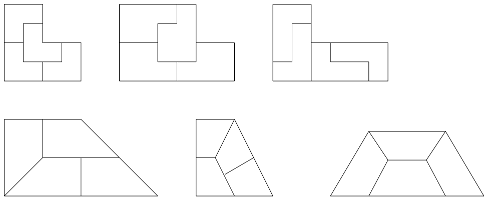
Alakzatok felbontása hasonló, illetve egybevágó részekre

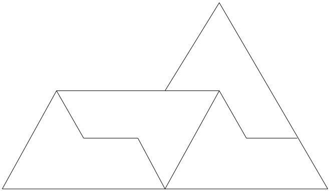
Laczkovich Miklós

2011. október 25.

C. D. Langford 1940

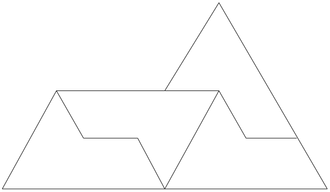


S. Golomb 1964



és sok más felbontás

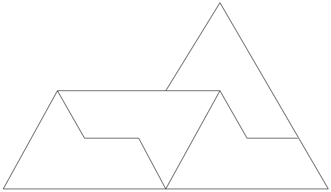
S. Golomb 1964



és sok más felbontás

replicating tilings = reptiles

S. Golomb 1964



és sok más felbontás

replicating tilings = reptiles

Definíció

alakzat = nemüres belsejű kompakt halmaz
Az A alakzat önismétlő, ha felbontható legalább két egymásba nem nyúló egybevágó részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes önismétlő alakzatot.

Probléma

Soroljuk fel az összes önismétlő alakzatot.

Probléma

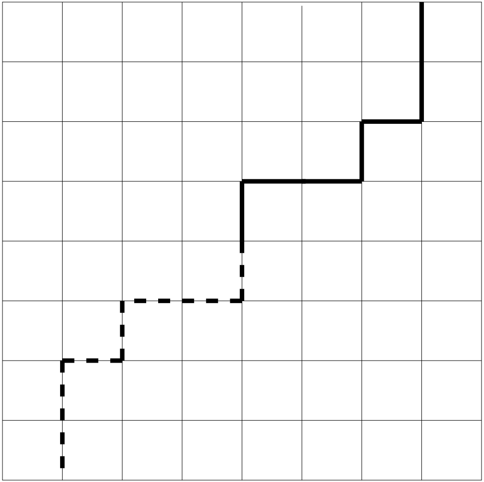
Soroljuk fel az összes önismétlő alakzatot.

(Reménytelen)

Probléma

Soroljuk fel az összes önismétlő alakzatot.

(Reménytelen)



Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önismétlő alakzatot.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önismétlő alakzatot.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önismétlő alakzatot.

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög. (Valette, Zamfirescu 1974)

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önismétlő alakzatot.

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög. (Valette, Zamfirescu 1974)

Tétel (E. Hertel 1989)

Ha egy konvex k-szög felbontható véges sok (de legalább két) konvex k-szögre, akkor $k \leq 5$.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önismétlő alakzatot.

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög. (Valette, Zamfirescu 1974)

Tétel (E. Hertel 1989)

Ha egy konvex k-szög felbontható véges sok (de legalább két) konvex k-szögre, akkor $k \leq 5$.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önismétlő alakzatot.

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög. (Valette, Zamfirescu 1974)

Tétel (E. Hertel 1989)

Ha egy konvex k-szög felbontható véges sok (de legalább két) konvex k-szögre, akkor $k \leq 5$.

Minden háromszög önismétlő.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önismétlő alakzatot.

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög. (Valette, Zamfirescu 1974)

Tétel (E. Hertel 1989)

Ha egy konvex k-szög felbontható véges sok (de legalább két) konvex k-szögre, akkor $k \leq 5$.

Minden háromszög önismétlő.

Tétel (U. Betke 1980? I. Osburg 2004)

Egyetlen konvex ötszög sem lehet önismétlő. Tehát minden önismétlő alakzat háromszög vagy négyszög.

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Ha egy négyszög 4-önismétlő, akkor egyike a Langford-féle négyszögeknek vagy parallelogramma.

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Ha egy négyszög 4-önismétlő, akkor egyike a Langford-féle négyszögeknek vagy parallelogramma.

Sejtés (Doyen, Landuyt 1983?)

Ha egy négyszög önismétlő, akkor trapéz.

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Ha egy négyszög 4-önismétlő, akkor egyike a Langford-féle négyszögeknek vagy parallelogramma.

Sejtés (Doyen, Landuyt 1983?)

Ha egy négyszög önismétlő, akkor trapéz.

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Ha egy négyszög 4-önismétlő, akkor egyike a Langford-féle négyszögeknek vagy parallelogramma.

Sejtés (Doyen, Landuyt 1983?)

Ha egy négyszög önismétlő, akkor trapéz.

(Megoldatlan)

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Ha egy négyszög 4-önismétlő, akkor egyike a Langford-féle négyszögeknek vagy parallelogramma.

Sejtés (Doyen, Landuyt 1983?)

Ha egy négyszög önismétlő, akkor trapéz.

(Megoldatlan)

Tétel (I. Osburg 2004)

Ha egy négyszög önismétlő, akkor vagy trapéz vagy húrnégyszög.

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önhasonló alakzatot.

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önhasonló alakzatot.

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önhasonló alakzatot.

Minden konvex önhasonló alakzat sokszög.

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önhasonló alakzatot.

Minden konvex önhasonló alakzat sokszög.

Tétel

Minden derékszögű deltoid önhasonló.

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önhasonló alakzatot.

Minden konvex önhasonló alakzat sokszög.

Tétel

Minden derékszögű deltoid önhasonló.

Kérdés

Vannak-e önhasonló konvex ötszögek?

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önhasonló alakzatot.

Minden konvex önhasonló alakzat sokszög.

Tétel

Minden derékszögű deltoid önhasonló.

Kérdés

Vannak-e önhasonló konvex ötszögek?

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önhasonló alakzatot.

Minden konvex önhasonló alakzat sokszög.

Tétel

Minden derékszögű deltoid önhasonló.

Kérdés

Vannak-e önhasonló konvex ötszögek?

(Megoldatlan)

Definíció

Az A alakzat önhasonló, ha felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak A-hoz.

