9,85	9,6	8,44

3.3. táblázat. Önrész és önrész nélküli várható kárnagyságok

¹²Az $\alpha \neq 1$ és $\alpha \neq 2$ feltétel mellett.

¹³Természetesen figyelni kell arra is, hogy a minta nagysága ne legyen túl kicsi.

¹⁴A maple programsort lásd a B. Függelékben.

Ha csak fix önrészt alkalmazott volna a biztosító, akkor a várható érték picit kevesebbel csökkent volna, mint ötvenezer Ft.¹⁵ Azonban a százalékos önrész használatával a levont önrészek mértéke legalább a fix önrésszel egyezik meg, de lehet nagyobb is. Ezáltal a vegyes önrész használatakor nagyobb lesz a különbség, mint a fix önrész. Esetünkben csak picivel nagyobb az eltérés, ugyanis a viszonylagos alacsony várható értékből látható, hogy általában a fix önrész került csak levonásra.

3.2.4. Gfb-kárnagyságok

A "C" biztosító gfb állománya esetén is a lognormális eloszlás illeszkedett a legtöbbször. Megfigyelhető, hogy ha méret szerint különböztetjük meg a flottákat, akkor az adatok alapján nincs jelentős eltérés a várható kárnagyságot illetően. Ezzel szemben a TEÁOR-csoportosítás esetén szignifikáns különbségek jelentkeznek a várható kárnagyságok között, amely alapján szintén úgy tűnik, hogy helyes a TEÁOR-csoportok besorolása.

A "T" biztosító kárainak nagyságárához általában a lognormális és a Pareto-eloszlás illeszkedik. Az illesztésekkel becsült várható károk alapján az sejthető, hogy a flották kárnagyságainak a várható értéke nagyobb, mint az egyéni állományok esetén.

	Kis flotta	Nagy flotta	1. kat.	2. kat.	3. kat.	4. kat.
Várható érték	381 671	327 738	636 363	400 957	368 129	293 217
Szórás	459 022	462 568	1 031 641	900 580	555 484	442 610
Minta nagysága	389	1 362	33	335	866	516
Elfogadott eloszlások és a statisztika értéke	Lognorm. 10,13 Pareto 6,48	Lognorm. 7,83	Gamma 7,7	Lognorm. 10,69	Lognorm. 2,72 Pareto 7,03	Lognorm. 4,47 Pareto 5,6

3.4. táblázat. A "C" biztosító gfb kárnagyságának alakulásai

¹⁵Lásd: Arató [2001], 47. oldal 1.3.3 Példa

	Egyéni		Kis flotta		Nagy flotta	
	EX	D ² X	EX	D ² X	EX	D ² X
2004	481 456	1 143 234	622 543	1 980 398	563 750	846 666
Minta nagysága	206		114		120	
Elfog. eloszlás és a statisztika	Lognormális - 10,4 Pareto - 11,02		Lognormális - 7,28 Pareto - 10,7		Lognormális - 3,68 Gamma - 3,33;Pareto - 3,93	
2005	-	-	435 067	568 917	908 517	2 059 414
Minta nagysága	1343		370		105	
Elfog. eloszlás és a statisztika			Lognormális - 7,83 Gamma - 7,64;Pareto - 5,1		Lognormális - 3,63	
2006	-	-	426 434	996 012	661 458	1 143 755
Minta nagysága	2732		523		96	
Elfog. eloszlás és a statisztika			Pareto - 5,51		Lognormális - 8,93 Gamma - 8,95;Pareto - 4,18	
2007	393 643	650 395	564 516	1 472 853	484 722	484 312
Minta nagysága	1839		279		36	
Elfog. eloszlás és a statisztika	Lognormális - 10,64		Lognormális - 8,95		Exponenciális - 1,25 Gamma - 1,25	
2008	-	-	493 525	1 289 714	452 173	651 165
Minta nagysága	2709		417		23	
Elfog. eloszlás és a statisztika			Pareto - 10,82		Lognorm. - 2,75;Exp. - 3,86 Gamma - 2,12;Pareto - 2,11	

3.5. táblázat. A "T" biztosító gfb állományának kárnagyságai

3.3. Kárszám-eloszlások

A szakmai állítások alapján feltételezhető, hogy az egyéni szerződések állománya alacsonyabb kárgyakorisággal jellemezhető, mint a flottaszerződéseké, és a flottaaszerződésekben belül a nagyflották magassabb a kárgyakorisága. Az állítást alátámasztja a gépjárművek használatának eltérő gyakorisága és tartama, ugyanis a nagy flottákból álló járművek nagyobb használatnak vannak kitéve, több időt töltenek az országutakon.

A gépjárműhasználat gyakorisága mind a casco, mind a gfb biztosítás kárgyakoriságát befolyásolhatja. Az alábbiakban megvizsgálom a biztosítások ezen tulajdonságát a rendelkezésemre álló adatokon keresztül, számszerűsíthető alátámasztást keresve a fenti állításokra.

Az eloszlások illesztésénél azzal a nullhipotézissel dolgozom, hogy az eloszlás az $(a, b, 0)$ eloszlásba tartozó, a következő kritériumokat teljesítő eloszlás. Legyen n_i az i -edik csoportba eső megfigyelések

száma, amelyből megképezzük a q értékét: $q_i = (i + 1) \frac{n_{i+1}}{n_i}$. M_i jelölje az i -edik tapasztalati momentumot, S^2 a tapasztalati szórásnégyzetet! Ekkor:

- Ha $M_1 < S^2$ és a q_i sorozat növekszik, akkor negatív binomiális eloszlást feltételezünk.
- Ha $M_1 > S^2$ és a q_i sorozat csökken, akkor binomiális eloszlást feltételezünk.
- Ha $M_1 \approx S^2$ és a q_i sorozat közel állandó, akkor Poisson-eloszlást feltételezünk.

Arató Miklós [2001] munkája alapján fontos ellenőrizni a q_i sorozat lineárisnál nagyobb mértékű növekedésekor a harmadik centrális momentumot a negatív binominális eloszlás harmadik centrális momentumával. Azaz teljesül-e, hogy:

$$M_3 - 3M_2M_1 + 2M_1^3 \approx 3S^2 - 2M_1 + \frac{2(S^2 - M_1)^2}{M_1}.$$

Ha közel azonos a két oldal, akkor elfogadható a negatív binomiális eloszlás, ha nem, akkor érdemes keverék Poisson-eloszlásokkal próbálkozni.

A paraméterek meghatározása momentum-módszerrel, illetve maximum-likelihood becslés¹⁶ alapján történt. A hipotézis ellenőrzése χ^2 próbával történt, ahol a statisztika kritikus értéke – 1%-os szignifikancia szint mellett – 6,63.

3.3.1. Leggyakoribb eloszlások

A kárszámok leggyakrabban negatív binominális, binominális vagy Poisson-eloszlást követnek. E három eloszláskor összefoglalóan $\eta(a,b,0)$ eloszlásról beszélhetünk,¹⁷ ahol η nemnegatív egész értékeket vehet fel, és az egy adott időszakon belüli károk számát jelöli. Az eloszlás függvénye a következő:

$$P(\eta = k) = \left(a + \frac{b}{n}\right) P(\eta = k - 1), \quad k = 1, 2, \dots$$

Nézzük meg a fenti eloszlások legfontosabb jellemzőit:

Negatív binominális eloszlás (r, q) :

Feltétel: n pozitív szám, $0 \leq p < 1$

Várható érték: $EX = np$

Szórásnégyzet: $D^2(x) = np(1 - p)$

Eloszlásfüggvény:: $P(\eta = k) = \frac{\Gamma(r+k)}{\Gamma(r)k!} (1 - q)^r q^k, \quad k = 0, 1, \dots$

$(a,b,0)$ megközelítés: $a = q \quad b = (r - 1)q$

¹⁶A likelihood függvény a megfigyelt adatok valószínűsége a modell lehetséges paramétereinek függvényében. Az eljárás során numerikus módszerekkel lehet maximalizálni a loglikelihood függvényt, így megkapjuk a keresett paramétereket.

