Longevity bondok alkalmazásának hatása a Szolvencia II alapján számolt szavatoló tőkére

MSc szakdolgozat

Luptovics János Sándor

Biztosítási és pénzügyi matematika MSc
Aktuárius szakirány

Témavezető:

Bozsó Dávid

ügyvezető igazgató
ING RAS Kft.

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar

Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdaságtudományi Kar

Budapest, 2014

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Bozsó Dávidnak, aki az elmúlt több mint félév során mindig szakított rám időt és tanácsaival segítette a számítások és a szakdolgozat elkészültét. Köszönettel tartozom még családomnak, amiért nyugodt munkakörülményeket biztosítottak.

Budapest, 2014. május 23.

Luptovics János Sándor

Tartalomjegyzék

Bevezetés

A szavatoló tőke a biztosító saját tőkéjének azon része, mely arra szolgál, hogy a biztosító nagy valószínűséggel akkor is eleget tudjon tenni kötelezettségeinek, ha arra a díj és kamat bevételei valamint a megképzett biztosítástechnikai tartalékai nem nyújtanak megfelelő fedezetet. Hosszas előkészítések és egyeztetések után 2016-ban lép életbe a biztosítók új szavatoló tőke szabályozási rendszere a Szolvencia II. Az új kockázati alapú szabályozás miatt várhatóan nagyobb hangsúlyt kapnak majd a különböző kockázat csökkentő technikák. Szakdolgozatomban egy ilyen technikát fogunk megvizsgálni. Arra keressük a választ, hogy a longevity bondnak nevezett pénzügyi termék alkalmas-e a hosszú élet kockázatának csökkentésére, ezáltal az ezen kockázathoz tartozó szavatolótőke-szükséglet csökkentésére, és ha igen, akkor érdemes-e használni. Szakdolgozatom első fele elméleti áttekintés lesz.

Az első fejezetben bemutatásra kerülnek a Szolvencia II fontosabb irányelvei, valamint az új szavatolótőke-szükséglet számítási módszereinek egyike. Továbbá részletesen megvizsgáljuk hogyan lehet az új szabályozásban kiszámolni a hosszú élet és a partner kockázat szavatolótőke-szükségletét.

A második fejezetben ismertetjük a longevity bond működését, megvizsgáljuk a termék kifizetés függvényét, valamint bevezetjük az úgynevezett Wang transzformáltat, amelynek segítségével be lehet árazni a terméket.

A harmadik fejezet egy halandóság becslési és előrejelzési modell bemutatására szolgál, a modell előnye, hogy könnyen sztochasztizálható, ezáltal alkalmas halandósági szceneriók készítésére.

A szakdolgozatom második felében alkalmazások lesznek.

A negyedik fejezetben egy fiktív biztosítási portfólión kerül kiszámításra a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete, majd pedig megvizsgáljuk, milyen hatással van a tőkeszükségletre az, ha a biztosító longevity bond kibocsátása mellett dönt. A fejezet második részében az első fejezetben bemutatott számítási modell módosított változatával végezzük el ugyanezeket a számításokat.

Az ötödik fejezetben érzékenységvizsgálatokat fogunk végezni, feltérképezzük, hogy az egyes változók, például a technikai kamatláb, vagy a hozamok változtatása milyen hatással van a negyedik fejezetben kapott eredményekre.

Végül pedig összefoglaljuk a kapott eredményeket.

1. fejezet

Szolvencia II

Az első fejezetben a Szolvencia II irányelv kerül bemutatásra, kitérünk azokra a kockázatokra, amelynek a biztosítók ki vannak téve, bemutatjuk a standard formula felépítését, végül pedig részletesen foglalkozunk a hosszú élet és a partner kockázat szavatolótőkeszükségletének kiszámolásával. Ebben az [1], [2] és [3] források lesznek a segítségünkre.

1.1. Új kockázatkezelési rendszer

A Szolvencia II egy 2009-es európai uniós irányelv, melynek célja a biztosítók tőkekövetelményét és kockázatkezelési módszereit a mai pénzügyi és biztosítási kockázatokhoz igazítani. Mivel a Szolvencia I a tőkekövetelmények meghatározásához a díjbevételeket és tartalékszinteket veszi alapul, így nem tükrözi, hogy a biztosítók mekkora kockázatban is állnak, továbbá bünteti a prudens biztosítót azáltal, hogy a nagy díj vagy tartalék nagy tőke szükségletet eredményez. Az új irányelv szerint a biztosítóknak meg kell vizsgálniuk a kockázataikat, és ezeknek megfelelően kell meghatározniuk a szükséges szavatoló tőkét. A Solvencia II irányelv három pillérre épül:

1. Kvantitatív követelmények
2. Kvalitatív követelmények
3. Piaci fegyelem

Az első pillér azt mondja ki, hogy a biztosítóknak az eszközeiket, biztosítástechnikai tartalékaikat és egyéb kötelezettségeiket piac-konzisztens értéken kell bemutatniuk. A piac-konzisztens azt jelenti, hogy aktív, mély, likvid és átlátható piacról származó információk alapján kell meghatározni a fenti mérlegtételek értékeit. Továbbá a szavatolótőkeszükségletnek kockázat érzékenynek kell lennie.
A második pillér célja, hogy a biztosítók megfelelő kockázatkezelési módszereket dolgozzanak ki, meg kell határozniuk a kockázatviselési hajlandóságukat, és ennek megfelelő kockázatkezelési szabályzatokat kell alkalmazniuk. Ez a pillér részletezi a felügyelet felülvizsgálati folyamatait is.
A harmadik pillér közzétételi kötelezettséget jelent.
Matematikai szempontból az első pillér a legérdekesebb, így szakdolgozatomban is ezzel fogunk részletesebben foglalkozni.

1.2. Kvantitatív követelmények

Az eszközöket és egyéb követeléseket valós értékeléssel kell kiszámítani, a valós érték az az érték amelyért az eszköz elcserélhető, vagy egy kötelezettség rendezhető megfelelően tájékozott, az üzletkötési szándékukat kinyilvánító felek között, szokásos piaci feltételeknek megfelelően kötött tranzakció keretében.
A biztosítástechnikai kötelezettségeknek a Szolvencia II két típusát különbözteti meg, ezek a replikálható és a nem replikálható kötelezettségek.
Egy kötelezettség replikálható, ha aktív, mély, likvid és átlátható piacon megbízhatóan megfigyelhető eszközök jövőbeli pénzáramlásai megbízhatóan adják vissza a kötelezettségből származó jövőbeli pénzáramlásokat. Itt most a mély azt jelenti, hogy jelentős eszköz adásvétele sem befolyásolja az árat, a likvid azt, hogy az eszköz gond nélkül adható-vehető az ár befolyásolása nélkül, az átlátható pedig azt, hogy a piacon szereplő eszköz ára és volumene publikusan könnyen elérhető. Ha egy kötelezettség replikálható, akkor a biztosítástechnikai kötelezettség értéke megegyezik a replikáló eszközök piaci értékével.
Ha egy biztosítástechnikai kötelezettség nem replikálható akkor az értékét a legjobb becs-

lés és a kockázati marzs összege adja meg. A legjobb becslés, amit BE-vel fogunk jelölni, nem más, mint a jövőbeli szerződéses pénzáramlások - ide tartoznak a díjbevételek, kárkifizetések, visszavásárlások, bónusz kifizetések és a felmerülő költségek - kockázatmentes hozammal számított várható jelenértéke, azaz

$$BE = \sum_{t=0}^{T} \frac{CF_t}{(1+r_t)^t}, \tag{1.1}$$

ahol

- CF_t jelöli a várható szerződéses pénzáramlást a t. időpontban,
- r_t a kockázatmentes hozam a t. időpontban, és
- T az utolsó olyan időpont, amikor egy adott kockázat által érintett szerződések esetén szerződéses pénzáramlás felmerülhet.