Probléma

Soroljuk fel az összes konvex önhasonló alakzatot.

Minden konvex önhasonló alakzat sokszög.

Tétel

Minden derékszögű deltoid önhasonló.

Kérdés

Vannak-e önhasonló konvex ötszögek?

(Megoldatlan)

Tétel (Hertel, Richter 2010)

Bármely önhasonló konvex ötszög szögei $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{2\pi}{3}$ *(ebben a sorrendben).*

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (LM 1995)

Tegyük fel, hogy $S \subset \mathbb{R}^2$ *olyan konvex alakzat, amely felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló konvex részre, melyek egyike hasonló* S*-hez. Ekkor* S *sokszög.*

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (LM 1995)

Tegyük fel, hogy $S \subset \mathbb{R}^2$ *olyan konvex alakzat, amely felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló konvex részre, melyek egyike hasonló* S*-hez. Ekkor* S *sokszög.*

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (LM 1995)

Tegyük fel, hogy $S \subset \mathbb{R}^2$ olyan konvex alakzat, amely felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló konvex részre, melyek egyike hasonló S-hez. Ekkor S sokszög.

$\mathbb{R}^3$-ban hamis!

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (LM 1995)

Tegyük fel, hogy $S \subset \mathbb{R}^2$ olyan konvex alakzat, amely felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló konvex részre, melyek egyike hasonló S-hez. Ekkor S sokszög.

$\mathbb{R}^3$-ban hamis!

Kérdés (Zamfirescu)

Tegyük fel, hogy a $P \subset \mathbb{R}^3$ konvex alakzat felbontható véges sok egymásba nem nyúló konvex részre, amelyek közül kettő hasonló P-hez. Igaz-e, hogy P poliéder?

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (LM 1995)

Tegyük fel, hogy $S \subset \mathbb{R}^2$ olyan konvex alakzat, amely felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló konvex részre, melyek egyike hasonló S-hez. Ekkor S sokszög.

$\mathbb{R}^3$-ban hamis!

Kérdés (Zamfirescu)

Tegyük fel, hogy a $P \subset \mathbb{R}^3$ konvex alakzat felbontható véges sok egymásba nem nyúló konvex részre, amelyek közül kettő hasonló P-hez. Igaz-e, hogy P poliéder?

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (LM 1995)

Tegyük fel, hogy $S \subset \mathbb{R}^2$ olyan konvex alakzat, amely felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló konvex részre, melyek egyike hasonló S-hez. Ekkor S sokszög.

$\mathbb{R}^3$-ban hamis!

Kérdés (Zamfirescu)

Tegyük fel, hogy a $P \subset \mathbb{R}^3$ konvex alakzat felbontható véges sok egymásba nem nyúló konvex részre, amelyek közül kettő hasonló P-hez. Igaz-e, hogy P poliéder?

Tétel (K. Adiprasito 2010)

Igen!

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (LM 1995)

Tegyük fel, hogy $S \subset \mathbb{R}^2$ olyan konvex alakzat, amely felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló konvex részre, melyek egyike hasonló S-hez. Ekkor S sokszög.

$\mathbb{R}^3$-ban hamis!

Kérdés (Zamfirescu)

Tegyük fel, hogy a $P \subset \mathbb{R}^3$ konvex alakzat felbontható véges sok egymásba nem nyúló konvex részre, amelyek közül kettő hasonló P-hez. Igaz-e, hogy P poliéder?

Tétel (K. Adiprasito 2010)

Igen!

Tétel (Valette, Zamfirescu 1974)

Minden konvex önismétlő alakzat sokszög.

Tétel (LM 1995)

Tegyük fel, hogy $S \subset \mathbb{R}^2$ olyan konvex alakzat, amely felbontható véges sok (de legalább két) egymásba nem nyúló konvex részre, melyek egyike hasonló S-hez. Ekkor S sokszög.

$\mathbb{R}^3$-ban hamis!

Kérdés (Zamfirescu)

Tegyük fel, hogy a $P \subset \mathbb{R}^3$ konvex alakzat felbontható véges sok egymásba nem nyúló konvex részre, amelyek közül kettő hasonló P-hez. Igaz-e, hogy P poliéder?

Tétel (K. Adiprasito 2010)

Igen!

Nem igaz $\mathbb{R}^d$-ben, ha $d \geq 4$.

Definíció

Az A alakzat kirakható a B alakzat hasonló példányaival, ha A felbontható véges sok egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak B-hez. $(B \mid A)$

Definíció

Az A alakzat kirakható a B alakzat hasonló példányaival, ha A felbontható véges sok egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak B-hez. $(B \mid A)$

Definíció

Az A alakzat kirakható a B alakzat hasonló példányaival, ha A felbontható véges sok egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak B-hez. $(B \mid A)$

Probléma

Adott A és B. Eldöntendő, hogy igaz-e $B \mid A$.

Definíció

Az A alakzat kirakható a B alakzat hasonló példányaival, ha A felbontható véges sok egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak B-hez. $(B \mid A)$

Probléma

Adott A és B. Eldöntendő, hogy igaz-e $B \mid A$.

Definíció

Az A alakzat kirakható a B alakzat hasonló példányaival, ha A felbontható véges sok egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak B-hez. $(B \mid A)$

Probléma

Adott A és B. Eldöntendő, hogy igaz-e $B \mid A$.

Tétel (M. Dehn 1903)

Ha N négyzet és T egy $a \times b$ méretű téglalap, akkor $N \mid T \iff b/a \in \mathbb{Q}$.

Definíció

Az A alakzat kirakható a B alakzat hasonló példányaival, ha A felbontható véges sok egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak B-hez. $(B \mid A)$

Probléma

Adott A és B. Eldöntendő, hogy igaz-e $B \mid A$.

Tétel (M. Dehn 1903)

Ha N négyzet és T egy $a \times b$ méretű téglalap, akkor
$N \mid T \iff b/a \in \mathbb{Q}$.

Definíció

Az A alakzat kirakható a B alakzat hasonló példányaival, ha A felbontható véges sok egymásba nem nyúló részre, amelyek hasonlóak B-hez. $(B \mid A)$

Probléma

Adott A és B. Eldöntendő, hogy igaz-e $B \mid A$.