¹⁷Részletesebben lásd Arató [2001].

Binominális eloszlás (n, p) :Feltétel: n pozitív egész szám, $0 \leq p \leq 1$ Várható érték: $EX = np$ Szórásnégyzet: $D^2(x) = np(1 - p)$ Eloszlásfüggvény: $P(\eta = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$, $k = 0, 1, \dots$ (a,b,0) megközelítés: $a = -\frac{p}{1-p}$ $b = (n + 1)\frac{p}{1-p}$ **Possion-eloszlás (λ) :**Feltétel: $\lambda \geq 0$ Várható érték: $EX = np$ Szórásnégyzet: $D^2(x) = np(1 - p)$ Eloszlásfüggvény: $P(\eta = k) = \frac{\lambda^k e^{-k}}{k!}$, $k = 0, 1, \dots$ (a,b,0) megközelítés: $a = 0$ $b = \lambda$ **3.3.2. Casco-kárszámok**

A káreloszlások az "A" biztosító 2003. évi két csoportját leszámítva mindegyik esetben negatív binominális eloszlást követnek, a kivételek – a 2003. évi egyéni és nagy flottaállományok – pedig binominális eloszlásúak. A "C" biztosítónál a nagy flották esetében nem fogadjuk el a nullhipotézist. A casco-káresemények típusait tekintve a károk nagyobbik része a járműhasználattal áll összefüggésben.¹⁸ Ennek megfelelően megerősítést nyernek a 3.6 és 3.7. táblázatból a korábbi megállapítások, miszerint az egyéni szerződők használják legkevesebbet a járművüket, ezért ők fordulnak elő a legkevesebb kár. E gondolatmenet alapján pedig a legtöbb kár a nagy flottáknál tapasztalható, ők ugyanis azok a cégek, akik a legtöbbet közlekednek. Ilyenek például a nagy fuvarozók és szállítványozók. Emellett a kisflották kisebb káreloszlását az is elősegíti, hogy ide tartoznak olyan cégek is, amelyek nem a cég tevékenységéhez használják kocsijukat, hanem csak a menedzsment részére mintegy juttatásként, olykor vállalati stratégia részeként, olykor a vállalat arculatához tartozóan presztízsokkból tartanak járműveket. Ezáltal ezek a járművek kevesebb időt töltenek a forgalomban.

Szintén beigazolódnak a tevékenység szerinti csoportosításkor tett azon feltevés, miszerint a második kategóriába eső járművek, azaz az élelmiszer-feldolgozók és a mezőgazdasági gépek esetén beszélhetünk a legkisebb gyakoriságról a károk tekintetében.

¹⁸Lásd a 4.3 alfejezetet.

	Kis flotta	Nagy flotta	1. kat.	2. kat	3. kat	4. kat
Várható érték	0,2655	0,3180	0,2547	0,1733	0,3215	0,3457
Minta nagysága	1 209	11 439	161	2 037	2 025	8 426
Statisztika	0,02	7,46	0,01	0,783	2,2	4,26

3.6. táblázat. A "C" biztosító casco-kárszámeloszlásainak várható értékei

	Egyéni			Kis flotta			Nagy flotta		
	V. é.	M. n.	Stat.	V. é.	M. n.	Stat.	V. é.	M. n.	Stat.
A - 2003	0,3712	268	6,08	0,3269	468	2,16	0,3270	488	1,8
A - 2004	0,2396	2379	2,8	0,3288	733	0,67	0,3793	1181	0,65
A - 2005	0,2205	1968	1,05	0,2970	623	1,70	0,3879	1021	0,50
A - 2006	0,1639	2758	0,27	0,2659	801	1,61	0,3874	1314	3,62
T - átlagos	0,1855	690	0,002	0,2298	570	0,66	0,2626	792	0,32

3.7. táblázat. Az "A" és "T" biztosító casco-kárszámeloszlásainak várható értékei

3.3.3. Gfb-kárszámok

A casco biztosításhoz hasonlóan a felelősségbiztosítás során a kárszám-eloszlások negatív binominális eloszlást követnek. A "T" biztosító adatai alapján megerősíthető az a szakmai állítás, hogy az egyéni állományok kevesebb balesetet okoznak, amelynek háttérében a kevesebb használat áll. 2004-ben jelentős különbség látható mindegyik kategóriában, amelynek háttérében az induló, jelentősen kisebb állomány áll. A 2008-as év jobb eredménye összefüggésben áll az év elején bevezetett objektív felelősség elvével, amelynek a lényege, hogy az üzembentartó, illetve a gépjárművet használatra átvevő személy felel azért, hogy a gépjárművel egyes közlekedési szabályok betartásra kerüljenek.

Úgy tűnik azonban, hogy a nagy flottákkal kapcsolatos teória a gfb esetén nem érvényes, mert méret szerinti csoportosítás során a várható kárgyakoriságot tekintve nem keletkezett jelentős különbség a flották között. Ezek mellett megfigyelhető a várható károk számában egy csökkenő tendencia, amely magyarázható a kocsik biztonságtechnikájának jelentős fejlődésével, illetve az objektív felelősség bevezetése. A csökkenő tendencia összhangban áll azzal a KSH oldalán is megtalálható adattal, mely szerint az elmúlt húsz évben majdnem felére csökkent a személyesérüléssel közlekedési balesetek száma.¹⁹

A TEÁOR szerinti csoportosítás során igazolást nyertünk, hogy a fuvarozással kapcsolatos cégeknek - 1. kategória - magas a kárgyakorisága, míg a caschoz hasonlóan a flották esetén a mezőgazdasági és feldolgozó cégek járművei rendelkeznek a legalacsonyabb kárgyakorisággal.

¹⁹1990-ben a személyesérüléssel közúti közlekedési balesetek száma 27801, 2012-ben 15174.

	Egyéni			Kis flotta			Nagy flotta		
2004	0,0940	2 254	1,62	0,1978	733	0,116	0,2091	679	0,57
2005	0,0594	27 559	0,73	0,1090	4 295	0,09	0,1008	1 339	0,97
2006	0,0654	48 608	3,75	0,1083	5 818	6,36	0,1043	1 103	1,13
2007	0,0563	37 245	2,91	0,0919	3 601	3,19	0,0967	455	0,92
2008	0,048	65 323	0,24	0,0756	6 260	0,73	0,0689	363	2,69

3.8. táblázat. A "T" biztosító gfb-kárszámeloszlásainak várható értékei

	Kis flotta	Nagy flotta	1. kat.	2. kat	3. kat	4. kat
Várható érték	0,0695	0,0645	0,0982	0,0525	0,0776	0,0583
Minta nagysága	5 817	21 059	387	6 300	11 154	9 036
Statisztika	2,16	5,32	5,844	1,12	2,2	5,94

3.9. táblázat. A "C" biztosító gfb-kárszámeloszlásainak várható értékei

Kimutatásra került, hogy az esetek nagy részében a kárszámok eloszlásai negatív binomiális eloszlást követnek. Ezután lehetőség van megvizsgálni, hogy a különböző évek eloszlásai azonosnak tekinthetők-e. Ennek eldöntésére alkalmazható a homogenitásvizsgálat. A nullhipotézis szerint a két minta azonos. Ha n és m jelöli a két minta nagyságát, n_i és m_i az egyes csoportokba eső elemszámot, r pedig a különböző csoportok számát, akkor a teszt statisztikája a következő lesz:

$$nm \sum_{i=1}^r \frac{\left(\frac{n_i}{n} - \frac{m_i}{m}\right)^2}{n_i + m_i}$$

Ha igaz a nullhipotézis, akkor a tesztstatisztika aszimptotikusan $r - 1$ szabadságfokú χ^2 eloszlású. Ennek megfelelően megvizsgáltam a "T" biztosító utolsó két év gfb kárszámait, mivel ott tapasztalható egy jelentősebb csökkenés a várható esetek számában. Az eredmények alapján egyedül a nagy flották esetében fogadható el a nullhipotézis.