A kockázati marzs értékét, melyet RM-mel fogunk jelölni, a tőkeköltség elvvel kell megállapítani, eszerint a portfóliót akkor veszi át más piaci szereplő, ha a legjobb becslés fölött akkora a kockázati marzs, amekkora annak a tőkének a költsége, amelyet az üzlet fedezeteként a kötelezettségek végső kifutásáig tartani kell. Azaz

$$RM = \sum_{t=0}^{T} r \frac{SCR_t}{(1+r_t)^t}, \tag{1.2}$$

ahol

- SRC_t jelöli a portfólió szavatolótőke-szükségletét a t. időpontban,
- r_t a kockázatmentes hozam a t. időpontban,
- T az utolsó olyan időpont, amikor még van üzletünk, és
- r a tőkeköltség ráta, amely jelenleg 6%.

A szavatolótőke-szükséglet megállapításához először is a kockázatokat kellene mérni. A Szolvencia II a VaR-t használja a kockázatok mérésére, ennek bevezetéséhez legyen L egy biztosító társaság vesztesége egy meghatározott időszakban. L felírható

$$L = (L_1 - L_0) - (A_1 - A_0) \tag{1.3}$$

alakban, ahol

- L_1 a kötelezettségek értéke az időszak végén,
- L_0 a kötelezettségek értéke az időszak elején,
- A_1 az eszközök értéke az időszak végén, és
- A_0 az eszközök értéke az időszak elején.

A Szolvencia II az L valószínűségi változó felső farok eloszlásával foglalkozik.
Legyen L eloszlásfüggvénye F, azaz $F(x) = P(L < x)$ $(x \in \mathbb{R})$, és kvantilis függvénye Q, azaz $Q(u) = \inf\{x|F(x) \geq u\}$ $(0 \leq u \leq 1)$.
VaR(p)-vel fogjuk jelölni a p-kvantilist, azaz

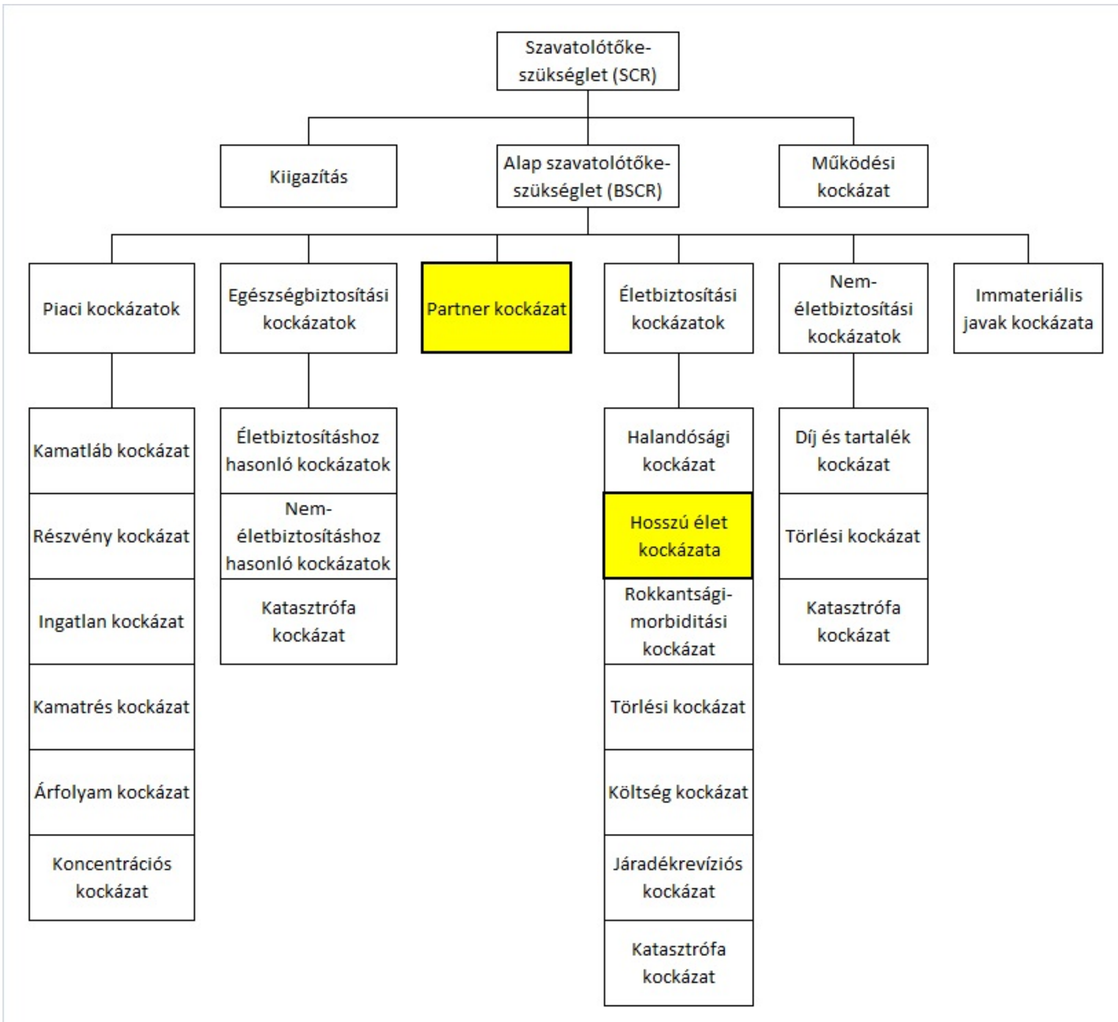
$$\text{VaR(p)} = Q(p) = \inf\{x|F(x) \geq p\} = \inf\{x|P(L < x) \geq p\}. \tag{1.4}$$

Ha F folytonos, akkor

$$P(L \geq \text{VaR(p)}) = 1 - p. \tag{1.5}$$

Tehát, ha egy biztosító az időszak elején VaR(p) szavatoló tőkével rendelkezik, akkor a csőd valószínűsége az időszak végére éppen $1 - p$.
A szavatoló tőke az alapvető és a kiegészítő szavatoló tőke összege. Az alapvető szavatoló tőke az eszközök és a kötelezettségek értékének különbözete csökkentve a tartott saját részvények értékével, növelve az alárendelt kötelezettségek értékével. A kiegészítő szavatoló tőke olyan az alapvető szavatoló tőkén kívüli tőke elemeket foglal magában, amelyek alkalmasak a veszteségek elnyelésére, például a be nem fizetett és le nem hívott alaptőke.
A szavatolótőke-szükséglet az alapvető szavatoló tőke 1 éves időhorizontú, 99.5%-os biztonsági szintű VaR-ja, feltéve az üzlet folytatásának elvét, figyelembe véve valamennyi kockázatot, a meglévő és az elkövetkezendő 1 évben kötött üzleteket, a kockázat csökkentő technikák hatását és az ezek által generált új kockázatok hatását. Tehát a biztosítóknak minden olyan számszerűsíthető kockázatra szavatolótőkét kell képezniük, amelynek ki vannak téve.
A fő követelmény, hogy a szavatoló tőke értéke meghaladja a szavatolótőke-szükségletet.

A szavatolótőke-szükséglet kiszámításának egyik lehetősége a standard formula alkalmazása. A standard formula a következő számszerűsíthető kockázatokra terjed ki.



1.1. ábra.