Tétel (M. Dehn 1903)

Ha N négyzet és T egy $a \times b$ méretű téglalap, akkor $N \mid T \iff b/a \in \mathbb{Q}$.

Tétel (Szekeres György, LM 1989)

Legyen N egy négyzet és T egy $a \times b$ méretű téglalap. $T \mid N$ akkor és csak akkor, ha b/a algebrai, és mindegyik konjugáltja a $\{\operatorname{Re} z > 0\}$ félsíkba esik.

Tétel (C. Freiling, D. Rinne, LM 1997)

Feltételek $T_1 \mid T_2$*-re, ahol* T_1, T_2 *téglalapok.*

Tétel (C. Freiling, D. Rinne, LM 1997)

Feltételek $T_1 \mid T_2$*-re, ahol* T_1, T_2 *téglalapok.*

Tétel (C. Freiling, D. Rinne, LM 1997)

Feltételek $T_1 \mid T_2$*-re, ahol* T_1, T_2 *téglalapok.*

Probléma

Legyenek a Δ *háromszög szögei* α, β, γ*. Minden adott* S *sokszögre eldöntendő, hogy igaz-e* $\Delta \mid S$*.*

Tétel (C. Freiling, D. Rinne, LM 1997)

Feltételek $T_1 \mid T_2$*-re, ahol* T_1, T_2 *téglalapok.*

Probléma

Legyenek a Δ *háromszög szögei* α, β, γ*. Minden adott* S *sokszögre eldöntendő, hogy igaz-e* $\Delta \mid S$*.*

Tétel (LM 1990)

Legyen S *konvex sokszög, két csúcsának koordinátái racionálisak. Ha* $\Delta \mid S$*, akkor a kirakás bármely csúcspontjának a koordinátái a* $\mathbb{Q}(\cot\alpha, \cot\beta, \cot\gamma)$ *testben vannak.*

Tétel (C. Freiling, D. Rinne, LM 1997)

Feltételek $T_1 \mid T_2$*-re, ahol* T_1, T_2 *téglalapok.*

Probléma

Legyenek a Δ *háromszög szögei* α, β, γ*. Minden adott* S *sokszögre eldöntendő, hogy igaz-e* $\Delta \mid S$*.*

Tétel (LM 1990)

Legyen S *konvex sokszög, két csúcsának koordinátái racionálisak. Ha* $\Delta \mid S$*, akkor a kirakás bármely csúcspontjának a koordinátái a* $\mathbb{Q}(\cot\alpha, \cot\beta, \cot\gamma)$ *testben vannak.*

Tétel (C. Freiling, D. Rinne, LM 1997)

Feltételek $T_1 \mid T_2$*-re, ahol* T_1, T_2 *téglalapok.*

Probléma

Legyenek a Δ *háromszög szögei* α, β, γ*. Minden adott* S *sokszögre eldöntendő, hogy igaz-e* $\Delta \mid S$*.*

Tétel (LM 1990)

Legyen S *konvex sokszög, két csúcsának koordinátái racionálisak. Ha* $\Delta \mid S$*, akkor a kirakás bármely csúcspontjának a koordinátái a* $\mathbb{Q}(\cot\alpha, \cot\beta, \cot\gamma)$ *testben vannak.*

Következmény

Egy $a \times b$ *méretű téglalap akkor és csak akkor rakható ki egyenlőszárú derékszögű háromszögekkel, ha* $b/a \in \mathbb{Q}$*.*

Kérdés (Pósa Lajos 1987)

Kirakható-e a négyzet $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$ *szögű háromszögekkel?*

Kérdés (Pósa Lajos 1987)

Kirakható-e a négyzet $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$ *szögű háromszögekkel?*

Kérdés (Pósa Lajos 1987)

Kirakható-e a négyzet $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$ szögű háromszögekkel?

$$\cot \pi/2 = 0,\ \cot \pi/3 = \sqrt{3}/3,\ \cot \pi/6 = \sqrt{3};\ F = \mathbb{Q}(\sqrt{3}).$$

Kérdés (Pósa Lajos 1987)

Kirakható-e a négyzet $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$ szögű háromszögekkel?

$\cot \pi/2 = 0$, $\cot \pi/3 = \sqrt{3}/3$, $\cot \pi/6 = \sqrt{3}$; $F = \mathbb{Q}(\sqrt{3})$.

Tétel (LM 1990)

Tegyük fel, hogy az $S = (V_1, \dots, V_N)$ sokszöget kirakják a $\Delta_1, \dots, \Delta_n$ háromszögek, melyek szögei α, β, γ. Legyen F a V_i koordinátái és a $\cot\alpha, \cot\beta, \cot\gamma$ *számok által generált test, $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmus, és legyen $\Phi(x, y) = (\phi(x), \phi(y))$.*
Ha $\Phi(V_1), \dots, \Phi(V_N)$ egy $S' = \Phi(S)$ sokszög egymás utáni csúcsai, akkor a Δ_i háromszögek Δ_i' képei hasonlóak, kirakják S'-t, és az irányításuk megegyezik S' irányításával.

Kérdés (Pósa Lajos 1987)

Kirakható-e a négyzet $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$ szögű háromszögekkel?

$\cot \pi/2 = 0,\ \cot \pi/3 = \sqrt{3}/3,\ \cot \pi/6 = \sqrt{3};\ F = \mathbb{Q}(\sqrt{3})$.

Tétel (LM 1990)

Tegyük fel, hogy az $S = (V_1, \dots, V_N)$ sokszöget kirakják a $\Delta_1, \dots, \Delta_n$ háromszögek, melyek szögei α, β, γ. Legyen F a V_i koordinátái és a $\cot\alpha, \cot\beta, \cot\gamma$ számok által generált test, $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmus, és legyen $\Phi(x, y) = (\phi(x), \phi(y))$.
Ha $\Phi(V_1), \dots, \Phi(V_N)$ egy $S' = \Phi(S)$ sokszög egymás utáni csúcsai, akkor a Δ_i háromszögek Δ_i' képei hasonlóak, kirakják S'-t, és az irányításuk megegyezik S' irányításával.