	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta
Kritikus érték	9,49	9,49	7,81
Statisztika	48,02	13,67	7,1

3.10. táblázat. Homogenitásvizsgálat a "T" biztosító gfb állományának kárszámaira 2007-2008 között

3.4. Kárhányadok

Ha megnézzük a legtöbb biztosítási szótárt, általában a következő definíciót találjuk benne: a kárhányad a biztosító díjbevételének és a kifizetett károknak egymáshoz való arányát fejezi ki. Ez azonban túlzott leegyszerűsítése a számításnak. A valódi kárhányadokat az adott évben bekövetkezett károknak a teljes kifizetése alapján lenne célszerű megvizsgálni, mert így a tartalékok becslési hibái nem torzítanák az eredményt. Ilyen állományok vizsgálatához azonban több éve működő és feltehetőleg már lezárult kárkifizetési állományokra lenne szükség, amely több esetben nem áll rendelkezésre. Ezért fontos észrevétel, hogy esetemben az adott év kárhányada az évek múlásával még változik a tartalékok – tételes²⁰ és ibnr²¹ – kifizetése során. Egy adott évre nézve egy termék teljes kárhányadára²² úgy gondolhatunk, hogy az adott évi megszolgált díjnak fedeznie kell az adott évre vonatkozó kárkifizetéseket, a tételes és nem tételes kártartalékokat, a direkt költségkifizetéseket és a költségtartalékokat, a jutalékokat, illetve a termékre eső indirekt biztosítói költségeket. Ez a combined ratio-nak nevezett teljes ráfordításhányad. A kárhányad csak a kifizetett károkkal, a kártartalékokkal és a költségtartalékkal kapcsolatos, a költséghányad pedig a költségkifizetés/díjmutató. A kárhányadok vizsgálatával való összehasonlítás egyben a biztosító árazását is minősíti, így következtetéseinkben figyelembe kell vennünk azokat a díjképző paramétereket, amelyek eltéríthetik a vizsgált csoport kárhányadát.

3.4.1. Casco-kárhányadok

A 3.11 táblázat adatai szerint a kárhányad tekintetében az évek alatt hasonló tendencia alakult ki az egyéni, illetve a flottaállományok esetében is. A flották méret szerinti megbontása esetén azonban megfigyelhető, hogy a négy év alatt végig, nagyon jó kárhányaddal a kis flották rendelkeznek, míg a nagy flották rontják ezeket az arányokat.

	Kárhányad			Állományarány		
	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta
2003	84,6%	40,9%	60,4%	24,3%	39,7%	36%
2004	63,6%	45,9%	73,2%	49,7%	21,6%	28,7%
2005	54,9%	40,5%	81,9%	51,2%	21,2%	27,6%
2006	46,7%	35,4%	70,6%	50,6%	21,4%	28%

3.11. táblázat. Az "A" biztosító cascoállományának kárhányadai

²⁰Bejelentett, de ki nem fizetett károk tartaléka.

²¹Bekövetkezett, de be nem jelentett károk tartaléka.

²²Ha 100% feletti a kárhányadunk, attól még lehet eredményes egy termék, ugyanis a díjbevétel befektetése és prudens tartalékolás esetén a lebonyolítási eredmény is javíthatja még az eredményt.

A 3.12 táblázat tartalmazza az évek folyamán történt legjelentősebb változásokat a kárhányadok tekintetében. Ennek oka, hogy mindegyik évben csak egy kis állományról beszélünk, amelyet így egy-egy nagyobb kár jelentősen el tud torzítani. Az utolsó évben a károk 40%-a még tartalékban van, ennél fogva itt még csökkenésre lehet számítani. A kisebb állomány és az emiatti nagy szórás következtében nem lehetséges az évenkénti megbontás konzekvenciáját levonni. Az öt évet egyben vizsgálva azonban kimutatható, hogy a flották jobb kárhányaddal rendelkeznek, és a legjobb káralakulást a kis flották érték el, igazolván, hogy miért ők alkotják az állomány nagyobbik részét.

	Kárhányad			Állományarány		
	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta
2008	15,9%	44,7%	66,79%	9,5%	47,7%	42,9%
2009	29,3%	89,7%	58,9%	26,2%	39,2%	34,7%
2010	223,2%	30,9%	173,6%	24,75%	54,9%	20,4%
2011	125,8%	45,2%	39,4%	53%	36,6%	10,4%
2012	130,7%	109,1%	139,7%	26,7%	25,7%	47,6%
Teljes	112,6%	58,2%	98%	24,2%	40,3%	35,5%

3.12. táblázat. A "T" biztosító casco állományának kárhányadai

A 3.13 táblázat alapján megállapítható, hogy "C" biztosító esetében a flottanagyság alapján nem található különbség a kárhányad tekintetében annak ellenére, hogy a portfólió jelentős részét a nagyobb flották alkotják. A TEÁOR csoportosítás már szignifikánsabb különbséget mutat. Az első két csoportban jó kárhányad látható, bár csekély arányát, 14%-át alkotják ezek az állománynak. A hármas kódjelű csoport hasonló nagyságrendet képvisel, mint az első két csoport összesen, ezzel szemben itt a legrosszabb a kárhányad, sőt, majdnem eléri a 100%-ot, ami nem túl szerencsés. A negyedik kategória a flotta mérete szerinti megbontással megegyező kárhányaddal rendelkezik 2012-ben.

	Kis flotta	Nagy flotta	1. kat	2. kat	3. kat	4. ka
Kárhányad	79,7%	79,98%	58,7%	58,3%	97,7%	80,5%
Állományarány	10,57%	89,43%	1,7%	12,2%	15,4%	70,7%

3.13. táblázat. A "C" biztosító casco állományának típus és kárhányad szerinti megoszlása

3.4.2. Gfb-kárhányadok

A "T" biztosító adatait vizsgálva feltűnő, hogy a biztosító üzletpolitikája alapján fokozatosan eltolódott a portfólió összetétele az eredményesebbnek tűnő egyéni szerződések felé. A flották csoport-

tosítása alapján megállapítható, hogy inkább a kisebb flottáknak volt jobb a kárhányada, a magas kárhányadú nagy flottáknál pedig fokozatosan megszűnt a szerződés.

A "C" biztosító gfb állománya részben hasonló tulajdonságokkal rendelkezik, mint a casco állománya. A flottanagyság szerint itt sem mutatható ki eltérés a kárhányadoknál, a TEÁOR csoportoknál azonban igen, csak részben más eredményekkel. A méret szerinti azonos kárhányad alakulásában közrejátszik, hogy a biztosító kisflotta kedvezményt is alkalmaz a díjmeghatározáskor. A TEÁOR csoportok állományainak aránya jobban megoszlik, mint a casco esetében. Figyelemre méltó, körülbelül 25%-os különbségek találhatóak az első és a negyedik csoport, illetve a második és a harmadik között. Fontos hangsúlyozni, hogy gfb esetén meghatározó mennyiségű később bejelentett kárral kell számolni, így ezek az arányok növekedhetnek, és az egymáshoz viszonyított arányok is módosulhatnak. Emiatt a második kategóriánál láthatjuk a legjelentősebb különbséget, ugyanis a gfb kárhányada már most jóval magasabb, mint a casco hasonló kategóriájába eső járművek összesített kárhányadai.