Szakdolgozatomban a bruttó szavatolótőke-szükséglet számításával fogunk foglalkozni, ez azt jelenti, hogy a jövőbeli diszkrecionális nyereségrészesedés - például az életbiztosítások többlethozam visszajuttatásának - veszteség elnyelő képességére nem fogunk kitérni. A standard formula szerint a következőképpen kell kiszámítani a szavatolótőke-szükségletet,

$$SCR = BSCR + Kiig + SCR_{műk}, \tag{1.6}$$

ahol

- $BSCR$ az alap szavatolótőke-szükséglet,
- $Kiig$ az úgynevezett kiigazítás,
- $SCR_{műk}$ pedig a működési kockázat szavatolótőke-szükséglete.

Az alap szavatolótőke-szükséglet kiszámításának képlete,

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} + SCR_{immat}, \tag{1.7}$$

ahol

- SCR_{immat} az immateriális javak szavatolótőke-szükséglete,
- SCR_i az i kockázati modul szavatolótőke-szükséglete, és
- $Corr_{i,j}$ az egyes kockázati modulok közti összefüggéseket kifejező korrelációs együttható.

A korrelációs együtthatókból képzett mátrix elemeit a következő táblázat mutatja.

$Corr$ j i	Piaci	Partner	Élet	Egészség	Nem-élet
Piaci	1				
Partner	0.25	1			
Élet	0.25	0.25	1		
Egészség	0.25	0.25	0.25	1	
Nem-élet	0.25	0.5	0	0	1

1.1. táblázat.

Ebben a szakdolgozatban részletesen a hosszú élet kockázatával és a partner kockázattal fogunk foglalkozni. A partner kockázat azért kerül majd a képbe, mert a hosszú élet kockázatának kezelésére egy longevity bondnak nevezett pénzügyi termék fog szolgálni, melyről a 2. fejezetben részletesen is lesz szó, melynek a kibocsátását nem maga a biztosító, hanem egy partner cég végzi, és a Szolvencia II-ben minden olyan kockázatra szavatoló tőkét kell képezni, amelynek a biztosító ki van téve. A következőkben bemutatásra kerül a hosszú élet és a partner kockázat szavatolótőke-szükségletének standard formula szerinti számítás módja.

1.3. A hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete

A hosszú élet kockázata azokhoz a biztosítástechnikai kötelezettségekhez kapcsolódik, amelyek esetén a halandóság szintjének, trendjének vagy volatilitásának változása a biztosítástechnikai kötelezettségek növekedéséhez vezet. Ez elsősorban azon biztosítókat érinti, amelyek járadékot forgalmaznak, különösen nagy a kockázat az életjáradékok esetén. A hosszú élet kockázatára képzendő szavatolótőke-szükséglet kiszámításának alapja az alapvető saját tőke, melyet BOF-fal fogunk jelölni, és amely nem más, mint az eszközök és kötelezettségek értékének különbsége, azonban a kötelezettségek értékébe nem számítjuk bele a kockázati marzst és az alárendelt kötelezettségek értékét sem.
A hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete a következőképpen számítandó,

$$SCR_{hossz} = (\Delta BOF|ls)\,, \tag{1.8}$$

ahol

- ΔBOF az alapvető saját tőke változása,
- ls pedig az úgynevezett hosszú élet sokk, ami egy azonnali, tartós 20%-os csökkenése a legjobb becslés kalkulációjához használt halandósági rátáknak.

Azaz a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete nem más, mint az alapvető saját tőke értékének változása 20%-os halandóság javulás esetén, ha ez a változás negatív, különben 0.

1.4. A partner kockázat szavatolótőke-szükséglete

A partner kockázat forrása azon szerződéses megállapodások, amelyek esetén a partner csődje, vagy a partner szolgáltatásának elmaradása negatívan érinti a biztosítót. A partner kockázatnak két főbb típusát különböztetjük meg.

1. típusú kockázatnak nevezzük azokat a megállapodásokat, amelyeknél a partner egy cég, ilyenek például a kockázat csökkentő megállapodások, ideértve a viszontbiztosításokat és a derivatívákat, valamint a bankban elhelyezett betétek, vagy a partnereknél elhelyezett letétek.

2. típusú kockázatnak nevezzük azokat a megállapodásokat, melyek nem 1. típusúak, ilyenek például a közvetítőktől való jutalék visszaírások, a szerződőktől elvárt díjfizetések illetve a jelzálog hitel tartozások.

A partner kockázat szavatolótőke-szükségletének standard formula szerinti képlete a következő,

$$SCR_{part} = \sqrt{SCR_{part,1}^2 + 1.5 \cdot SCR_{part,1} \cdot SCR_{part,2} + SCR_{part,2}^2}, \tag{1.9}$$

ahol $SCR_{part,i}$ az i. típusú partner kockázat szavatolótőke-szükséglete. Mivel a későbbiekben nem lesz szó 2. típusú partner kockázatról, ezért részletesen csak az 1. típusú kockázathoz tartozó szavatolótőke-szükséglet kiszámításának módját mutatjuk be.

$$SCR_{part,1} = \begin{cases} 3 \cdot \sqrt{V} & \text{, ha } \sqrt{V} \leq 7.05\% \cdot \sum_i LGD_i \\ 5 \cdot \sqrt{V} & \text{, ha } 7.05\% \cdot \sum_i LGD_i < \sqrt{V} \leq 20\% \cdot \sum_i LGD_i \\ \sum_i LGD_i & \text{, ha } 20\% \cdot \sum_i LGD_i < \sqrt{V} \end{cases} \tag{1.10}$$

ahol

$$V = V_1 + V_2, \tag{1.11}$$

LGD_i pedig a veszteség értéke, abban az esetben ha az i. partner csődbe megy. V_1 és V_2 a következőképp számítandó,

$$V_1 = \sum_{(j,k)} \frac{PD_k \cdot (1 - PD_k) \cdot PD_j \cdot (1 - PD_j)}{1.25 \cdot (PD_k + PD_j) - PD_k \cdot PD_j} \cdot \sum_{PD_j} LGD_i \cdot \sum_{PD_k} LGD_i, \tag{1.12}$$

$$V_2 = \sum_j \frac{1.5 \cdot PD_j \cdot (1 - PD_j)}{2.5 - PD_j} \cdot \sum_{PD_j} LGD_i^2, \tag{1.13}$$

ahol PD_j a j. hitelbesorolású partner csődvalószínűsége. Az egyes hitelbesorolású cégek csődvalószínűségét a következő táblázat mutatja.

Hitel besorolás	AAA	AA+ AA AA-	A+ A A-	BBB+ BBB BBB-	BB+ BB BB-	B+ B B-	CCC+ CCC $\vdots$
PD_j	0.002%	0.01%	0.05%	0.24%	1.2%	4.175%	4.175%

1.2. táblázat.

Továbbá a veszteség értékének kiszámolása a következő formulával történik,

$$LGD_i = 0.5 \cdot \max(0, R_i + RM_i - C_i), \tag{1.14}$$

ahol

- R_i a legjobb becslése az i. partnertől származó várható bevételnek,
- RM_i az i. partnerrel kötött megállapodás kockázat csökkentő hatása, és
- C_i az i. partner által elhelyezett letét.

R_i hasonlóan számolandó mint a legjobb becslés, itt azonban azokat a pénzáramlásokat kell figyelembe venni, amelyek biztosítási események bekövetkezése miatti kompenzációként szolgálnak.
A partnerrel kötött megállapodás kockázat csökkentő hatása a következő két biztosítástechnikai és piaci kockázatokra képzendő szavatolótőke-szükséglet különbsége lesz:

- SCR^{elm} a szavatolótőke-szükséglete a biztosítástechnikai és piaci kockázatoknak, abban az esetben, ha a partner nem szolgáltat.
- SCR^{teny} a szavatolótőke-szükséglete a biztosítástechnikai és piaci kockázatoknak.