Kérdés (Pósa Lajos 1987)

Kirakható-e a négyzet $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$ szögű háromszögekkel?

$$\cot \pi/2 = 0,\ \cot \pi/3 = \sqrt{3}/3,\ \cot \pi/6 = \sqrt{3};\ F = \mathbb{Q}(\sqrt{3}).$$

Tétel (LM 1990)

Tegyük fel, hogy az $S = (V_1, \ldots, V_N)$ sokszöget kirakják a $\Delta_1, \ldots, \Delta_n$ háromszögek, melyek szögei α, β, γ. Legyen F a V_i koordinátái és a $\cot \alpha, \cot \beta, \cot \gamma$ számok által generált test, $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmus, és legyen $\Phi(x, y) = (\phi(x), \phi(y))$.
Ha $\Phi(V_1), \ldots, \Phi(V_N)$ egy $S' = \Phi(S)$ sokszög egymás utáni csúcsai, akkor a Δ_i háromszögek Δ'_i képei hasonlóak, kirakják S'-t, és az irányításuk megegyezik S' irányításával.

$\phi(a + b\sqrt{3}) = a - \sqrt{3}$ a $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ test izomorfizmusa.
$\Phi(x, y) = (\phi(x), \phi(y))$ az egységnegyzet csúcsait fixen hagyja, de a $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{6}$ szögű háromszögek irányítását megváltoztatja. Tehát a négyzet nem rakható ki ilyen háromszögekkel.

Tegyük fel, hogy az S sokszög kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival. Tekintetbe véve az öszes $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmust, a megfelelő kirakásokat, ezekben összevetve a szögeket, irányításokat stb. bizonyos számelméleti feltételeket kapunk.

Tegyük fel, hogy az S sokszög kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival. Tekintetbe véve az összes $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmust, a megfelelő kirakásokat, ezekben összevetve a szögeket, irányításokat stb. bizonyos számelméleti feltételeket kapunk.

Tétel (LM 1990, Szegedy Balázs 2001)

(i) *Ha a négyzet kirakható az α szögű derékszögű háromszög hasonló példányaival, akkor* $\cot \alpha$ *algebrai, és mindegyik valós konjugáltja pozitív.*

Tegyük fel, hogy az S sokszög kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival. Tekintetbe véve az összes $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmust, a megfelelő kirakásokat, ezekben összevetve a szögeket, irányításokat stb. bizonyos számelméleti feltételeket kapunk.

Tétel (LM 1990, Szegedy Balázs 2001)

(i) *Ha a négyzet kirakható az α szögű derékszögű háromszög hasonló példányaival, akkor* $\cot\alpha$ *algebrai, és mindegyik valós konjugáltja pozitív.*

Tegyük fel, hogy az S sokszög kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival. Tekintetbe véve az összes $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmust, a megfelelő kirakásokat, ezekben összevetve a szögeket, irányításokat stb. bizonyos számelméleti feltételeket kapunk.

Tétel (LM 1990, Szegedy Balázs 2001)

(i) *Ha a négyzet kirakható az α szögű derékszögű háromszög hasonló példányaival, akkor* $\cot \alpha$ *algebrai, és mindegyik valós konjugáltja pozitív.*
(ii) *Ezek valóban kirakják a négyzetet.*

Tegyük fel, hogy az S sokszög kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival. Tekintetbe véve az összes $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmust, a megfelelő kirakásokat, ezekben összevetve a szögeket, irányításokat stb. bizonyos számelméleti feltételeket kapunk.

Tétel (LM 1990, Szegedy Balázs 2001)

(i) *Ha a négyzet kirakható az α szögű derékszögű háromszög hasonló példányaival, akkor* $\cot\alpha$ *algebrai, és mindegyik valós konjugáltja pozitív.*
(ii) *Ezek valóban kirakják a négyzetet.*

Sejtés

Minden S konvex sokszögre és Δ háromszögre, ha a számelméleti feltételek teljesülnek, akkor S kirakható Δ hasonló példányaival.

Tegyük fel, hogy az S sokszög kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival. Tekintetbe véve az összes $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmust, a megfelelő kirakásokat, ezekben összevetve a szögeket, irányításokat stb. bizonyos számelméleti feltételeket kapunk.

Tétel (LM 1990, Szegedy Balázs 2001)

(i) *Ha a négyzet kirakható az α szögű derékszögű háromszög hasonló példányaival, akkor* $\cot \alpha$ *algebrai, és mindegyik valós konjugáltja pozitív.*
(ii) *Ezek valóban kirakják a négyzetet.*

Sejtés

Minden S konvex sokszögre és Δ háromszögre, ha a számelméleti feltételek teljesülnek, akkor S kirakható Δ hasonló példányaival.

Tegyük fel, hogy az S sokszög kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival. Tekintetbe véve az összes $\phi : F \to \mathbb{R}$ izomorfizmust, a megfelelő kirakásokat, ezekben összevetve a szögeket, irányításokat stb. bizonyos számelméleti feltételeket kapunk.

Tétel (LM 1990, Szegedy Balázs 2001)

(i) *Ha a négyzet kirakható az α szögű derékszögű háromszög hasonló példányaival, akkor* $\cot \alpha$ *algebrai, és mindegyik valós konjugáltja pozitív.*
(ii) *Ezek valóban kirakják a négyzetet.*

Sejtés

Minden S konvex sokszögre és Δ háromszögre, ha a számelméleti feltételek teljesülnek, akkor S kirakható Δ hasonló példányaival.

Ha ez igaz, akkor a szabályos ötszög kirakható $\frac{\pi}{5}$, $\frac{\pi}{5}$, $\frac{3\pi}{5}$ szögű háromszögekkel, és általában, a szabályos n-szög kirakható $\frac{\pi}{n}$, $\frac{\pi}{n}$, $\frac{(n-2)\pi}{n}$ szögű háromszögekkel. (Igaz $n = 3, 4, 6$-ra.)

Adott az S sokszög kirakása α, β, γ szögű háromszögekkel. Ha van két szög pl. α, β úgy, hogy a kirakás minden csúcsában ugyanannyi α és β szög találkozik, akkor a kirakás reguláris. Egyébként a kirakás irreguláris.

Adott az S sokszög kirakása α, β, γ szögű háromszögekkel. Ha van két szög pl. α, β úgy, hogy a kirakás minden csúcsában ugyanannyi α és β szög találkozik, akkor a kirakás reguláris. Egyébként a kirakás irreguláris.

Tétel (LM 1998)

Legyen S tetszőleges n-szög. Azon háromszögek száma, amelyek hasonló példányaival S irreguláris módon kirakható legfeljebb $\leq cn^6$.