	Kárhányad			Állományarány		
	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta
2004	69,2%	76,9%	119,5%	48,1%	32,1%	19,8%
2005	56%	56,6%	120,9%	75,1%	19,5%	5,4%
2006	56,4%	65,8%	101,2%	82,9%	14,3%	2,8%
2007	53,9%	71,6%	60%	86,2%	14%	2,1%
2008	51,2%	63%	50,8%	86,3%	12,9%	0,8%

3.14. táblázat. A "T" biztosító gfb állományának a kárhányadai.

	Kis flotta	Nagy flotta	1. kat	2. kat	3. kat	4. kat
Kárhányad	74,3%	73,1%	55,3%	82,9%	82,4%	57,2%
Állományarány	23,49%	76,51%	4,6%	19%	45,2%	31,2%

3.15. táblázat. A "C" biztosító gfb állományának típus és kárhányad szerinti megoszlása.

Bonus-Malus rendszer

A kötelező felelősségbiztosításban az egyéni és flotta díjak megállapításánál az egyik legjelentősebb eltérés a bonus-malus rendszer, ugyanis ahogy a bevezetőben is szóba került, a flották esetében nem rendelkezik díjképző ismérvvvel a bonus-malus fokozat. Ennek ellenére a biztosítóknak kötelező az egyes járművekhez tartozó, megfelelő fokozatot feltüntetni. A flották esetében ez az információ több esetben is félrevezető lehet. Egyrészt a biztosító nem rendelkezik a sofőrök adataival, amely miatt a besorolás a tulajdonos és a jármű együttes megléte alapján történik. A másik probléma, hogy

egyres járműosztályokban nem létezik a Bonus-Malus rendszer, így itt egységesen az A00 kategóriába kerülnek a járművek és ott is maradnak.

A nehézségek ellenére megvizsgáltam a gfb állományokat annak reményében, hogy megsejthető valamilyen trend.

	Kárhányad			Állományarány		
	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta
T-A00	64%	71%	115%	54%	69%	76%
T-B	53%	39%	101%	44%	29%	21%
T-M	68%	79%	13%	82%	2%	3%
C-A0	-	59%	27%	-	63%	75%
C-B	-	120%	76%	-	34%	23%
C-M	-	1334%	1845%	-	3%	2%

3.16. táblázat. A "T" és "C" biztosító gfb állományának kárhányada B/M-kategorizálás szerint

Sajnos a rendelkezésemre álló adatok ebből a szempontból nagyon változatos képet mutatnak. Jól látszik azonban az egyéni állomány kiegyenlítettsége, azaz elmondható, hogy a díjazásban jól működik a B/M-rendszer.

A flották esetében nem vonható le következtetésként, hogy a díjmeghatározáskor feltétlenül érdemes lenne használni a B/M-rendszert. Ehhez ugyanis az lenne szükséges, hogy a bonus osztályoknál alacsony kárhányadok legyenek, mivel ide tartoznak a jobb múlttal rendelkező járművek, a malus rendszer esetén pedig a magas kárhányad lenne várható, mivel ide a rosszabb múltúak kerülnek. Fontosnak tartom még kiemelni a "C" biztosító malus fokozatos szerződéseinek rendkívül rossz kárhányadait. Egyedül az igaz mindegyik esetben, hogy az A00 kategóriákhoz tartozó járművek nagyobb arányt képviselnek, mint az egyéni szerződéseket tekintve, amelyet a korábban említett, B/M-rendszert nem tartalmazó járműosztályok okoznak.

4. fejezet

További elemzések

A dolgozatom hátralevő részében igyekszem további eltéréseket, alapvető különbségeket kimutatni az egyéni, illetve a flotta-gépjárműbiztosítás között.

4.1. Kárkifizutások

Elsőként a bekövetkező károk kifizetésének témakörét járom egy kicsit körbe. Az Európai Bizottság a Szolvencia II. végleges szabályainak kialakításához az évek során több hatástanulmányt is végzett a különböző országok pénzügyi felügyeletei és biztosítói bevonásával. A 2010-es hatástanulmányhoz a hazai felügyelet (Pszáf) elrendelte a QIS5 hatástanulmány lebonyolítását, és ehhez készítette a hazai biztosítói piacnak szóló segédletet *Piaci kárkifizutási minták a nem-életbiztosítási ág néhány vezető ágazatában*¹ címmel.

Miért is fontos ez? Gyorsabb kifizetés esetén kevesebb tartalék marad a rendszerben. Minél alacsonyabb a tartalékszint, annál kiszámíthatóbb, megbízhatóbb eredménnyel rendelkezünk, ugyanis a tartalék mennyiségének megbecslése bizonytalan. Megfelelő tartalékolás esetén többet tartalékolunk, mint a várható kifizetés, azaz pozitív lebonyolítási eredményt² kapunk, amihez gyorsabb kifizetés esetén hamarabb hozzájutunk. Negatív hatásként a tartalékon keletkező reálkamat " elvesztése" emelhető ki.

A 4.1 és 4.2 táblázatokban bemutatom, hogy az első évben átlagosan³ milyen mértékben kerültek kifizetésre az adott évben történő károk. Természetesen a piaci százalékot leszámítva az értékeink csupán megközelítőleg valóságok, ugyanis nem állt rendelkezésemre az adott évekhez tartozó károk összes kifizetésének az időszora, ennél fogva az első évi kifizetés mértéke még csökkeni fog. Másrészt több kár ekkor még tartalékolva van, amelyhez feltehetjük, hogy jó tartalékolással dolgozott a biztosító. Ennek megfelelően pozitív lesz a lebonyolítási eredmény, amely összegességében növeli az első

¹A piaci szereplőktől 2000-2009 közötti időszak bruttó formájú adataiból történt az összegzés, majd a piac egészére számított növekedési indexeket a Lánc-létra módszer segítségével határozták meg.

²Képletszerűen: Előző évek káraitra képzett tartalék változása - előző évek kárai - előző évek káraitól kapcsolatos költségek + előző évek káraitól kapcsolatos viszontbiztosítási megtérülés.

³Az évi kifizetésekkel súlyozva.

évi kifizetés arányát.

Az alábbi öt csoportra vonatkozóan végeztem összehasonlítást:

- a Pszáf által közzétett piaci átlag
- egyéni szerződések
- flottaállomány
- kisflotta-állomány
- nagyflotta-állomány

Az adatokból egyértelmű következtetés nem vonható le. Feltételezhető, hogy a nagyobb flottáknál gyakrabban fordulnak elő jelentősebb, elhúzódóbb károk, azonban ezt nem támasztják alá a számok, sőt, a 4.1 táblázat alapján inkább arra következtethetünk, hogy a nagyobb flották esetén beszélhetünk gyorsabb kárrendezésről. A "C" biztosító állományának kifizetésének arányai azért magasak még, mert egyelőre időarányosan kevesebb késői bejelentésű kárt tartalmaznak.

