

## Véges determinisztikus automaták

Formális nyelvek, 9. gyakorlat

**Célja:** A véges determinisztikus és nem-determinisztikus automaták (VDA, VNDA) fogalmának gyakorlása és használatuk gyakorlati feladatok megoldására

**Fogalmak:** VDA, VNDA, automaták megadási módjai, 3. normálforma, automata-kör, összefüggő automata, mintafelismerés, szótár, lexikális analízis

**Feladatok jellege:** Példák automatákra, különböző megadási módokon. Konkrét 3. típusú nyelvtanból indulva normálformára hozás, átírás VNDA-vá, átírás VDA-vá (összefüggő rész). KMP automata egy konkrét mintára. Véges nyelvhez lehetőleg kis állapotszámú automata. Automata az azonosítókhöz, valós számokhoz, az alapszimbólumok összességéhez.

2008/09 I. félév

## Házi feladatok megoldása

1.a. feladat

$aaabcc \stackrel{?}{\in} L(G)$ ,

$G$  szabályai:  $S \rightarrow AB \mid BC$ ,  $A \rightarrow XA \mid a$ ,  $X \rightarrow a$ ,  $C \rightarrow YC \mid c$ ,  $Y \rightarrow c$ ,  $B \rightarrow UV \mid VW$ ,  $U \rightarrow XX$ ,  $W \rightarrow YY$ ,  $V \rightarrow ZZ$ ,  $Z \rightarrow b$ .

Megoldás:

			$\emptyset$		
		$\emptyset$		$\emptyset$	
	$\emptyset$		$\emptyset$		$\emptyset$
	$\{A\}$		$\emptyset$		$\emptyset$
	$\{A, U\}$	$\{A, U\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{C, W\}$
$\{A, X\}$	$\{A, X\}$	$\{A, X\}$	$\{Z\}$	$\{Y, C\}$	$\{Y, C\}$
$a$	$a$	$a$	$b$	$c$	$c$

Mivel  $S \notin H_{1,6}$ , ezért  $aaabcc \notin L(G)$

## Házi feladatok megoldása

1.b. feladat

$abbccc \stackrel{?}{\in} L(G)$ ,

$G$  szabályai:  $S \rightarrow AB \mid BC$ ,  $A \rightarrow XA \mid a$ ,  $X \rightarrow a$ ,  $C \rightarrow YC \mid c$ ,  $Y \rightarrow c$ ,  $B \rightarrow UV \mid VW$ ,  $U \rightarrow XX$ ,  $W \rightarrow YY$ ,  $V \rightarrow ZZ$ ,  $Z \rightarrow b$ .

Megoldás:

		$\emptyset$			
		$\{S\}$	$\{S\}$		
	$\emptyset$		$\{B\}$		$\emptyset$
	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$		$\{C\}$
	$\emptyset$	$\{V\}$	$\emptyset$	$\{C, W\}$	$\{C, W\}$
$\{A, X\}$	$\{Z\}$	$\{Z\}$	$\{Y, C\}$	$\{Y, C\}$	$\{Y, C\}$
$a$	$b$	$b$	$c$	$c$	$c$

Mivel  $S \notin H_{1,6}$ , ezért  $abbccc \notin L(G)$

## Házi feladatok megoldása

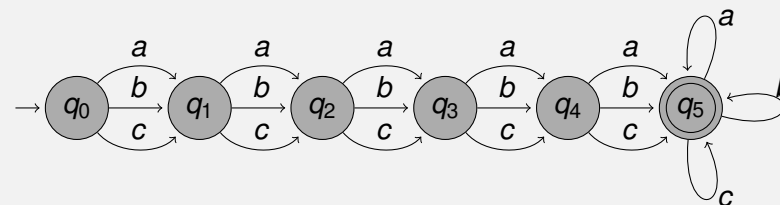
2. feladat

Adjunk VDA-t mely a legalább 5 hosszú szavakat fogadja el!