Adott az S sokszög kirakása α, β, γ szögű háromszögekkel. Ha van két szög pl. α, β úgy, hogy a kirakás minden csúcsában ugyanannyi α és β szög találkozik, akkor a kirakás reguláris. Egyébként a kirakás irreguláris.

Tétel (LM 1998)

Legyen S tetszőleges n-szög. Azon háromszögek száma, amelyek hasonló példányaival S irreguláris módon kirakható legfeljebb $\leq cn^6$.

Adott az S sokszög kirakása α, β, γ szögű háromszögekkel. Ha van két szög pl. α, β úgy, hogy a kirakás minden csúcsában ugyanannyi α és β szög találkozik, akkor a kirakás reguláris. Egyébként a kirakás irreguláris.

Tétel (LM 1998)

Legyen S tetszőleges n-szög. Azon háromszögek száma, amelyek hasonló példányaival S irreguláris módon kirakható legfeljebb $\leq cn^6$.

Bármely T szimmetrikus trapézhoz végtelen sok olyan Δ háromszög van, amelyre $\Delta \mid T$.

Adott az S sokszög kirakása α, β, γ szögű háromszögekkel. Ha van két szög pl. α, β úgy, hogy a kirakás minden csúcsában ugyanannyi α és β szög találkozik, akkor a kirakás reguláris. Egyébként a kirakás irreguláris.

Tétel (LM 1998)

Legyen S tetszőleges n-szög. Azon háromszögek száma, amelyek hasonló példányaival S irreguláris módon kirakható legfeljebb $\leq cn^6$.

Bármely T szimmetrikus trapézhoz végtelen sok olyan Δ háromszög van, amelyre $\Delta \mid T$.

Tétel (LM 1998)

Bármely szabályos sokszög felbontható véges sok egymásba nem nyúló hasonló szimmetrikus trapézra. Így minden S szabályos sokszöghöz végtelen sok olyan Δ háromszög van, amelyre $\Delta \mid S$.

Tétel

Ha $n \geq n_0$ és a szabályos n-szög irregulárisan kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival, akkor Δ egyike a következőknek:
$\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}\right), \; \left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{n}\right), \; \left(\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n}, \pi-\frac{2\pi}{n}\right).$

Tétel

Ha $n \geq n_0$ és a szabályos n-szög irregulárisan kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival, akkor Δ egyike a következőknek:
$\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}\right), \ \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{n}\right), \ \left(\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n}, \pi - \frac{2\pi}{n}\right).$

Tétel

Ha $n \geq n_0$ és a szabályos n-szög irregulárisan kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival, akkor Δ egyike a következőknek:
$\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n},\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n},\frac{2\pi}{n}\right)$, $\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n},\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{n}\right)$, $\left(\frac{\pi}{n},\frac{\pi}{n},\pi-\frac{2\pi}{n}\right)$.

Következmény

Azon háromszögek száma, amelyek a szabályos n-szöget irregulárisan kirakják korlátos.

Tétel

Ha $n \geq n_0$ *és a szabályos* n*-szög irregulárisan kirakható a* Δ *háromszög hasonló példányaival, akkor* Δ *egyike a következőknek:*
$\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}\right), \ \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{n}\right), \ \left(\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n}, \pi - \frac{2\pi}{n}\right).$

Következmény

Azon háromszögek száma, amelyek a szabályos n*-szöget irregulárisan kirakják korlátos.*

Tétel

Ha $n \geq n_0$ és a szabályos n-szög irregulárisan kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival, akkor Δ egyike a következőknek:
$\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}\right), \ \left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{n}\right), \ \left(\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n}, \pi-\frac{2\pi}{n}\right).$

Következmény

Azon háromszögek száma, amelyek a szabályos n-szöget irregulárisan kirakják korlátos.

Kérdés

Igaz-e, hogy azon háromszögek száma, amelyek egy konvex sokszöget irregulárisan kirakják közös korlát alatt van?

Tétel

Ha $n \geq n_0$ és a szabályos n-szög irregulárisan kirakható a Δ háromszög hasonló példányaival, akkor Δ egyike a következőknek:
$$\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}\right), \; \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{n}\right), \; \left(\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n}, \pi - \frac{2\pi}{n}\right).$$

Következmény

Azon háromszögek száma, amelyek a szabályos n-szöget irregulárisan kirakják korlátos.

Kérdés

Igaz-e, hogy azon háromszögek száma, amelyek egy konvex sokszöget irregulárisan kirakják közös korlát alatt van?

Tétel

Ha $n \geq n_0$ *és a szabályos* n*-szög irregulárisan kirakható a* Δ *háromszög hasonló példányaival, akkor* Δ *egyike a következőknek:*
$\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}\right), \ \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{n}\right), \ \left(\frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{n}, \pi - \frac{2\pi}{n}\right).$

Következmény

Azon háromszögek száma, amelyek a szabályos n*-szöget irregulárisan kirakják korlátos.*

Kérdés

Igaz-e, hogy azon háromszögek száma, amelyek egy konvex sokszöget irregulárisan kirakják közös korlát alatt van?

Tétel

Az α, β, γ *szögű háromszög hasonló példányaival akkor és csak akkor lehet a négyzetet kirakni, ha vagy* (i) $\gamma = \pi/2$, $\cot \alpha$ *algebrai és a valós konjugáltjai pozitívak, vagy* (ii) *a háromszög egyike a következőknek:*
$\left(\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{8}\right), \ \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{12}\right), \ \left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}\right).$

Tétel

Legyen S konvex sokszög, amely regulárisan kirakható α, β, γ-szögű egybevágó háromszögekkel. Akkor az alábbiak valamelyike teljesül:

Tétel

Legyen S konvex sokszög, amely regulárisan kirakható α, β, γ-szögű egybevágó háromszögekkel. Akkor az alábbiak valamelyike teljesül:

(i) *S parallelogramma.*

Tétel

Legyen S konvex sokszög, amely regulárisan kirakható α, β, γ-szögű egybevágó háromszögekkel. Akkor az alábbiak valamelyike teljesül:

(i) *S parallelogramma.*

(ii) *S mindegyik szöge $\pi/3$ vagy $2\pi/3$, és az oldalai páronként összemérhetőek.*