2. fejezet

Longevity bond

Ebben a fejezetben a longevity bond nevű pénzügyi termék tulajdonságait és árazását mutatjuk be a [4]-es és [5]-ös források segítségével.

2.1. A termék tulajdonságai

A továbbiakban a következő jelöléseket fogjuk használni:

- x_0 a kezdeti életkor.
- ω a maximálisan elérhető életkor.
- L_x az x évesen életben levők száma egy adott biztosítási állományban.
- $\hat{L}_x$ a biztostó kalkulációja alapján, a várhatóan x évesen életben levők száma egy adott biztosítási állományban.

Tegyük fel, hogy van egy biztosító, melynek kezdetben minden ügyfele x_0 éves, összesen L_{x_0} ügyfele van és minden ügyfélnek minden évben R járadékot fizet. Ekkor t év elteltével RL_{x_0+t} összeget kell kifizetnie, ahol $t = 0, 1, ..., \omega - x_0$. A biztosító t év elteltével $\hat{L}_{x_0+t}$ életben maradt ügyfélre számít ezért az L_{x_0+t} és $\hat{L}_{x_0+t}$ közötti különbség kockázatot jelent számára minden t évben. A biztosító ezt a kockázatot szeretné csökkenteni, erre nyújt lehetőséget a longevity bondnak nevezett pénzügyi termék. A termék kifizetéseit halálozási adatok határozzák meg, ez által alkalmas a továbbélési kockázat csökkentésére. Mi a hagyományos kamatozó kötvénnyel fogunk foglalkozni. Ennek kibocsátását technikai okokból nem közvetlenül a biztosító végzi, hanem megbíz ezzel egy úgynevezett Special Purpose Company-t, röviden SPC-t. Az SPC a megbízási díj ellenében kidolgozza a termék részleteit, és értékesíti azt a befektetőknek. Az SPC a saját kockázatát úgy kezeli, hogy kamatozó államkötvényt vásárol és ennek a kamatfizetéseit osztja szét a biztosító és a befektetők között. A fent leírtak formalizálásához tekintsünk egy S éves államkötvényt, melynek éves kamat fizetései RC_t, névértéke pedig RF. Az SPC ezen kamatfizetésekből létrehoz két pénzügyi eszközt, az egyiket a biztosító, a másikat a befektetők számára, a halálozási adatok alapján a következőképpen,

$$RC_t = R(D_t + B_t), \tag{2.1}$$

ahol RD_t összeget kap a biztosító és RB_t összeget kapnak a befektetők. Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a kamatfizetés konstans RC. Ekkor a biztosító RD_t bevételre tesz szert a t időpontban, ahol

$$D_t = \begin{cases} C & L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} > C \\ L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} & 0 < L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} \leq C \\ 0 & L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} \leq 0. \end{cases} \tag{2.2}$$

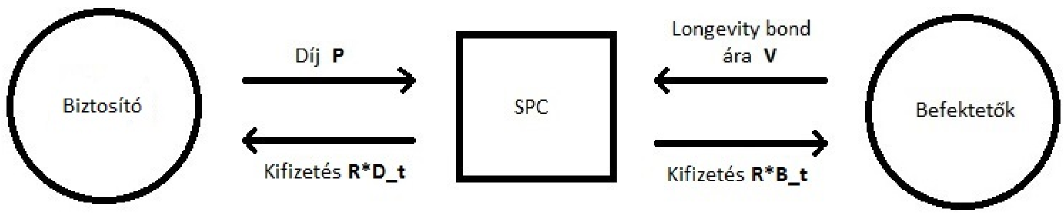
A befektetők kamat jövedelme RB_t, ahol

$$B_t = \begin{cases} 0 & L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} > C \\ C - (L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t}) & 0 < L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} \leq C \\ C & L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} \leq 0. \end{cases} \tag{2.3}$$

Tegyük fel továbbá, hogy az SPC

- W árat fizet az államkötvényért,
- $P > 0$ díjat kap a biztosítótól a longevity bond kibocsátásáért, és
- $V > 0$ áron értékesíti azt a befektetőknek,
- $DF(t)$ pedig jelölje a kockázatmentes hozammal számolt diszkontfaktort.

Mivel az SPC profitra törekszik ezért a $P + V \geq W$ egyenlőtlenségnek fenn kell állnia. Mi most feltesszük, hogy $P + V = W$. A pénzmozgásokat a következő ábra szemlélteti.



2.1. ábra.

Az államkötvény árát könnyedén meg tudjuk határozni,

$$W = R \cdot F \cdot DF(S) + R \cdot C \cdot \sum_{t=1}^{S} DF(t). \tag{2.4}$$

A megbízási díj, illetve a longevity bond ára pedig a következőképpen áll elő,

$$P = R \cdot \sum_{t=1}^{S} E^*[D_t] \cdot DF(t), \tag{2.5}$$

$$V = R \cdot F \cdot DF(S) + R \cdot \sum_{t=1}^{S} E^*[B_t] \cdot DF(t), \tag{2.6}$$

ahol $E^*[]$ kockázatsemleges valószínűségi mérték szerinti várható érték.

2.2. A termék árazása Wang transzformált segítségével

A feladatunk a fenti $E^*[B_t]$ kiszámolása, ehhez a Wang transzformáltat fogjuk használni. Jelölje $\Phi(x)$ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényét, $\phi(x)$ pedig a sűrűségfüggvényét. A

$$g_\lambda(u) = \Phi[\Phi^{-1}(u) - \lambda] \tag{2.7}$$

függvényt Wang transzformáltnak nevezzük, ahol $0 < u < 1$ és λ paraméter. A λ paramétert a kockázat piaci árának nevezik. Ha $F(t)$ eloszlásfüggvény, akkor az

$$F^*(t) = g_\lambda(F(t)) = \Phi[\Phi^{-1}(F(t)) - \lambda] \tag{2.8}$$

is eloszlásfüggvény lesz, és az általa meghatározott valószínűségi mérték kockázatsemleges mérték. Jelölje

- $\tilde{l}_x$ az x évesen életben levők számát egy adott halandósági tábla alapján,
- ${}_t\tilde{q}_x$ annak a valószínűségét, hogy egy x éves egyén t éven belül elhalálozik, és
- ${}_t\tilde{p}_x$ annak a valószínűségét, hogy egy x éves egyén t év elteltével még életben van.

A Wang transzformáltat mi $F(t) = {}_t\tilde{q}_{x_0}$-ra fogjuk alkalmazni. Vezessük még be a következő jelöléseket:

- ${}_t\tilde{q}^*_{x_0} = \Phi[\Phi^{-1}({}_t\tilde{q}_{x_0}) - \lambda_{x_0}]$
- ${}_t\tilde{p}^*_{x_0} = 1 - \Phi[\Phi^{-1}({}_t\tilde{q}_{x_0}) - \lambda_{x_0}]$

Az első feladatunk λ kiszámítása. A minden évben R összeget fizető életjáradék piaci árát ismerjük, így a következő egyenletet megoldva megkapjuk λ_{x_0} értékét.

$$\ddot{a}_{x_0} = \sum_{t\geq 0} \frac{R \cdot {}_t\tilde{p}^*_{x_0}}{(1+i)^t} = \sum_{t\geq 0} \frac{R \cdot (1 - \Phi[\Phi^{-1}({}_t\tilde{q}_{x_0}) - \lambda_{x_0}])}{(1+i)^t}, \tag{2.9}$$

ahol i jelöli a technikai kamatlábat.
Az $E^*[B_t]$ várható érték kiszámolásához, először átírjuk a (2.3)-as egyenlőséget,

$$\begin{aligned} B_t &= C - \max(L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t}, 0) + \max(L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} - C, 0) \\ &= C - (L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t})_+ + (L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} - C)_+, \end{aligned}$$