Megoldás:

$T = \{a, b, c\}$ ,  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$

$A = \langle Q, T, \delta, q_0, \{q_5\} \rangle$



## Házi feladatok megoldása

### 3. feladat

Adjunk VDA-t mely a 7-tel osztható számokat fogadja el!

Megoldás:

$$T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \quad Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}.$$

$$A = \langle Q, T, \delta, q_0, \{q_0\} \rangle$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\rightarrow q_0$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_0$	$q_1$	$q_2$
$q_1$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$
$q_2$	$q_6$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_0$	$q_1$
$q_3$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$
$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_0$
$q_5$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$q_6$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$

## Adott nyelvhez VDA konstruálása/1.

### Feladatok

Feladatok:

$$L_1 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \ell(u) = 5\}$$

$$L_2 = \{a, ab, abb, c, cb, cab\}$$

$$L_3 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \ell_a(u) = 2 \wedge \ell_b(u) \leq 3\}$$

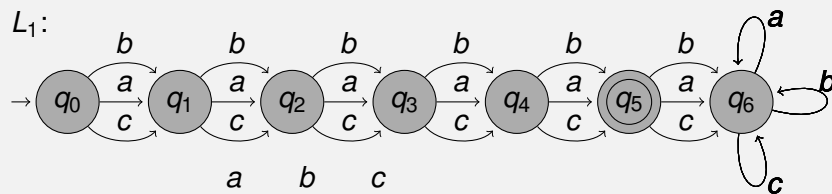
$$L_4 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \text{két } b \text{ között (mely között nincs további } b \text{) legfeljebb három } a \text{ lehet}\}$$

$$L_5 = \{u \in \{0, 1, 2, 3\}^* \mid u \text{ (mint 4-es számrendszerbeli szám) 3-mal osztva 1 maradékot ad}\}$$

## Adott nyelvhez VDA konstruálása/1.

### Megoldások

Megoldások:



$L_2$ :

	a	b	c
$\rightarrow q_\epsilon$	$q_a$	$q_{zs}$	$q_c$
$\leftarrow q_a$	$q_{zs}$	$q_{ab}$	$q_{zs}$
$\leftarrow q_c$	$q_{ca}$	$q_{cb}$	$q_{zs}$
$\leftarrow q_{ab}$	$q_{zs}$	$q_{abb}$	$q_{zs}$
$\leftarrow q_{ca}$	$q_{zs}$	$q_{cab}$	$q_{zs}$
$\leftarrow q_{cb}$	$q_{zs}$	$q_{zs}$	$q_{zs}$
$\leftarrow q_{abb}$	$q_{zs}$	$q_{zs}$	$q_{zs}$
$\leftarrow q_{cab}$	$q_{zs}$	$q_{zs}$	$q_{zs}$
$q_{zs}$	$q_{zs}$	$q_{zs}$	$q_{zs}$

Általában egy  $L$  véges nyelv esetén  $A = \langle Q, T, \delta, q_\epsilon, F \rangle$  legyen a következő:

$$Q = \{q_u \mid u \in \text{Pre}(L)\} \cup \{q_{zs}\},$$

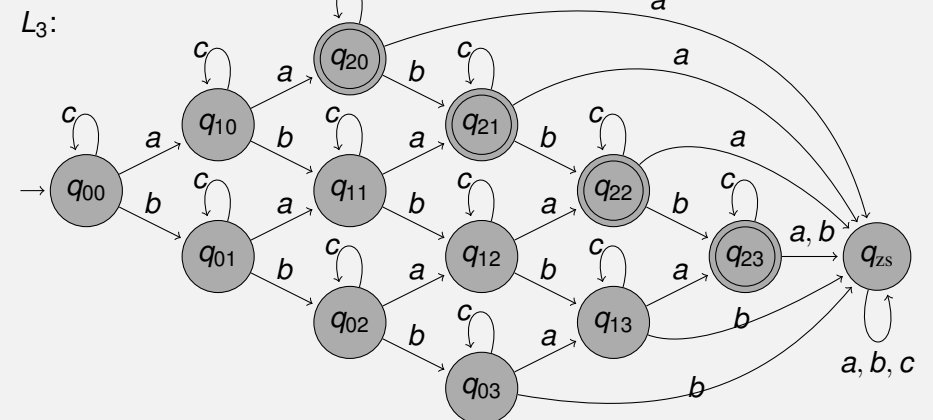
$$T = T(L), \quad F = \{q_u \mid u \in L\} \text{ és}$$

$$\delta(q_u, t) = \begin{cases} q_{ut} & ut \in \text{Pre}(L) \\ q_{zs} & ut \notin \text{Pre}(L) \end{cases}$$