Tétel

Legyen S konvex sokszög, amely regulárisan kirakható α, β, γ-szögű egybevágó háromszögekkel. Akkor az alábbiak valamelyike teljesül:

(i) *S parallelogramma.*

(ii) *S mindegyik szöge $\pi/3$ vagy $2\pi/3$, és az oldalai páronként összemérhetőek.*

(iii) *S egy szabályos sokszög.*

Tétel

Legyen S konvex sokszög, amely regulárisan kirakható α, β, γ-szögű egybevágó háromszögekkel. Akkor az alábbiak valamelyike teljesül:

(i) *S parallelogramma.*

(ii) *S mindegyik szöge $\pi/3$ vagy $2\pi/3$, és az oldalai páronként összemérhetőek.*

(iii) *S egy szabályos sokszög.*

(iv) $\sin\alpha, \sin\beta, \sin\gamma$ *páronként összemérhetőek, S oldalai páronként összemérhetőek, $n-2$ szöge $\alpha+\beta$ (vagy γ), a maradék kettő pedig $p_1\gamma$, $p_2\gamma$ (vagy $p_1(\alpha+\beta)$, $p_2(\alpha+\beta)$), ahol $p_1, p_2 \in \mathbb{N}$, $p_1 + p_2 = n-2$.*

Tétel

Legyen S konvex sokszög, amely regulárisan kirakható α, β, γ-szögű egybevágó háromszögekkel. Akkor az alábbiak valamelyike teljesül:

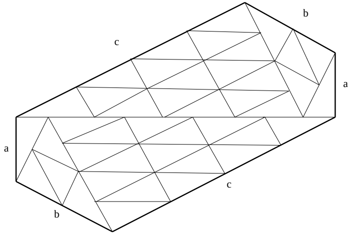
(i) *S parallelogramma.*

(ii) *S mindegyik szöge $\pi/3$ vagy $2\pi/3$, és az oldalai páronként összemérhetőek.*

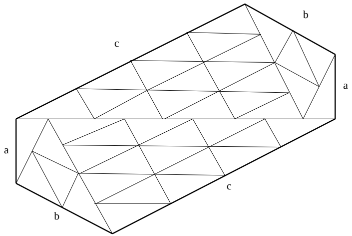
(iii) *S egy szabályos sokszög.*

(iv) *$\sin\alpha, \sin\beta, \sin\gamma$ páronként összemérhetőek, S oldalai páronként összemérhetőek, $n-2$ szöge $\alpha+\beta$ (vagy γ), a maradék kettő pedig $p_1\gamma,\ p_2\gamma$ (vagy $p_1(\alpha+\beta),\ p_2(\alpha+\beta)$), ahol $p_1, p_2 \in \mathbb{N},\ p_1+p_2 = n-2$.*

(v) *S centrálisan szimmetrikus, a szögei egyenlőek, az oldalai páronként összemérhetőek, és $(n/2)-1$ oldala geometriai sorozatot képez $\sin\alpha/\sin\beta$ hányadossal.*

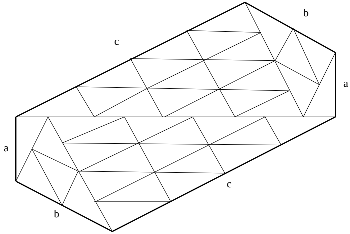


b
c
a
a
c
b



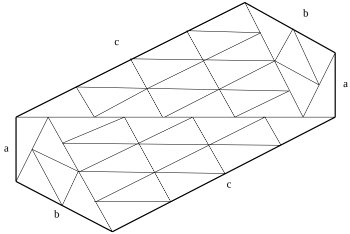
Tétel

Ha a szabályos n-szög $(n \neq 3, 4, 6)$ regulárisan kirakható a Δ háromszög egybevágó példányaival, akkor Δ szögei $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \gamma = \frac{2\pi}{n}$.



Tétel

Ha a szabályos n-szög $(n \neq 3, 4, 6)$ *regulárisan kirakható a* Δ *háromszög egybevágó példányaival, akkor* Δ *szögei* $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \gamma = \frac{2\pi}{n}$.



Tétel

Ha a szabályos n-szög $(n \neq 3, 4, 6)$ *regulárisan kirakható a* Δ *háromszög egybevágó példányaival, akkor* Δ *szögei* $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \gamma = \frac{2\pi}{n}$.

Tétel

Ha a szabályos n-szög $(n \geq n_0)$ *kirakható a* Δ *háromszög egybevágó példányaival, akkor* Δ *szögei* $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}$, $\gamma = \frac{2\pi}{n}$ *vagy*
$\alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}$, $\beta = \frac{\pi}{2}$, $\gamma = \frac{\pi}{n}$.

Tétel

A négyzet akkor és csak akkor rakható ki a Δ *háromszög egybevágó példányaival, ha* Δ *derékszögű és a befogói összemérhetőek.*

Tétel

A négyzet akkor és csak akkor rakható ki a Δ *háromszög egybevágó példányaival, ha* Δ *derékszögű és a befogói összemérhetőek.*

Tétel

A négyzet akkor és csak akkor rakható ki a Δ háromszög egybevágó példányaival, ha Δ derékszögű és a befogói összemérhetőek.

A $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$-szögű háromszög kielégíti a számelméleti feltételeket, de *egybevágó* példányaival a négyzet nem rakható ki.
(Hasonló példányaival igen.)

Tétel

A négyzet akkor és csak akkor rakható ki a Δ háromszög egybevágó példányaival, ha Δ derékszögű és a befogói összemérhetőek.

A $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$-szögű háromszög kielégíti a számelméleti feltételeket, de *egybevágó* példányaival a négyzet nem rakható ki.
(Hasonló példányaival igen.)

Tétel

Tegyük fel, hogy Δ oldalai összemérhetőek, és egyik szöge $\pi/3$ vagy $2\pi/3$. Ekkor a szabályos háromszög és a szabályos hatszög kirakható Δ egybevágó példányaival.

Tétel

A négyzet akkor és csak akkor rakható ki a Δ háromszög egybevágó példányaival, ha Δ derékszögű és a befogói összemérhetőek.

A $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$-szögű háromszög kielégíti a számelméleti feltételeket, de *egybevágó* példányaival a négyzet nem rakható ki.
(Hasonló példányaival igen.)