és várható értéket veszünk,

$$E^*[B_t] = C - E^*[(L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t})_+] + E^*[(L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} - C)_+].$$

Kérdés még L_{x_0+t} eloszlása, amely azon ügyfelek száma az állományban, akik x_0 évesen életben vannak és megérik az $x_0 + t$ éves kort. Vagyis L_{x_0+t} binomiális eloszlású, és mivel az x_0 évesen életben levők száma L_{x_0}, és adott halandósági tábla alapján, a Wang transzformált alkalmazása után, annak a valószínűsége, hogy egy x_0 évesen életben levő egyén megéri az $x_0 + t$ éves kort az ${}_t\tilde{p}^*_{x_0}$, így a binomiális eloszlás paraméterei L_{x_0} és ${}_t\tilde{p}^*_{x_0}$. Ha L_{x_0} elég nagy, akkor L_{x_0+t} eloszlását jól tudjuk közelíteni normális eloszlással, melynek várható értéke és szórás négyzete

$$\mu^*_t = L_{x_0} \cdot {}_t\tilde{p}^*_{x_0},$$

$$\sigma^{*^2}_t = L_{x_0} \cdot {}_t\tilde{p}^*_{x_0} \cdot (1 - {}_t\tilde{p}^*_{x_0}).$$

Egy véges várható értékű X valószínűségi változó esetén teljesül a következő összefüggés,

$$E[(X-k)_+] = \int_k^\infty (1 - F(t))dt,$$

ahol $F(t)$ az X valószínűségi változó eloszlásfüggvénye és $k \in \mathbb{R}$. Alkalmazzuk a fenti összefüggést standard normális valószínűségi változóra, integráljunk parciálisan és használjuk ki, hogy $\phi^{'}(t) = -t\phi(t)$, ekkor

$$\begin{aligned} E[(X-k)_+] &= \int_k^\infty (1 - \Phi(t))dt \\ &= -k(1 - \Phi(k)) + \phi(k) =: \Psi(k). \end{aligned}$$

A fenti formulát felhasználva

$$\begin{aligned} E^*[(L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t})_+] &= E^*[(L_{x_0+t} - \mu^*_t - (\hat{L}_{x_0+t} - \mu^*_t))_+] \\ &= \sigma^*_t E^*\Big[\Big(\frac{L_{x_0+t} - \mu^*_t}{\sigma^*_t} - \frac{\hat{L}_{x_0+t} - \mu^*_t}{\sigma^*_t}\Big)_+\Big] \\ &= \sigma^*_t \Psi\Big(\frac{\hat{L}_{x_0+t} - \mu^*_t}{\sigma^*_t}\Big). \end{aligned}$$

Ugyanígy ki tudjuk számolni a másik tagot is,

$$E^*[(L_{x_0+t} - \hat{L}_{x_0+t} - C)_+] = \sigma^*_t \Psi\Big(\frac{\hat{L}_{x_0+t} - \mu^*_t + C}{\sigma^*_t}\Big).$$

Most már fel tudjuk írni $E^*[B_t]$-t,

$$E^*[B_t] = C - \sigma^*_t \Big[\Psi\Big(\frac{\hat{L}_{x_0+t} - \mu^*_t}{\sigma^*_t}\Big) - \Psi\Big(\frac{\hat{L}_{x_0+t} - \mu^*_t + C}{\sigma^*_t}\Big)\Big]. \tag{2.10}$$

3. fejezet

Halandóság becslése és előrejelzése

Szakdolgozatomban elsősorban a hosszú élet kockázatát vizsgáljuk, ez különösen a járadékbiztosítások esetén lényeges kérdés. Ha nem jól mérjük fel a várható halandóságot, és emiatt alacsony díjat határozunk meg, nagy veszteségeket szenvedhetünk el az adott termék miatt. Ugyanakkor túl drágán sem árulhatjuk, hiszen azzal a konkurens biztosítókat juttatnánk versenyelőnyhöz. Mivel 2014-től ismét lehet adójóváírást igénybe venni a nyugdíjbiztosítások befizetései után, így a magyarországi biztosítók is élénken foglalkoznak a járadékok kérdéseivel. Ebben a fejezetben a [6]-os forrásban szereplő egyszerűbb modell kerül bemutatásra, melynek segítségével meg lehet becsülni és előre lehet jelezni a halálozási valószínűségeket.

3.1. Halandóság előrejelzése

A halandóság becslése loglineáris modellel történik, azt feltételezzük, hogy a halálozási valószínűségekre teljesül, hogy

$$ln(q_x) = ax + b, \tag{3.1}$$

ahol x az életkor, a és b pedig paraméterek, melyeket lineáris regresszióval becsülünk. Ezek után a halandóság előrejelzése a következőképpen történik. Tegyük fel, hogy vannak halandósági adataink több évre. Minden k évre megbecsüljük az a_k és b_k paramétereket, majd ezen paraméterekre újabb lineáris regressziót alkalmazunk,

$$a_k = A_1 t + A_2 \qquad \text{és} \qquad b_k = B_1 t + B_2, \tag{3.2}$$

ahol A_1, A_2, B_1, B_2 paraméterek, melyeket a lineáris regressziókkal becsültük. A t változót úgy kapjuk meg, hogy a k_0 évet bázis évnek választjuk és az ettől való eltérést számoljuk, azaz $t = k - k_0$.
Az így kapott változók segítségével meg tudjuk becsülni a k évben az x éves kori halálozási valószínűséget a következő képlet segítségével

$$q_{k,x} = e^{(A_1 t + A_2)x + (B_1 t + B_2)}. \tag{3.3}$$

A módszernek a legnagyobb előnye az egyszerűsége, kevés paraméter segítségével, néhány lineáris regressziót elvégezve meg tudjuk becsülni, illetve előre tudjuk jelezni a halandósági rátákat, továbbá könnyedén sztochasztizálható is a módszer.

3.2. Sztochasztizálás

A sztochasztizáláshoz azt feltételezzük, hogy a halandóság lognormális eloszlást követ, így a már bemutatott modell a következőképpen módosul

$$q_{k,x} = e^{(\xi_1 t + \xi_2)x + (\zeta_1 t + \zeta_2)}, \tag{3.4}$$

ahol ξ_1, ξ_2, ζ_1, ζ_2 normális eloszlású valószínűségi változók, várható értékeik a lineáris regressziókból kapott koefficiensek, szórásaik pedig a standard hibák.

4. fejezet

Alkalmazások

A fejezet során először egy fiktív járadékbiztosítási portfólióra kerül kiszámításra a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete, majd pedig megvizsgáljuk, hogyan befolyásolja ezt a tőkeszükségletet az, hogy ha a biztosító longevity bond kibocsátása mellet dönt. A fejezet második felében pedig bemutatásra kerül egy alternatív, sztochasztikus modell a szavatolótőke-szükséglet számítására. Azt fogjuk feltételezni, hogy a longevity bonddal történő kockázat csökkentés hatása csak a hosszú élet és a partner kockázat esetén nem elhanyagolható, így a továbbiakban csak ezen két kockázati modult fogjuk vizsgálni.