	Piaci	Egyéni	Flotta	Kis flotta	Nagy flotta
"A" biztosító	76,3%	66,5%	73,3%	71%	74,7%
"T" biztosító	76,3%	67,9%	63,6%	60,7%	65%
"C" biztosító	76,3%	-	80,5%	79,4%	80,7%

4.1. táblázat. Casco első évbéli kifizetések megoszlása az összes kifizetéshez képest

A felelősségbiztosítás esetén is megállapítható, hogy a "C" biztosító állományának kifizetési arányai azért magasabbak még, mert egyelőre időarányosan kevesebb késői bejelentésű kárt tartalmaznak. A gfb jellegzetességének köszönhetően ez még látványosabb, hiszen ennél a terméknel nagyobb szerepet játszanak a késői károk. Ez mutatkozik meg a 48%-os piaci átlagnak tekinthető első éves kifizetéseknél. A flották esetén azonban már eltérés tapasztalható a casco kifizetésekhez képest, ugyanis mindkét biztosító állománya alapján arra a trendre következtethetünk, hogy a kisebb flottáknál gyorsabban történik a kifizetés. Azaz itt megjelenik a korábbi a feltételezés, hogy az elhúzódó károk gyakoribbak lehetnek a nagyobb flottáknál.

	Piaci	Egyéni	Flotta	Kis flotta	Nagy flotta
"T" biztosító	48,4%	59,1%	45,3%	46,8%	40,6%
"C" biztosító	48,4%	-	60,1%	66,8%	59,3%

4.2. táblázat. Az első évbeli gfb-kifizetések megoszlása az összes kifizetéshez képest

4.2. Költségelemzés

Ahogy a dolgozatom bevezetőjében utaltam rá, szakmai állításként elterjedt, hogy bizonyos költségnevekben eltérnek az egyéni, illetve a flottaszerződések. Ebben az alfejezetben ezt a kérdéskört részletezem.

4.2.1. Postai költségek

Habár a biztosítók számára az összköltség az egyetlen biztos költségszám, ahhoz, hogy a vezetők pontos információval rendelkezzenek az egyes termékek eredményességéről, a biztosítónak a lehető legpontosabb költségfelosztással kell rendelkeznie.

Költségfelosztási elvek:

- **Nincs felosztás:** A legegyszerűbb, de legtorzítóbb módszer is egyben, ekkor mindegyik termék azonos részt vállal a költségekből.
- **Díjarányos felosztás:** Ez a leggyakoribb eljárás, a klasszikus termékeknél egyben a legelőnyösebb, azonban egyes termékeknél a valóságos költség nem állítható arányba a díjjal.
- **Darabszám arányos felosztás:** Az előző felosztáshoz hasonlóan itt is az állandóan rendelkezésre álló adatok alapján osztjuk fel a költségeket azzal az elgondolással, hogy a költségek jelentős része minden szerződésen jelentkezik.
- **Díjfizetés száma szerinti felosztás:** Az előző módszer finomítása, ugyanis itt a darabszámon kívül figyelembe veszik a fizetési gyakoriságot, mivel ez több felmerülő költséggel kapcsolatban áll.
- **Tételes költségkönyvelés:** Az optimális eset, hiszen ekkor az összes költséget ahhoz a módozathoz rögzítik, amelyhez tartozik. Ilyen helyzet a valóságban nem létezik, ugyanis bizonyos költségek nem termékekhez, hanem a céghez kapcsolódnak, így csupán az a cél, hogy az optimálisához legjobban közelítő felosztást kapjuk.

Ezek közül a biztosítók szabadon választhatnak, illetve kevert változatokat is használhatnak.

A vizsgálandó gépjárműbiztosításokban az egyéni és a flottaállomány között jelentősebb eltérés mutatkozik az adminisztratív postai levelezés során felmerülő költségek terén. Ez abból fakadóan lehetséges, hogy a flottaállományoknál a kapcsolattartásra úgy tekinthetünk, mintha egy flotta egy szerződés lenne.⁴ Ilyen költségek a díjbekérő, a kötvény vagy egy igazolás előállítása és postázása, vagy az ügyfelekkel történő bármilyen levélváltás.

A könnyebb összehasonlítás miatt nézzük meg a következő elméleti példát!

Vegyünk ezerhatszáz darab egyéni ügyfelet, száz darab, egyenként húsz járművet tartalmazó kis flottát, továbbá tizenöt darab száz tagú nagy flottát. Mindegyik biztosítás éves díja⁵ kgfb esetén 12.500 Ft, casco esetén 80.000 Ft⁶, és a díjfizetés legyen negyedéves gyakoriságú.

A számítás alapját a boríték költsége, az oldalak borítékba való becsomagolásának az ára, a levélfeladás költsége, az A4-es nyomtatlan alapanyag ára, a nyomtatás költsége adta, amely alapján modellezve lett, hogy az egyéni és flottás ügyfelek esetén mennyibe kerül a számukra előállított kötvény, a díjbekérő, illetve a díjfelszólító.⁷ Az egyéni biztosításban az internet térnyerése által egyre többen élnek az e-kommunikáció lehetőségével, amellyel megspórolhatóak a postai levelezés által generált adminisztratív költségek. A példában feltételeztem, hogy az egyéni ügyfelek 10%-a él az e-kommunikáció lehetőségével.

	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta
Nincs felosztás	310 684 Ft	310 684 Ft	310 684 Ft
Díjarányos felosztás	292 409 Ft	365 511 Ft	274 133 Ft
Darabszám arányos felosztás	292 409 Ft	365 511 Ft	274 133 Ft
Kevert ⁸	869 554 Ft	54 347 Ft	8 152 Ft
Tényleges költség	843 984 Ft	58 099 Ft	9 435 Ft

4.3. táblázat. A postai költségek különböző felosztásai

A levelezés során felmerülő összköltség 932 053 Ft, amelynek különböző felosztásait láthatjuk a 4.3 táblázatban. Jól kitűnik, hogy az eredményvizsgálat szempontjából jelentős eltérések adódnak a különböző felosztási elvek használatakor, illetve megfigyelhető, hogy a kevert felosztás közelít legjobban a tényleges adatokhoz.

A felelősségbiztosításnál a díj 4,8%-át képezi a postaköltség az egyéni állományokat tekintve, a kisflották esetében pedig 0,3-1% között mozog ez, a nagyflottáknál pedig legfeljebb 0,2%. Természetesen,

⁴Ez azt jelenti, hogy például egy tíz gépjárművet magába foglaló flottának nem tíz darab díjbekérő küldése történik, hanem egy darab.

⁵Járművenként.

⁶2013 átlagdíjai

⁷A díjnemfizetés aránya alapján feltételezve lett az egy szerződésre díjfelszólítók száma.

⁸A kevert felosztás esetén gondoljunk úgy a flottaszerződésekre, mintha egy szerződésbe tartozna az egyes flottaállomány.

ahogy növekszik a flottán belüli járművek aránya, úgy csökken a díjhoz viszonyított arány is. Ez alapján az egyéni szerződéseknél 5% körül lehet a megfelelő e-kommunikáció kedvezménymértéke, míg flották esetében ez csupán 1%.

A casco biztosításnál a magasabb díj miatt az előző értékek jóval alacsonyabbak, egyéninél 0,75%, flották esetén legfeljebb 0,15%, amely így nem jelentkezik jelentős díjnövelő tételként.

4.2.2. Jutalék

Az egyéni és flottaszerződések tekintetében a gépjárműbiztosításnál különböző jellemzőket találhatunk a jutalékok területén is. Általánosságban elmondható, hogy a flották díjai több jutalékot tartalmaznak, azonban ennek okai jól megmagyarázhatóak. A legnagyobb különbség a két terület között a nagyobb kapcsolattartáson alapul, saját állománykezelést is végeznek az alkuszok, ami több munkával jár számukra. Ezzel szemben az egyéni piacon egyre meghatározóbb az online kötések száma, így manapság a kötések nagy százaléka az interneten keresztül történik: vagy a biztosító saját felületén vagy az online alkuszoknál, mely utóbbiaknál viszont már nem végeznek állománykezelést. Emellett alapvetőleg kijelenthető, hogy a flották esetén jobb a megmaradás. Igaz például, hogy az elmúlt három évben a harmadára csökkent, még mindig meghatározóak az egyéni kgfb területén az év végi szerződéskötések, illetve az ezzel járó állománymozgások.⁹ Ezzel szemben a flottáknál kevésbé jellemzőek az évfordulós átkötések, amely által a biztosító jövőbeli állományát jobban tudja modellezni.