Tétel

Tegyük fel, hogy Δ oldalai összemérhetőek, és egyik szöge $\pi/3$ vagy $2\pi/3$. Ekkor a szabályos háromszög és a szabályos hatszög kirakható Δ egybevágó példányaival.

Tétel

A négyzet akkor és csak akkor rakható ki a Δ háromszög egybevágó példányaival, ha Δ derékszögű és a befogói összemérhetőek.

A $\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$-szögű háromszög kielégíti a számelméleti feltételeket, de *egybevágó* példányaival a négyzet nem rakható ki.
(Hasonló példányaival igen.)

Tétel

Tegyük fel, hogy Δ oldalai összemérhetőek, és egyik szöge $\pi/3$ vagy $2\pi/3$. Ekkor a szabályos háromszög és a szabályos hatszög kirakható Δ egybevágó példányaival.

Kérdés

Van-e olyan $n \neq 3, 4, 6$, hogy a szabályos n-szög kirakható egybevágó háromszögekkel, melyek különböznek az $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{2\pi}{n}\right)$, illetve $\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{n}\right)$ szögű háromszögektől?

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz *m-osztható,* ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz *osztható,* ha m-osztható valamely $2 \leq m < \aleph_0$-ra.

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz *m-osztható,* ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz *osztható,* ha m-osztható valamely $2 \leq m < \aleph_0$-ra.

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz m-osztható, ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz osztható, ha m-osztható valamely $2 \leq m < \aleph_0$-ra.

F. Hausdorff 1914: A körcsoport ($T_1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} = [0, 1)$ mod 1) $\aleph_0$-osztható.

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz m-osztható, ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz osztható, ha m-osztható valamely $2 \leq m < \aleph_0$-ra.

F. Hausdorff 1914: A körcsoport ($T_1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} = [0,1)$ mod 1) $\aleph_0$-osztható.

Tétel (Neumann János 1928)

Minden intervallum $\aleph_0$-osztható.

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz m-osztható, ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz osztható, ha m-osztható valamely $2 \le m < \aleph_0$-ra.

F. Hausdorff 1914: A körcsoport ($T_1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} = [0,1)$ mod 1) $\aleph_0$-osztható.

Tétel (Neumann János 1928)

Minden intervallum $\aleph_0$-osztható.

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz m-osztható, ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz osztható, ha m-osztható valamely $2 \leq m < \aleph_0$-ra.

F. Hausdorff 1914: A körcsoport ($T_1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} = [0,1)$ mod 1) $\aleph_0$-osztható.

Tétel (Neumann János 1928)

Minden intervallum $\aleph_0$-osztható.

Van der Waerden 1949: A körlap nem 2-osztható. (Feladatként kitűzve az *Elemente der Mathematik*-ban.)

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz m-osztható, ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz osztható, ha m-osztható valamely $2 \le m < \aleph_0$-ra.

F. Hausdorff 1914: A körcsoport ($T_1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} = [0, 1) \bmod 1$) $\aleph_0$-osztható.

Tétel (Neumann János 1928)

Minden intervallum $\aleph_0$-osztható.

Van der Waerden 1949: A körlap nem 2-osztható. (Feladatként kitűzve az *Elemente der Mathematik*-ban.)

Kérdés

Igaz-e, hogy a körlap osztható?

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz m-osztható, ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz osztható, ha m-osztható valamely $2 \leq m < \aleph_0$-ra.

F. Hausdorff 1914: A körcsoport ($T_1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} = [0,1)$ mod 1) $\aleph_0$-osztható.

Tétel (Neumann János 1928)

Minden intervallum $\aleph_0$-osztható.

Van der Waerden 1949: A körlap nem 2-osztható. (Feladatként kitűzve az *Elemente der Mathematik*-ban.)

Kérdés

Igaz-e, hogy a körlap osztható?

Definíció

Legyen m egy számosság. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz m-osztható, ha felbontható m páronként diszjunkt egybevágó részre. A $H \subset \mathbb{R}^d$ halmaz osztható, ha m-osztható valamely $2 \leq m < \aleph_0$-ra.

F. Hausdorff 1914: A körcsoport ($T_1 = \mathbb{R}/\mathbb{Z} = [0, 1)$ mod 1) $\aleph_0$-osztható.

Tétel (Neumann János 1928)

Minden intervallum $\aleph_0$-osztható.

Van der Waerden 1949: A körlap nem 2-osztható. (Feladatként kitűzve az *Elemente der Mathematik*-ban.)

Kérdés

Igaz-e, hogy a körlap osztható?

(Megoldatlan)

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (S. Wagon 1983)

A d-dimenziós gömbök nem m-oszthatóak $m \leq d$*-re.*

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (S. Wagon 1983)

A d-dimenziós gömbök nem m-oszthatóak $m \leq d$-re.

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (S. Wagon 1983)

A d-dimenziós gömbök nem m-oszthatóak $m \leq d$-re.

Tétel (C. Richter 2008)

Egy "tipikus" konvex test nem osztható.

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (S. Wagon 1983)

A d-dimenziós gömbök nem m-oszthatóak $m \leq d$-re.

Tétel (C. Richter 2008)

Egy "tipikus" konvex test nem osztható.

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (S. Wagon 1983)

A d-dimenziós gömbök nem m-oszthatóak $m \leq d$-re.

Tétel (C. Richter 2008)

Egy "tipikus" konvex test nem osztható.

Tétel (Kiss Gergely, LM 2010)

$\mathbb{R}^3$-ban minden nyílt vagy zárt gömb m-osztható minden $m \geq 22$-re.
Ha $3 \mid d$, akkor $\mathbb{R}^d$-ben minden nyílt vagy zárt gömb m-osztható minden $m \geq m_d$-re.

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (S. Wagon 1983)

A d-dimenziós gömbök nem m-oszthatóak $m \leq d$-re.

Tétel (C. Richter 2008)

Egy "tipikus" konvex test nem osztható.

Tétel (Kiss Gergely, LM 2010)

$\mathbb{R}^3$*-ban minden nyílt vagy zárt gömb* m*-osztható minden* $m \geq 22$*-re.*
Ha $3 \mid d$*, akkor* $\mathbb{R}^d$*-ben minden nyílt vagy zárt gömb* m*-osztható minden* $m \geq m_d$*-re.*

Tétel (W. Gustin 1951)

A zárt vagy nyílt szakaszok nem oszthatóak.