4.1. A járadékbiztosítási portfólió paraméterei

A járadékbiztosításunk paraméterei a következőek:

- Típus: Éves kifizetésű egyszeri díjas előleges járadék
- Tartam: Teljes életre szóló
- Éves kezdeti biztosítási összeg: 1 200 000 Ft
- Technikai kamatláb: 2%
- Többlethozam visszajuttatási arány: 90%
- Loading: 0%

A 0% loading azt jelenti, hogy nettó díjas biztosításról van szó, melynek árazásához használt halandósági tábla a következőképpen áll elő. Az 1949-2009 közötti magyar néphalandósági adatokból - férfiakra és nőkre külön-külön - elkészítjük az előző fejezetben bemutatott módszer segítségével az előrejelzéseket, maximális életkornak a 110 éves kort tekintjük ($\omega = 110$). A (3.3)-as képletbeli paraméterek a következőek:

Férfiak esetén	Nők esetén
$A_1 = 0$	$A_1 = 0$
$A_2 = 0.085$	$A_2 = 0.09$
$B_1 = -0.02$	$B_1 = -0.028$
$B_2 = -8.952$	$B_2 = -9.931$

Bázis évnek 2009-et választjuk, azaz $k_0 = 2009$. A következő ábra a 2009-es tényleges és becsült női halandósági rátákat mutatja.

4.1. ábra.

Az ábrán jól látszik, hogy 65 és 85 éves kor között a becslésünk jól közelíti a tényleges halandóságot, ám 85 éves kor felett alábecsüli azt. Mivel mi elsősorban előrejelzésre szeretnénk használni a modellt, nem pedig becslésre, és tudjuk, hogy a halandóság komoly ütemben javul, így ez nem okoz problémát.

2012 vége óta a gender direktíva miatt nem lehet különböző árszabást alkalmazni nőkre és férfiakra, ezért a becsült férfi és női halandóságokat keverni fogjuk, úgy hogy 65 éves korban a férfi-nő arányt $50-50\%$-nak választjuk.

Ezek alapján a biztosítás díja egy 65 éves egyén számára 17 411 710 Ft.

Az állományunkról azt feltételezzük, hogy a fent bemutatott biztosításból egyszerre 1000 kerül megkötésre ($L_{x_0} = 1000$), minden biztosított 65 éves ($x_0 = 65$), minden szerződés 2014. január 1-én lép hatályba, és később nem lesznek új kötéseink.

4.2. A szavatolótőke-szükséglet kiszámítása standard formulával

A szavatolótőke-szükséglet kiszámításának időpontja 2013. december 31., amikor már a fenti szerződések meg lettek kötve és a biztosítási díjak be lettek fizetve. Mivel ebben az esetben nincs partner kockázat, így a következőkben a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükségletét kell csak kiszámítani. Ehhez az alapvető saját tőke változását kell meghatározni, amihez az eszközeinket és a kötelezettségeinket kell értékelni.

Az eszközeink értéke nem más, mint az 1000 biztosítottól beszedett egyszeri díj, azaz 17 411 709 997 Ft.

A kötelezettségeink értékeléséhez a legjobb becslést kell elkészíteni. Szerződéses pénzáramlás csak a biztosítási összeg kifizetése lesz. A tartalékon elért éves hozamok és a diszkontáláshoz használt kockázatmentes hozamok a jelenlegi magyar államkötvény hozamokból számolt forward hozamok lesznek. A magyar államkötvény hozamokat a következő ábra mutatja.

Időtáv	Éves hozam
1	3.16%
3	4.66%
5	4.89%
10	5.74%
15	6.21%

4.1. táblázat.

A legjobb becslés értéke így 16 761 002 776 Ft.

Az alapvető saját tőke az eszközök és kötelezettségek különbsége, ami 650 707 221 Ft.

A szavatolótőke-szükséglet meghatározásához az 1.3. alfejezetben bemutatott hosszú élet sokkot kell átvezetni az eszköz-kötelezettség portfólión.

Ekkor az eszközök értéke nem változik.

A legjobb becslés értéke azonban megnő 18 318 312 857 Ft-ra.

Így az alapvető saját tőke értéke lecsökken -906 602 860 Ft-ra.

Vagyis a meglevő eszközeink már nem nyújtanak fedezetet a várható kötelezettségeinkre.

Továbbá mivel az alapvető saját tőke értéke csökkent a sokk hatására, így a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete a nem sokkolt és sokkolt állapot alapvető saját tőke értékének különbsége lesz, tehát

$$SCR = 1\ 557\ 310\ 081 \text{ Ft.} \tag{4.1}$$

Korábban már volt szó arról, hogy a Szolvencia I legfőbb kritikája az, hogy a szavatolótőke-szükséglet meghatározásának alapjául a tartalékok és díjak szolgálnak, így érdemes megvizsgálni, hogy ebben az esetben mekkora része is ez a szavatolótőke-szükséglet a tartaléknak. Az 1. év elején, mivel egyszeri díjas termékről van szó, a tartalék éppen 1000-szer a járadék ára lesz, így pedig a megállapított szavatoló tőke szükséglet a tartalék $\frac{1557310081}{17411709997} = 8.94\%$-ka lesz. Ez több mint kétszer akkora, mint a Szolvencia I által előírt 4%. A Szolvencia II rendszer bevezetése nagyon hosszú folyamat volt, többek között azért is, mert a szabályozók, bár növelni akarták a biztosítók szolvensségét, de nem akartak túl nagy terhet róni rájuk az új tőkeszabályokkal. A fenti példa is mutatja, hogy egyes esetekben mekkora tőkeszükséglet növekedést okozhat az új szabályozás.

4.3. Longevity bondok alkalmazásának kvantitatív hatása a szavatolótőke-szükségletre

A következőkben azt vizsgáljuk, hogy a 2. fejezetben bemutatott longevity bond segítségével lehet-e csökkenteni a szavatolótőke-szükségletet. Ehhez tegyük fel, hogy szerződést kötünk egy AAA besorolású SPC-vel longevity bond kibocsátásáról. A kibocsátás névértéke 500 000 000 Ft. Ehhez az SPC 500 000 000 Ft névértékű évente 6.75% kamatot fizető 40 éves államkötvényt fog vásárolni, és ennek kamatfizetéseit osztja szét a befektetők és a biztosítónk között. A szavatolótőke-szükséglet kiszámításának időpontja továbbra is 2013. december 31., ekkora már a biztosítási szerződések és a longevity bond kibocsátásáról szóló szerződés is meg lett kötve, azonban az ez utóbbi miatt keletkezett kötelezettségek még nincsenek rendezve. Elsőként a szerződésben szereplő pénzügyi eszközök árát határozzuk meg.

Az államkötvény W ára 529 867 029 Ft.

A longevity bond V árát a 2.2. alfejezetben bemutatott módszerrel számítjuk ki. A kockázat ára $\lambda_{65} = 0.1739$, a longevity bond ára pedig 204 684 524 Ft.

A $P = W - V$ összefüggés felhasználásával pedig a biztosítónk által fizetendő megbízási díjat is megkapjuk, ami 325 182 505 Ft.

A partnerrel kötött szerződés miatt a szavatolótőke-szükséglet vizsgálata a hosszú élet kockázata mellett a partner kockázatra is kiterjed. Kezdjük az előbbivel.

Az eszközeink és biztosítástechnikai kötelezettségeink értékét az SPC-vel kötött üzlet nem befolyásolja, azonban mind alap esetben, mind sokkolás esetén keletkezett 300 874 622 Ft egyéb kötelezettségünk.

Még meg kell határoznunk a megállapodásból származó egyéb követelés legjobb becslését. Ez nem sokkolt esetben 0 Ft, hiszen ha a halandóság úgy alakul, ahogy mi vártuk, akkor a (2.2) kifizetés függvény szerint, a biztosítónknak nem jár semmi. Sokkolt esetben viszont 419 854 547 Ft követelésünk lesz az SPC-től.

Így az alapvető saját tőkénk értéke rendre 325 524 717 Ft és -811 930 817 Ft.

A halandósági sokk komolyságát mutatja, hogy még ebben az esetben is jelentősen meghaladja a kötelezettségeink várható jelenértéke az eszközeink várható jelenértékét.