4.3. A káresemények típusai

A gépjárműbiztosításban is fontos megkülönböztetni, hogy milyen típusú károkról beszélünk, ezért megvizsgáltam a fontosabb csoportosításokat az állományokban.

4.3.1. Casco-káresemények

A casco biztosítás esetén mindig érdemes megvizsgálni, hogy milyen főbb események hozzák létre a károkat. A három nagy kategória a töréskár, az üvegtörés, illetve a lopáskár. Kijelenthető, hogy a károk legnagyobb részét a töréskárok alkotják, továbbá az üvegtörések és a lopáskárok összesítve hasonló méreteket képviselnek. Értelemeszerű viszont, hogy az utóbbi két csoport kárgyakorisága teljesen különböző, ugyanis míg egy lopás tipikusan nagy kárt jelent, addig egy hasonló, milliós nagyság eléréséhez több üvegtörés szükséges. Az egyéni és a flottaállományok között jelentős eltérés nem tapasztalható. Egyedül az üvegtöréseket emelném ki, ahol a 4.4 táblázatból arra következtetünk, hogy az egyéni ügyfelek kevesebb üvegtörést szenvednek el. Mivel ez az esemény az előbb említett kárgyakorisággal korrelál leginkább, ezért itt van jelentősége annak, hogy a céges járműveket gyakrabban

⁹2012. év végén a visszakötések száma kb. az új kötések egyharmada volt.

használják, mint a magántulajdonban lévő járműveket, ezáltal nagyobb valószínűséggel vannak üvegkárral kapcsolatos balesetnek kitéve.

	Töréskár		Lopáskár		Üvegkár	
	Darab	Összeg	Darab	Összeg	Darab	Összeg
A - egyéni	64%	70%	7%	18%	28%	11%
A - kis flotta	61%	74%	5%	11%	32%	14%
A - nagy flotta	63%	75%	2%	7%	32%	15%
T - egyéni	72%	88%	1%	3%	20%	6%
T - kis flotta	34%	63%	2%	0%	53%	37%
T - nagy flotta	49%	72%	1%	5%	44%	21%
C - kis flotta	52%	62%	2%	15%	37%	12%
C - nagy flotta	51%	59%	2%	13%	34%	14%

4.4. táblázat. A károk típusainak megoszlása

4.3.2. Gfb-káresemények

A felelősségbiztosítás esetén a legfontosabb kategorizálási szempont, hogy dologi vagy személyi kárról beszélünk-e. Személyi sérülés szerencsére jóval kevesebbszer fordul elő, azonban a mértéke nagyságrendekkel nagyobb, mint a dologi károknak. Ez jól látható a 4.5 táblázatban. A kapott eredményeket összehasonlítva nincs különbség sem az egyéni és a flottaállományok között, sem a flottacsoportosításon belül. Az a trend sejthető meg, hogy az évek múlásával a személyi sérülések gyakorisága csökken. Ennek magyarázata lehet a járművek a folyamatosan javuló biztonságtechnikája. Szintén fontos megjegyzés, hogy a javulás mértéke meglehetősen nagy, mivel a "C" biztosító időszaka egy év, így az adatok még nem elég kisimultak.

	Dologi kár		Személyi kár	
	Darab	Összeg	Darab	Összeg
T - egyéni	98%	83,4%	2%	16,6%
T - kis flotta	98,7%	88,4%	1,3%	11,6%
T - nagy flotta	98%	83,5%	2%	16,5%
C - kis flotta	99,25%	96,4%	0,75%	3,6%
C - nagy flotta	99,7%	92,5%	0,3%	7,5%

4.5. táblázat. A károk típusainak megoszlása

4.4. Törlési tartalék

Törlési tartalékot a biztosítók két esemény miatt képeznek. Egyrészt azon díjhátralékra, amely már nem fog befolyjni, másrészt pedig azon befizetett díjakra, amelyeket majd vissza kell téríteni a kockázat megszűnése, mérséklése, továbbá az átmeneti szüneteltetés miatt. Két nagy csoportot különböztethetünk meg a jövőben törölt állomány azon részét tekintve, amelyre tartalékot kell képezni:

- **Díjnemfizetés miatt törölt állomány:** Ha a szerződő a türelmi¹⁰ időn túl sem fizeti be a biztosítási díjat, akkor törlésre kerül a szerződés, a biztosító pedig állományt veszít.
- **Érdekmúlás miatt törölt állomány:** Több eseményből fakadóan bekövetkezhet érdekmúlás, amely miatt törlésre kerül a szerződés. Ilyen például az eladás, a haláleset, a megsemmisülés, a lopás, a végleges forgalomból való kivonás, vagy akár a szüneteltetés is.

A törlési tartalék nagyobbik részét általában a díjnemfizetésre képzett tartalék adja, azonban a flottaállomány jellegzetessége, hogy ez az arány náluk megfordul, és a jelentősebb tétel az érdekmúlásból történő törlés lesz.

Ennek oka több tényezőre vezethető vissza. A 2008-as gazdasági válság jelentősen megnövelte a hazai autóparkállomány életkorát is. Ez 2012-ben már 12,5 év volt hazánkban a korábbi 10 évhez képest. A válság hatására ugyanis az emberek kevesebb pénzzel rendelkeznek, és jobban megfontolják vásárlásaikat. A cégek életét is hasonlóan megviselte a válság, azonban ahogy 2008 előtt, úgy 2008 után is jobb lehetőségekkel bírnak az átlagemberekhez viszonyítva, így könnyebben megengedhetik maguknak járműveik cseréjét. A vállalatok életében presztízskérdés a cégvezetés számára, hogy a megengedhető legjobb autóállománnyal rendelkezzenek, ezáltal korán, pár év után már megtörténnek az autócserék. A fuvarozással foglalkozó cégek számára elsődleges a megbízhatóság, amelyet a minél újabb, ezáltal jobb technikával is rendelkező járművek biztosítanak. Ezenfelül a nemzetközi fuvarozásban érdekelték rá is vannak kényszerítve egy idő után a járműcserére, ugyanis egy nem EU-s ország például előírhatja bizonyos fuvarokhoz a legalább euro3-as szintű motort. Mindezek mellett az egyik legfontosabb tényező, hogy a vállalati járművek jelentősebben több időt töltenek a forgalomban átlagosan, mint a magántulajdonban levő kocsik, ezért jobban el is használnak, előbb érnek meg a cserére, és ezt erősítve itt is fontos szerepet játszik a megbízhatóság mint cserélési ok.

A díjfizetési hajlandóságban, fegyelmezettségben való különbségkereséskor egyrészt a vállalatok precízebb ügyintézése, könyvelői ellenőrzése állítható szembe a magánember feledékenyebb viselkedésével. Másrészt míg a cégek számára a járművek munkaeszközök, pénzkeresethez hozzájáruló tárgyak, amelyek műszaki állapota, biztosítása minden körülmények között rendben kell legyen, addig a magánemberek számára az gyakran csak kiegészítő eszköz.

¹⁰A díj esedékességétől számított hatvannapos időszak.

Gyakorlati szemléltetéshez nézzük meg a következő táblázatokat!