## Adott nyelvhez VDA konstruálása/1.

### Megoldások

Megoldások:

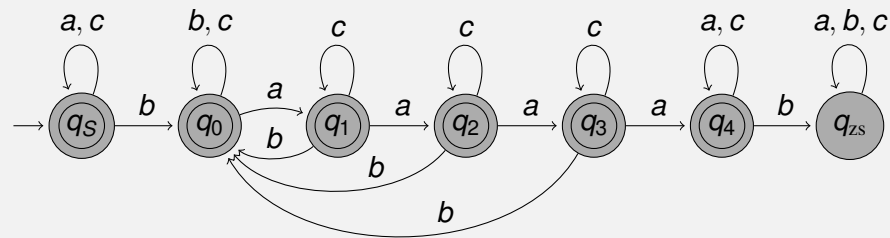


## Adott nyelvhez VDA konstruálása/1.

Megoldások

Megoldások:

$L_4$ :



$L_5$ :

	0	1	2	3
$\rightarrow q_0$	$q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_0$
$\leftarrow q_1$	$q_1$	$q_2$	$q_0$	$q_1$
$q_2$	$q_2$	$q_0$	$q_1$	$q_2$

## Adott nyelvhez VDA konstruálása/2.

Feladatok

Feladatok:

$$L_6 = \{u \in \{0, 1, \dots, r-1\}^* \mid u \text{ (mint } r\text{-es számrendszerbeli szám)} \\ p\text{-vel osztva } k \text{ maradékot ad}\}$$

$$L_7 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid \ell_a(u) \text{ páros, } \ell_b(u) \text{ 3-mal osztva } 1 \\ \text{maradékot ad, } \ell_c(u) \leq 2\}$$

$$L_8 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid ab, bc, ca \text{ nem részszoja } u\text{-nak}\}$$

$$L_9 = \{u \in \{a, b, c\}^* \mid aa, bb \text{ nem részszoja, } cc \text{ részszoja } u\text{-nak}\}$$

$$L_{10} = \{a, b, c\}^* ababb \{a, b, c\}^*$$

## Adott nyelvhez VDA konstruálása/2.

Megoldások

Megoldások:

$L_6$ :

$$\mathcal{A} = \langle \{q_i; 0 \leq i \leq p-1\}, \{0, 1, \dots, r-1\}, \delta, q_0, \{q_k\} \rangle$$

$$\delta(q_i, j) := q_{ri+j \pmod{p}} \quad \forall 0 \leq i \leq p-1, 0 \leq j \leq r-1$$

Illetve, ha nem fogadhatunk el 0-val kezdődő szavakat (kivéve magát a 0 szót), legyen továbbá

$$\delta(q_s, j) := q_j \pmod{p} \quad \forall 1 \leq j \leq r-1,$$

$$\delta(q_s, 0) := q_N,$$

$$\delta(q_N, j) := q_{zs} \quad \forall 0 \leq j \leq r-1,$$

$$\delta(q_{zs}, j) := q_{zs} \quad \forall 0 \leq j \leq r-1,$$

ahol itt most  $q_s$  a kezdőállapot,  $q_N$  és  $q_{zs}$  további állapotok, és  $q_N := F$ , ha  $k=0$ .