Mivel a sokk hatására csökkent az alapvető saját tőkénk értéke, így a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete 1 137 455 534 Ft.

A partner kockázat szavatolótőke-szükséglete az 1.4. alfejezetben bemutatott képletekkel számolandó, abban a speciális esetben, amikor csak egy partnerünk van.

A veszteség várható értéke csőd esetén, LGD = 419 854 547 Ft.

A csőd valószínűsége, a partner hitelbesorolása miatt 0.002%.

Ezekből kiszámolható, hogy $\sqrt{V} = 1\ 454\ 410$ Ft.

Mivel $1\,454\,410 \leq 7.05\% \cdot 419\,854\,547$, ezért a partner kockázat szavatolótőke-szükséglete 4 363 230 Ft.

A vizsgált szavatolótőke-szükséglet a fent kiszámolt kockázati modulok szavatolótőke-szükségletéből az (1.7) képlet segítségével kapható meg,

$$SCR = 1\ 138\ 009\ 172 \text{ Ft.} \tag{4.2}$$

A kiszámolt (4.1) és (4.2) szavatolótőke-szükségletek különbségét felszabadítható szavatoló tőkének fogjuk nevezni, ennek értéke 419 300 910 Ft. Viszont még rendezni kell a longevity bond kibocsátása miatt keletkezett kötelezettségünket, ami 325 182 505 Ft. A felszabadítható szavatoló tőke és az SPC-vel szemben fennálló kötelezettség különbségét felszabadítható tőkének fogjuk nevezni, melynek értéke most

$$94\ 118\ 405 \text{ Ft.} \tag{4.3}$$

Ez az alaphelyzetbeli hosszú élet kockázat szavatolótőke-szükségletének nagyjából 6%-a.

4.4. Egy alternatív, sztochasztikus modell

A következőkben bemutatásra kerül egy másik modell, amivel ki lehet számolni a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükségletét. Ebben a modellben a 20%-os halandósági sokk helyett halandósági szcenáriókat fogunk használni. Az 1.3. alfejezetben bemutatott módszert úgy módosítjuk, hogy a második, sokkolt halandósággal készített legjobb

becslés helyett, halandósági szcenáriókkal fogunk legjobb becsléseket készíteni. Ezek segítségével pedig szavatolótőke-szükségleteket tudunk számolni. A hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete az így számolt értékek 99.5%-os kvantilise lesz.
Mi most 1001 szcenáriót fogunk használni, amelyeket a 3. fejezetben bemutatott módszerrel készítjük el, ahol a (3.4) egyenletben szereplő változók

Férfiak esetén	Nők esetén
$\xi_1 = 0$	$\xi_1 = 0$
$\xi_2 = 0.085$	$\xi_2 \sim N(0.09, 0.001)$
$\zeta_1 \sim N(-0.02, 0.001)$	$\zeta_1 \sim N(-0.028, 0.002)$
$\zeta_2 \sim N(-8.952, 0.047)$	$\zeta_2 \sim N(-9.931, 0.054)$

A 4.2. alfejezetben részletezett számítások elvégzése után, azt kapjuk, hogy ezzel a sztochasztikus modellel a szavatolótőke-szükséglet,

$$SCR = 1\ 033\ 027\ 499 \text{ Ft.} \tag{4.4}$$

Ez körülbelül $\frac{2}{3}$-a a standard formulával számolt értéknek. A különbség oka, hogy a modellezett halandósági rátáink egyetlen szcenárióban sem tolódnak le 20%-kal az eredetihez képest, ami jól jelzi a standard formula sokkjának komolyságát.

4.5. Longevity bond kibocsátásának hatása a sztochasztikus modell esetén

Végezetül elvégezzük a 4.3. alfejezet számításait a sztochasztikus modellünkre.
A hosszú élet illetve partner kockázat szavatolótőke-szükségletei rendre 686 917 060 Ft és 3 413 890 Ft, ezáltal pedig a vizsgált szavatolótőke-szükséglet,

$$SCR = 687\ 352\ 142 \text{ Ft.} \tag{4.5}$$

Tehát ez esetben a felszabadítható szavatoló tőke csak 345 675 357 Ft. Teljesen természetes módon kevesebb mint a standard formulával való számítás során, hiszen alacsonyabb szavatolótőke-szükséglet esetén - mely a kockázatunkat tükrözi - a kockázatcsökkentés hatása is kisebb lesz. Ezentúl mivel a longevity bond árazása teljesen független a biztosítónk tőkeszükséglet számítási módszerétől, így az általunk fizetendő megbízási díj nem változik, így a sztochasztikus modellünk esetén a felszabadítható tőke értéke

$$20\ 492\ 853 \text{ Ft.} \tag{4.6}$$

Ez a standard modellel számított érték körülbelül 22%-ka. Vagyis miközben a sztochasztikus modellünkkel a standard formulához képest harmadával csökkent a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete, addig a felszabadítható tőke nagysága kevesebb mint negyedére csökkent.

5. fejezet

Érzékenységvizsgálat

Ebben a fejezetben érzékenységvizsgálatot fogunk végezni a 4.3. alfejezetben bemutatott kockázatcsökkentő megállapodás miatt felszabadítható tőke értékére, amelynek két meghatározó része a felszabadítható szavatoló tőke és a megbízási díj. Az érzékenységvizsgálat tárgya a technikai kamatláb, a többlethozam visszajuttatás mértéke, a hozam, a longevity bond kibocsátás névértéke, valamint az SPC hitelbesorolása lesz.

5.1. Technikai kamatláb

Kezdjük a technikai kamatlábbal. Itt azt feltételezzük, hogy a biztosító a járadék árazásához és az SPC a longevity bond árazásához ugyanazt a technikai kamatlábat használja. Az alábbi táblázat mutatja, hogy a technikai kamatláb változása milyen hatással van a fent említett felszabadítható tőke értékre, illetve annak összetevőire.

Technikai kamatláb	Felszabadítható tőke	Felszabadítható szavatoló tőke	Megbízási díj
2.5%	101 316 158 Ft	419 299 845 Ft	317 983 687 Ft
2%	94 118 405 Ft	419 300 910 Ft	325 182 505 Ft
1.5%	87 242 768 Ft	419 301 847 Ft	332 059 079 Ft

5.1. táblázat.

Jól látszik, hogy a technikai kamatláb változása a felszabadítható szavatoló tőke nagyságára minimális hatással van, azonban a megbízási díjat jobban mozgatja. Mi lehet ennek az oka? Hogy ezt a kérdést megválaszoljuk érdemes megvizsgálni a (2.9) egyenletben szereplő λ értékét az egyes technikai kamatlábak mellett.

Technikai kamatláb	λ_{65}
2.5%	0.1637
2%	01739
1.5%	0.1845

5.2. táblázat.

Tehát a technikai kamatláb növekedése a λ csökkenését okozza. A λ csökkenése pedig a longevity bond árának növekedéséhez vezet, ami miatt a megbízási díj alacsonyabb lesz.

5.2. Többlethozam visszajuttatás

Következzen a többlethozam visszajuttatás mértékére vett érzékenység.

Többlethozam visszajuttatás százaléka	Felszabadítható tőke	Felszabadítható szavatoló tőke	Megbízási díj
100%	94 119 296 Ft	419 301 801 Ft	325 182 505 Ft
95%	94 118 864 Ft	419 301 369 Ft	325 182 505 Ft
90%	94 118 405 Ft	419 300 910 Ft	325 182 505 Ft
85%	94 117 916 Ft	419 300 421 Ft	325 182 505 Ft
80%	94 117 395 Ft	419 299 899 Ft	325 182 505 Ft

5.3. táblázat.