A 4.6 táblázat alapján megfigyelhető a korábban leírt elmélet teljesülése a valóságban. Megállapítható, hogy míg az egyéni állományra inkább a díjnemfizetés miatt való törlés a jellemző, addig a flottaállományra az érdekmúlással való törlés. Találhatunk azonban ellenpéldát is, ugyanis a "C" biztosító kisflottaállománya eltér az imént feltételezettektől. Tüzetesebben megvizsgálva az állományt, látható, hogy a díjnemfizetés miatt törölt állománynak több mint a felét egy megszűnt vállalat okozta, amelyet casco esetén nem tekinthetünk általánosnak, ezért indokolt lehetne az elemzésből való kivétele. Ezt mutatja az utolsó oszlop.

A 4.7 táblázatban megjelenő TEÁOR kódos kategorizálásnál elmondható, hogy a csoportokban egyenletesebben oszlott el a törlés, mint a flottaméret szerinti osztályok esetén.

	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta	Kis flotta*
A-díjnemfizetés	36,11%	4,83%	3,47%	
A-érdekmúlás	13,77%	76,28%	79,88%	
A-törölt állomány aránya	3,41%	2,72%	3,55%	
T-díjnemfizetés	67,18%	12,06%	12,94%	
T-érdekmúlás	9,46%	62,26%	28,37%	
T-törölt állomány aránya	5,88%	1,93%	0,94%	
C-díjnemfizetés	-	74,65%	0%	56,78%
C-érdekmúlás	-	10,84%	92,62%	18,48%
C-törölt állomány aránya	-	11,73%	2,71%	6,88%

4.6. táblázat. A casco biztosítás törölt állományainak megoszlása

	1. kat	2. kat	3. kat	4. kat	4. kat*
C-díjnemfizetés	0%	6,02%	39,49%	23,2%	5,59%
C-érdekmúlás	93,04%	37,77%	37,05%	73,12%	89,19%
C-törölt állomány aránya	2,83%	1,3%	4,57%	3,89%	3,16%

4.7. táblázat. A casco biztosítás törölt állománynak megoszlása TEÁOR kód alapján

A kötelező biztosításnál szintén feltűnik a korábbi tendencia, amely szerint míg az egyéni szerződések esetén a díjnemfizetés miatti törlés dominál, addig a flották esetében az érdekmúlás miatti törlések kerülnek előtérbe. A törölt állomány nagyságát illetően a két biztosító adatai alapján nem lehet egyértelmű következtetést levonni, úgy tűnik, hogy körülbelül hasonló mértékben történik a törlés az egyéni és a flottaállományoknál is. A TEÁOR szerint boncolgatva a törléseket szintén az érdekmúlás a hangsúlyosabb tétel. A cascoval összehasonlítva kiemelhető, hogy a legtöbb törlés mindkét termék

esetén a harmadik kategóriában történt.

	Egyéni	Kis flotta	Nagy flotta
Díjnemfizetés	60,7%	32%	11,6%
Érdekmúlás	24,1%	39,8%	43,7%
Törölt állomány aránya	3,98%	3,21%	5,14%

4.8. táblázat. A "T" biztosító gfb biztosítás törölt állományának átlagos megoszlása

	Kis flotta	Nagy flotta	1. kat	2. kat	3. kat	4. kat
Díjnemfizetés	23,75%	1,31%	0%	10,68%	7,96%	3,68%
Érdekmúlás	48,28%	69,37%	53,82%	37,37%	62,12%	87,7%
Törölt állomány aránya	4,03%	3,21%	1,37%	2,38%	4,84%	2,19%

4.9. táblázat. A "C" biztosító gfb biztosítás törölt állományának megoszlása

Fontos ismételtlen kiemelni, hogy az "A" és "T" biztosító esetén többéves átlagról beszélhetünk, míg a "C" biztosító esetén csupán 1 évről. A rövid időszakok miatt továbbá nem egyenesednek ki az ingadozások, így nem tekinthetjük hosszú idősrnek a vizsgálatot.

Összességében azonban jól látható, hogy a flották esetében a törlési okok tekintetében inkább az érdekmúlás dominál, és az is sejthető, hogy emellett kevesebb törlési tartalékkal kell számolni.

4.5. Speciális flották

Néhány sor erejéig érdemes foglalkozni a speciális tevékenységgel foglalkozó flották körével is. Ezen flották közös tulajdonsága, hogy nem hirdetés útján, hanem közbeszerzés során választódik ki a biztosító. A közbeszerzés alatt a biztosítók még élesebb versenyt folytatnak egy-egy flotta megszerzéséért. Ennek oka, hogy ezek a flották nagyon jó kárhányaddal rendelkeznek, kevés baleset kapcsolódik hozzájuk, köszönhetően annak, hogy például nem közúton közlekednek, azaz nem mennek forgalomban, vagy megkülönböztető, figyelmeztető jelzést használó járművekről beszélhetünk, amelyek szintén kevés balesetben érintettek és nem fenyegeti őket különösebb mértékben lopási veszély. Előbbire példa az Állami Autópálya Kezelő Zrt. és a Magyar Közút Nonprofit Zrt., utóbbira pedig a tűzoltók vagy a Vízmű járművei. Fontos tulajdonságuk a speciális flottáknak még, hogy nem járnak külföldre, ezért nem okoznak drágább, nemzetközi kárt. Ennek ellenére itt is találkozhatunk ellenpéldával, ugyanis közbeszerzéssel történik a rendőrségi és mentős állomány biztosításának a megkötése is, ők azonban elég sok kockázatnak vannak kitéve az úton a megkülönböztető jelzésük ellenére, ugyanis gyakran kell nagy sebességgel, kockázatosan közlekedniük.

4.6. A másik oldal

Dolgozatomban mindeddig csupán biztosítói szempögből folytattam elemzéseket, azonban érdekes lehet megnézni, vajon a cégeknek megéri-e flottabiztosítást kötni. A kérdés, hogy vajon miért éri meg a vállalatoknak flottaállományban megkötni a biztosítást és nem egyesével, egyéni biztosításokként. Két esetet különböztethetünk meg. Első esetben egy adott cég több biztosítóhoz kötheti egyesével a járműveit. Ekkor elméletileg lehetséges, hogy összességében alacsonyabb díjon vásárol biztosítást, mintha flottában köti. Ennek az lehet az oka, hogy a biztosítóknak különböző járműosztályok a célállományuk, ezáltal jelentősebb eltérések lehetnek a biztosítók díjai között. Ezzel párhuzamosan ugyanakkor a szerződő a későbbiekre nézve hátrányos többletmunkát is vásárolt magának. Egyrészt nehezebb és drágább is több szerződés nyilvántartása, könyvelése, díjbefizetése, másrészt fontos tényező, hogy a kárrendezéskor is különböző biztosítókkal kell a kárigényt lebonyolítani, amellyel jelentősen megnövekedhet egy-egy ügy lezárásának az ideje, illetve nehezítheti is a cég életét, hogy egy balesetet szenvedő jármű épp melyik biztosítóhoz tartozik. A második eset, amikor a vállalat ugyanahhoz a biztosítóhoz köti a járműveket, azonban flottaállomány helyett továbbra is egyéni állományokban gondolkodik. Ez azonban többletmunkát, illetve többletköltséget is jelent a kiválasztott biztosítónak, ezáltal flottaszerződés választásakor a biztosító kedvezőbb díjat fog ajánlani a vállalatnak. Összegezve megállapítható, hogy nem éri meg a cégeknek egyesével biztosítani a járműveiket.

4.7. Következtetések

A károk kifizetésének vizsgálata után nem lehet egyértelmű következtetéseket levonni, ugyanis mind az egyéni és flottaállomány párhuzamot vizsgálva, mind a flották méret szerinti csoportosítása során különböző eredményeket kaptam.