Tétel (S. Wagon 1983)

A d-dimenziós gömbök nem m-oszthatóak $m \leq d$-re.

Tétel (C. Richter 2008)

Egy "tipikus" konvex test nem osztható.

Tétel (Kiss Gergely, LM 2010)

$\mathbb{R}^3$*-ban minden nyílt vagy zárt gömb* m*-osztható minden* $m \geq 22$*-re.*
Ha $3 \mid d$*, akkor* $\mathbb{R}^d$*-ben minden nyílt vagy zárt gömb* m*-osztható minden* $m \geq m_d$*-re.*

Következmény

Minden $d \geq 3$*-ra van olyan konvex alakzat* $\mathbb{R}^d$*-ben, amely* m*-osztható minden* $m \geq 22$*-re.*

A konstrukció olyan $B = E_0 \cup \ldots \cup E_{21}$ felbontást ad, amelyre $O_i(E_0) = E_i$ $(i = 1, \ldots, 20)$ és $T(E_0) = E_{21}$, ahol $O_1, \ldots, O_{20} \in SO_3$ ortogonális transzformációk és T eltolás.

A konstrukció olyan $B = E_0 \cup \ldots \cup E_{21}$ felbontást ad, amelyre $O_i(E_0) = E_i$ $(i = 1, \ldots, 20)$ és $T(E_0) = E_{21}$, ahol $O_1, \ldots, O_{20} \in SO_3$ ortogonális transzformációk és T eltolás.

Lemma

Ha $O_1, \ldots, O_n$ "generikus" ortogonális transzformációk és T "generikus" eltolás $\mathbb{R}^3$-ban, akkor az $O_1, \ldots, O_n$ és T által generált csoportban egy A transzformációnak akkor és csak akkor van fixpontja, ha A alkalmas konjugáltja benne van az $O_1, \ldots, O_n$ által generált csoportban.

A konstrukció olyan $B = E_0 \cup \ldots \cup E_{21}$ felbontást ad, amelyre $O_i(E_0) = E_i$ $(i = 1, \ldots, 20)$ és $T(E_0) = E_{21}$, ahol $O_1, \ldots, O_{20} \in SO_3$ ortogonális transzformációk és T eltolás.

Lemma

Ha $O_1, \ldots, O_n$ "generikus" ortogonális transzformációk és T "generikus" eltolás $\mathbb{R}^3$-ban, akkor az $O_1, \ldots, O_n$ és T által generált csoportban egy A transzformációnak akkor és csak akkor van fixpontja, ha A alkalmas konjugáltja benne van az $O_1, \ldots, O_n$ által generált csoportban.

A konstrukció olyan $B = E_0 \cup \ldots \cup E_{21}$ felbontást ad, amelyre $O_i(E_0) = E_i$ $(i = 1, \ldots, 20)$ és $T(E_0) = E_{21}$, ahol $O_1, \ldots, O_{20} \in SO_3$ ortogonális transzformációk és T eltolás.

Lemma

Ha $O_1, \ldots, O_n$ "generikus" ortogonális transzformációk és T "generikus" eltolás $\mathbb{R}^3$-ban, akkor az $O_1, \ldots, O_n$ és T által generált csoportban egy A transzformációnak akkor és csak akkor van fixpontja, ha A alkalmas konjugáltja benne van az $O_1, \ldots, O_n$ által generált csoportban.

$\mathbb{R}^4$-ben hamis!

A konstrukció olyan $B = E_0 \cup \ldots \cup E_{21}$ felbontást ad, amelyre $O_i(E_0) = E_i$ $(i = 1, \ldots, 20)$ és $T(E_0) = E_{21}$, ahol $O_1, \ldots, O_{20} \in SO_3$ ortogonális transzformációk és T eltolás.

Lemma

Ha $O_1, \ldots, O_n$ "generikus" ortogonális transzformációk és T "generikus" eltolás $\mathbb{R}^3$-ban, akkor az $O_1, \ldots, O_n$ és T által generált csoportban egy A transzformációnak akkor és csak akkor van fixpontja, ha A alkalmas konjugáltja benne van az $O_1, \ldots, O_n$ által generált csoportban.

$\mathbb{R}^4$-ben hamis!

Kérdés

Igaz-e, hogy minden $\mathbb{R}^3$-beli gömb m-osztható minden $m \geq 4$-re?

A konstrukció olyan $B = E_0 \cup \ldots \cup E_{21}$ felbontást ad, amelyre $O_i(E_0) = E_i$ $(i = 1, \ldots, 20)$ és $T(E_0) = E_{21}$, ahol $O_1, \ldots, O_{20} \in SO_3$ ortogonális transzformációk és T eltolás.

Lemma

Ha $O_1, \ldots, O_n$ "generikus" ortogonális transzformációk és T "generikus" eltolás $\mathbb{R}^3$-ban, akkor az $O_1, \ldots, O_n$ és T által generált csoportban egy A transzformációnak akkor és csak akkor van fixpontja, ha A alkalmas konjugáltja benne van az $O_1, \ldots, O_n$ által generált csoportban.

$\mathbb{R}^4$-ben hamis!

Kérdés

Igaz-e, hogy minden $\mathbb{R}^3$-beli gömb m-osztható minden $m \geq 4$-re?

A konstrukció olyan $B = E_0 \cup \ldots \cup E_{21}$ felbontást ad, amelyre $O_i(E_0) = E_i$ $(i = 1, \ldots, 20)$ és $T(E_0) = E_{21}$, ahol $O_1, \ldots, O_{20} \in SO_3$ ortogonális transzformációk és T eltolás.

Lemma

Ha $O_1, \ldots, O_n$ "generikus" ortogonális transzformációk és T "generikus" eltolás $\mathbb{R}^3$-ban, akkor az $O_1, \ldots, O_n$ és T által generált csoportban egy A transzformációnak akkor és csak akkor van fixpontja, ha A alkalmas konjugáltja benne van az $O_1, \ldots, O_n$ által generált csoportban.

$\mathbb{R}^4$-ben hamis!

Kérdés

Igaz-e, hogy minden $\mathbb{R}^3$-beli gömb m-osztható minden $m \geq 4$-re?

Kérdés

Igaz-e, hogy minden $\mathbb{R}^d$-beli gömb m-osztható minden $m > d$-re? minden elég nagy m-re?