Mivel a többlethozam visszajuttatás mértéke a longevity bond árazásában nem jelenik meg, így természetesen a megbízási díjra sincs hatással. A többlethozam visszajuttatás mértékének növekedésével a kötelezettségeink is növekednek, ezáltal a kockázat csökkentő megállapodás hatásait jobban ki tudjuk használni, így, ha csak minimálisan is, de több lesz a felszabadítható szavatoló tőkénk.

5.3. Hozam

Most azt fogjuk vizsgálni, hogy a 4.1. táblázatban szereplő hozamgörbe -2, -1, +1, valamint +2 %-kal való eltolódásának milyen hatása van az eredményeinkre.

Hozamgörbe eltolódása	Felszabadítható tőke	Felszabadítható szavatoló tőke	Megbízási díj
+2%	48 491 725 Ft	326 061 059 Ft	277 569 334 Ft
+1%	68 210 332 Ft	368 243 443 Ft	300 033 111 Ft
0%	94 118 405 Ft	419 300 910 Ft	325 182 505 Ft
-1%	128 311 928 Ft	481 730 821 Ft	353 418 893 Ft
-2%	173 663 004 Ft	558 876 566 Ft	385 213 562 Ft

5.4. táblázat.

Az érzékenységvizsgálat azt mutatja, hogy mind a felszabadítható szavatoló tőke, mind a megbízási díj roppant érzékeny a hozamra. Vizsgáljuk meg miért is van ez. A (2.5) képletből látszik, hogy a hozam csökkenésével a megbízási díj növekszik. Továbbá az (1.1) képletet megnézve, látszik hogy a hozam csökkenése a biztosítástechnikai kötelezettségek növekedéséhez is vezet, így aztán a kockázat csökkentő megállapodásunk előnyeit jobban ki tudjuk használni. Mivel azonban a hozam csökkenésével a felszabadítható szavatoló tőke növekedése dinamikusabb mint a megbízási díj növekedése, ezáltal a felszabadítható tőkénk értéke is növekszik.

5.4. Longevity bond kibocsátás névértéke

Következőnek az SPC-vel kötött üzlet névértékére végzünk érzékenységvizsgálatot. Ennek eredményét az alábbi táblázat mutatja.

Longevity bond kibocsátás névértéke	Felszabadítható tőke	Felszabadítható szavatoló tőke	Megbízási díj
700 000 000 Ft	127 026 596 Ft	541 698 402 Ft	414 671 806 Ft
600 000 000 Ft	110 490 054 Ft	483 619 754 Ft	373 129 700 Ft
500 000 000 Ft	94 118 405 Ft	419 300 910 Ft	325 182 505 Ft
400 000 000 Ft	77 351 527 Ft	348 560 550 Ft	271 209 023 Ft
300 000 000 Ft	59 830 121 Ft	271 264 633 Ft	211 434 512 Ft

5.5. táblázat.

Nem meglepő módon a nagyobb üzlet többe kerül de jobban le tudjuk vele fedezni a kockázatainkat. Megjegyzendő még, hogy ez az egyetlen a vizsgált paraméterek közül, amelynél komolyabb mozgásterünk van, hiszen ennek nagyságát mi magunk választhatjuk meg, miközben a hozamokra semmilyen befolyásunk sincs, a technikai kamatláb nagysága és a többlethozam visszajuttatás mértéke elég szűk határok között mozgatható, továbbá a következőkben is látni fogjuk, hogy semmi értelme rossz hitelbesorolású partnerrel üzletet kötni, ha választhatunk jobbat.

5.5. Hitelbesorolás

Utolsó érzékenységvizsgálatunk során nem az az érdekes kérdés, hogy a vizsgált paraméter változása milyen hatással van az eredményeinkre, hiszen az elég nyilvánvaló, inkább a változások nagyságrendje lehet érdekes.

SPC hitelbesorolása	Felszabadítható tőke	Felszabadítható szavatoló tőke	Megbízási díj
AAA	94 118 405 Ft	419 300 910 Ft	325 182 505 Ft
AA	93 411 370 Ft	418 593 875 Ft	325 182 505 Ft
A	91 740 041 Ft	416 922 546 Ft	325 182 505 Ft
BBB	87 720 165 Ft	412 902 670 Ft	325 182 505 Ft
BB	59 193 013 Ft	384 375 518 Ft	325 182 505 Ft
B	9 565 883 Ft	334 748 388 Ft	325 182 505 Ft

5.6. táblázat.

A 2.2 alfejezetben bemutatott árazási módszer nem függ az SPC hitelbesorolásától, így a megbízási díjunkra sem lesz hatással. A felszabadítható szavatoló tőke esetében viszont jól látszik, hogy BB besorolásnál az érték jócskán visszaesik, ez az a pont, amikor a partner kockázat szavatolótőke-szükséglete a (1.10) egyenlet második sávjába kerül.

Összefoglalás

A számítások során kiderült, hogy a hosszú élet kockázatának szavatolótőke-szükséglete a Szolvencia II szabályozásban jóval nagyobb is lehet mint, a jelenleg érvényes Szolvencia I-ben. Ezért érdemes lehet kockázat csökkentő technikákat alkalmazni, melyekkel a szavatolótőke-szükséglet csökkenésén túl, még az egyes évek eredményeinek variabilitása is csökkenthető. Egy ilyen lehetőség a longevity bond kibocsátása, mellyel jelentősen csökkenthető a hosszú élet kockázatának való kitettség, és így az ezen kockázathoz tartozó szavatolótőke-szükséglet. Még a partner kockázat megjelenése, és a partnernek fizetendő díj ellenére is megérheti alkalmazni ezt a pénzügyi terméket. Az érzékenységvizsgálat során kiderült, hogy a longevity bond kibocsátásával felszabadítható tőke nagysága leginkább a hozamra, és a kibocsátás névértékére érzékeny. A technikai kamatláb, valamint a többlethozam visszajuttatás mértékének - melyek magának a járadékbiztosítási terméknek a paraméterei - változásainak hatására csak kis mértékben változtak az eredmények, ami azért jó hír, mert így akár már egy meglévő járadékbiztosítási portfóliót érdemes lehet ezzel a technikával lefedezni és nem kell ehhez egy új terméket létrehozni, ami képes kihasználni a megállapodás előnyeit. Az eredmények azt is igazolták, hogy mindig érdemes az elérhető legjobb hitelbesorolású partnert választani egy-egy üzlet megkötésekor.

A negyedik fejezet második fele, pedig arra világított rá, hogy a szavatolótőke-szükséglet csökkentésére nem csak kockázat csökkentő technikákat lehet használni, hanem - mivel erre a szabályozás lehetőséget is ad - saját, úgynevezett belső modellek kidolgozása is alkalmas lehet.

Összességében tehát azt láttuk, hogy az új szabályozás alatt, annak érdekében hogy a rendelkezésre álló tőke a lehető legjobban hasznosulhasson érdemes kockázatcsökkentő technikákat alkalmazni, például longevity bondot, de a belső modellek kidolgozása is alkalmas megoldás lehet.

Irodalomjegyzék

[1] *Technical Specification on the Long Term Guarantee Assessment (Part I)*, (2013).

[2] *A 2011. évi Szolvencia II mennyiségi hatástanulmány összefoglalója*, (2012).

[3] *Hanák Gábornak a tőke szükségletről szóló előadás diái.*

[4] Susanna Levantesi, Massimiliano Menzietti, Tiziana Torri: *Longevity bond pricing modells: An application to the Italian annuity market and pension schemes*, (2008).

[5] Yijia Lin, Samual H. Cox: *Securatization of mortality risks in life annuaities*, (2004).

[6] Miklós Arató, Dávid Bozsó, Péter Elek, András Zempléni: *Forecasting and simulating mortality tables*, (2009).