## Adott nyelvhez VDA konstruálása/2.

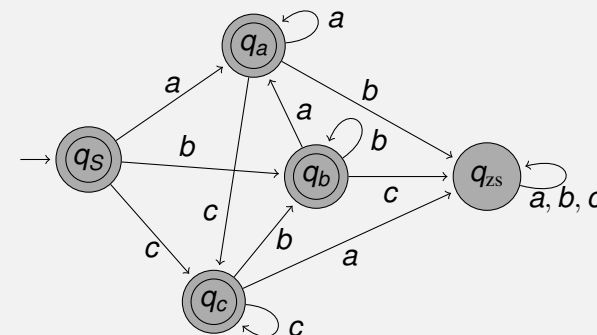
Megoldások

Megoldások:

$$L_7: \mathcal{A} = \langle \{q_{xyz}; x \in \{0, 1\}, y \in \{0, 1, 2\}, z \in \{0, 1, 2, 3\}\}, \\ \{a, b, c\}, \delta, q_{000}, \{q_{010}, q_{011}, q_{012}\} \rangle$$

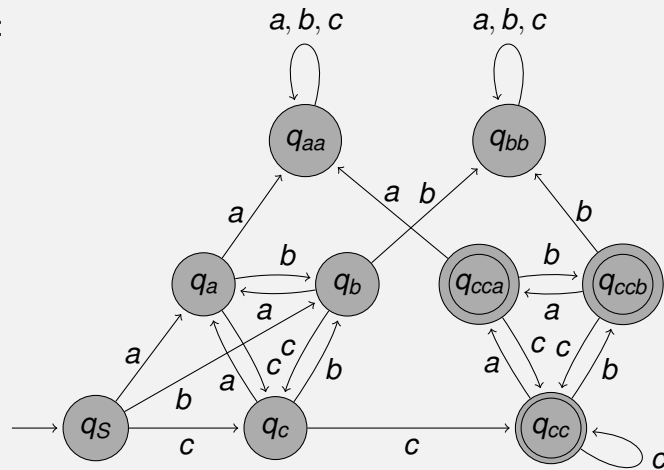
$$\delta(q_{xyz}, a) = q_{(x+1)yz}, \quad \delta(q_{xyz}, c) = \begin{cases} q_{xy(z+1)} & z \neq 3, \\ q_{xy3} & z = 3. \end{cases}$$

$L_8$ :



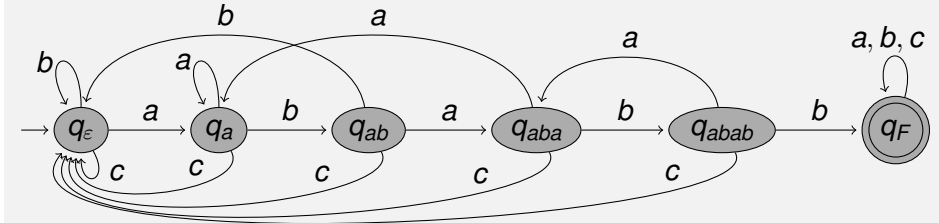
Megoldások:

$L_9$ :



Megoldások:

$L_{10}$ : KMP (Knuth-Morris-Pratt) automata



Általában: Legyen  $w$  a felismerendő minta, az állapotok halmaza legyen  $\{q_u \mid u \in \text{Pre}(w)\}$ , a kezdőállapot  $q_\epsilon$ , az egyetlen elfogadó állapot  $q_w$ . Egy tetszőleges  $t \in T$  betűre pedig  $\delta(q_u, t)$  legyen  $q_v$ , ahol  $v$  a  $\text{Suf}(ut) \cap \text{Pre}(w)$  halmaz leghosszabb szava.

## Házi feladat

1. Melyik nyelvet fogadja el a következő automata?

	a	b	c
$\rightarrow q_0$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$q_1$	$q_4$	$q_2$	$q_4$
$q_2$	$q_0$	$q_4$	$q_3$
$\leftarrow q_3$	$q_4$	$q_3$	$q_4$
$q_4$	$q_4$	$q_4$	$q_4$

2. Készítsünk KMP automatát a következő mintához!  
 $babbcabc$  ( $T = \{a, b, c\}$ )