A postai költségeket tanulmányozva egyértelmű, hogy a flották költsége a díjhoz arányosítva jóval alacsonyabb, amely mérték a flotta darabszámának növelésével tovább csökken. Emellett az előbbi arányban jelentős különbség van a kétfajta gépjárműbiztosítás között, mivel a felelősségbiztosítás díja nagyságrendekkel kisebb, ezért egy ugyanakkora költség nagyobb szerepet játszik a díjban, mint a drágább casco esetében. Az adatok alapján levonható a következtetés, hogy a flották esetében csak minimális díjcsökkenésre lehet számítani az e-kommunikáció használatával.

A károk típusainak vizsgálata folyamán nem találtam egyértelmű különbséget az állományok különböző csoportjaira vonatkozóan, azonban az sejthető, hogy a felelősségbiztosításnál egy csökkenő tendencia van a személyi károk bekövetkezési valószínűségében.

A törlési tartalék elemzése után megállapítható, hogy amíg az egyéni szerződésekhez főleg a díj nemfizetés miatti törlések köthetőek, addig ez a flották esetében megváltozik, és az érdekmúlással való törlés lesz jellemző.

A biztosítást a cégek szempontjából megközelítve arra a konklúzióra jutottam, hogy flottaként érdemes biztosítani járműveket, nem pedig egyesével.

Összefoglalás

A dolgozatban a gépjárműbiztosításokon belül a flottabiztosítások témakörét elemeztem. Az első rövid bevezető fejezet után a második részben ismertettem a témával kapcsolatos alapfogalmakat és megemlítettem néhány szakirodalmat is. A harmadik fejezetben a gépjárműbiztosítás kárait elemeztem különböző ismérvek szerint, majd az utolsó fejezetben eltéréseket ismertettem az egyéni és a flottaállományok között.

Adatok hiányában nem állt módomban, azonban további érdekes vizsgálati szempont lehet, ha a csoportosítást aszerint is elvégezzük, hogy a járművek saját használatáról beszélünk-e vagy sem. Ezalatt azt értem, hogy egy sofőr mindig saját maga használja-e az adott járművet, vagy bérbeadott gépjárműről beszélünk-e, illetve váltott használatról, amikor is a sofőrök váltogatják a flottában lévő gépeket. Ilyenkor ugyanis eltérő kockázatról van szó, annak alapján, hogy mennyire ismerheti a vezető az autóját. Feltételezhető ekkor, hogy annál nagyobb mértékben növekedik a vezetés közbeni vagy a parkolásnál bekövetkező baleset kockázata, minél kevésbé ismeri egy ember az adott járművet. A dolgozatban megvizsgáltam néhány, a biztosításszakmában szakmai érvként kezelt, a bevezetőben megemlített állításokat. Az adatok igazolják, hogy az egyéni szerződések kárgyakorisága alacsonyabb a flottákéhoz képest. A felelősségbiztosítás esetén az adatok alátámasztják a fuvarozó és a szállítmányozó cégek magas kárgyakoriságát. A flottaméret szerinti vizsgálat során a casco biztosításnál kimutatható a nagyobb flották rosszabb kárgyakorisága, azonban a gfb esetén ez már nem volt igaz. Szintén kimutatásra került, hogy a flották adminisztrációs költségei jóval alacsonyabbak, mint az egyéni szerződések esetén.

Köszönetnyilvánítás

Hálás köszönettel tartozom témavezetőmnek, Kelemen Erikának a diplomamunkám témájának kijelöléséért, valamint a dolgozat elkészítésében nyújtott folyamatos segítségéért, hasznos tanácsaiért és útmutatásaiért.

A dolgozat átnézéséért és az állandó támogatásért köszönetet mondok barátnőmnek, Vida Nárcisznak, és bátyámnak, Szalai Tamásnak.

Külön köszönetemet szeretném kifejezni

- dr. Arató Miklósnak a matematikai tanácsokért;
- Urhegyi Tündének a gépjárműbiztosítással kapcsolatos szakmai útmutatásért;
- Tóth Andrásnak az integrálokban nyújtott segítségéért.

Irodalomjegyzék

- [1] Arató Miklós: *Nem-élet biztosítási matematika*, Eötvös Kiadó Kft., 2001.
- [2] Jean-François Angers, Denise Desjardins, Georges Dionne, François Guertin: *Vehicle and fleet random effects in a model of insurance rating for fleets of vehicles*, 2005. szeptember 28.
- [3] Josef L. Teugels, Bjorn Sundt: *A stop-loss experience rating scheme for fleets of cars*, 1991, Insurance: Mathematics and Economics, North-Holland, 173-179.
- [4] Horváth Gyula: *Aktuáriusi esettanulmányok*, Budapest, 2005.
- [5] Dr. József Sándor: *A vagyont biztosítás módszerei*, Budapest, 1995.
- [6] Horváth Gyula: *Biztosítási tartalékolás és szolvencia*
- [7] Kőrösi Gábor: *Modellválasztás, diagnosztika, hipotézisvizsgálat, strukturális törés, rezsimváltás*
- [8] www.pszaf.hu
- [9] <http://www.inf.unideb.hu/valseg/JEGYZET/valseg/>
- [10] www.ksh.hu
- [11] 8/2001. (II. 22.) PM rendelet
- [12] www.signal.hu

A. Függelék

TEÁOR kategóriák

	Teáor szerinti ágazatok
1. kategória	49, 53
2. kategória	01, 02, 03, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 19, 35, 36, 37, 38, 39, 65, 75, 84, 85, 86, 87, 88, 91
3. kategória	11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 33, 41, 42, 43, 45, 46, 47, 71 72, 73, 74, 79, 81, 82, 93, 94, 97, 98
4. kategória	20, 21, 29, 30, 31, 32, 50, 51, 52, 55, 56, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 66,68, 69, 70, 77, 78, 80, 90, 92, 95, 96, 99, 00

A.1. táblázat. TEÁOR kategóriák.

Megjegyzés: Hivatalosan nem létezik a 00-s kód, ezt a biztosító hozta létre azon cégek számára, akiknek semmilyen módon nem lehet a tevékenységét valamelyik TEÁOR kódba besorolni.

B. Függelék

Maple

```
> with(Statistics); Phi := unapply(CDF(Normal(0, 1), x), x)
> ey := exp(m + (1/2) * szigma^2) * ((100 - Gam) * (1/100) + (1/100) * Gam * Phi((log(100*c/Gam) -
m - szigma^2)/szigma) - Phi((log(c) - m - szigma^2)/szigma)) / (1 - Phi((log(c) - m)/szigma)) - c *
(Phi((log(100*c/Gam) - m)/szigma) - Phi((log(c) - m)/szigma)) / (1 - Phi((log(c) - m)/szigma)) -
ve;
> ey2 := exp(2 * m + 2 * szigma^2) * ((100 - Gam) * (1/100) + (1/100) * Gam * Phi((log(100 *
c/Gam) - m - 2 * szigma^2)/szigma) - Phi((log(c) - m - 2 * szigma^2)/szigma)) / (1 - Phi((log(c) -
m)/szigma)) - 2 * exp(m + (1/2) * szigma^2) * c * (Phi((log(100*c/Gam) - m - szigma^2)/szigma) -
Phi((log(c) - m - szigma^2)/szigma)) / (1 - Phi((log(c) - m)/szigma)) + c^2 * (Phi((log(100*c/Gam) -
m)/szigma) - Phi((log(c) - m)/szigma)) / (1 - Phi((log(c) - m)/szigma)) - venegyzet;
> c := 50000;
Gam := 10;
ve := ; % A minta első momentuma
venegyzet := ; % A minta második momentuma
fsolve(ey, ey2, m, szigma);
```