Megoldások (B csoport)

2011/12/1 Formális nyelvek és automaták évfolyamzárthelyi

1. feladat: Készítsen az $L = \{u \in \{a, b\}^* \mid \ell_a(u) \leq 1 \text{ és } (\ell_b(u) \mod 2) = 1\}$ nyelvhez L-et felismerő *véges determinisztikus automatát* (VDA-t)!

Megoldás:

		a	b
$\rightarrow$	q_{00}	q_{10}	q_{01}
	q_{10}	q_{hiba}	q_{11}
$\leftarrow$	q_{01}	q_{11}	q_{00}
$\leftarrow$	q_{11}	q_{hiba}	q_{10}
	q_{hiba}	q_{hiba}	q_{hiba}

2. feladat: Hozza 3-as normálformára az alábbi G nyelvtant (grammatikát), majd készítsen a tanult algoritmussal olyan *véges determinisztikus automatát* a nyelvtanhoz, mely a G által generált nyelvet ismeri fel! $G = \langle\{a, b, c\}, \{S, A, B\}, \mathcal{P}, S\rangle$, ahol a $\mathcal{P}$ szabályrendszer a következő:

$S \rightarrow bS \mid A \mid bB \mid \varepsilon$
$A \rightarrow acA \mid a$
$B \rightarrow bB \mid ccS \mid \varepsilon$

Megoldás:

Láncmentesítés:
$S \rightarrow bS \mid acA \mid a \mid bB \mid \varepsilon$
$A \rightarrow acA \mid a$
$B \rightarrow bB \mid ccS \mid \varepsilon$

Hosszredukció (+ univerzális ε szabály):
$S \rightarrow bS \mid aD \mid aF \mid bB \mid \varepsilon$
$A \rightarrow aC \mid aF$
$B \rightarrow bB \mid cD \mid \varepsilon$
$C \rightarrow cA$
$D \rightarrow cS$
$F \rightarrow \varepsilon$

NDA:

		a	b	c
$\leftrightarrows$	S	$\{C, F\}$	$\{B, S\}$	$\{\}$
	A	$\{C, F\}$	$\{\}$	$\{\}$
$\leftarrow$	B	$\{\}$	$\{B\}$	$\{D\}$
	C	$\{\}$	$\{\}$	$\{A\}$
	D	$\{\}$	$\{\}$	$\{S\}$
$\leftarrow$	F	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$

VDA:

		a	b	c
$\leftrightarrows$	$\{S\}$	$\{C, F\}$	$\{B, S\}$	$\{\}$
$\leftarrow$	$\{C, F\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{A\}$
$\leftarrow$	$\{B, S\}$	$\{C, F\}$	$\{B, S\}$	$\{D\}$
	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{\}$
	$\{A\}$	$\{C, F\}$	$\{\}$	$\{\}$
	$\{D\}$	$\{\}$	$\{\}$	$\{S\}$

3. feladat: Készítse el az alábbi $\mathcal{A}$ véges determinisztikus automata *minimális automatáját* a tanult algoritmus alapján (összefüggővé alakítás, redukció)! $\mathcal{A} = \langle\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8\}, \{0, 1\}, \delta, q_1, \{q_2, q_5, q_7\}\rangle$, ahol a δ állapotátmenet függvényt az alábbi táblázatal adjuk meg:

		0	1
$\rightarrow$	q_1	q_8	q_3
$\leftarrow$	q_2	q_7	q_3
	q_3	q_5	q_6
	q_4	q_8	q_5
$\leftarrow$	q_5	q_6	q_4
	q_6	q_5	q_6
$\leftarrow$	q_7	q_2	q_6
	q_8	q_4	q_5

Megoldás: $H_0 = \{q_5\}$, $H_1 = \{q_1, q_8, q_3\}$, $H_2 = \{q_1, q_8, q_3, q_4, q_5, q_6\}$, $H_3 = H_2 = H$. Elhagyható q_2, q_7.

$\overset{0}{\sim}$: $\{q_1, q_3, q_4, q_6, q_8\}, \{q_5\}$;

$\overset{1}{\sim}$: $\{q_1\}, \{q_3, q_6\}, \{q_4, q_8\}, \{q_5\}$;
$\overset{2}{\sim} = \overset{1}{\sim} = \sim$.

		0	1
$\rightarrow$	$\{q_1\}$	$\{q_4, q_8\}$	$\{q_3, q_6\}$
	$\{q_4, q_8\}$	$\{q_4, q_8\}$	$\{q_1\}$
	$\{q_3, q_6\}$	$\{q_1\}$	$\{q_3, q_6\}$
$\leftarrow$	$\{q_5\}$	$\{q_3, q_6\}$	$\{q_4, q_8\}$

4. feladat: A *CYK–algoritmus* segítségével döntse el, hogy a *cbccbc* szó levezethető-e a $G = \langle\{b, c\}, \{S, A, B, C\}, \mathcal{P}, S\rangle$ nyelvtanban, ahol a $\mathcal{P}$ szabályrendszer a következő:

$$\begin{aligned}
&S \to AB \\
&A \to AB \,|\, SS \,|\, b \\
&B \to CC \,|\, c \\
&C \to SA \,|\, c
\end{aligned}$$

Megoldás:

$\{B\}$					
$\{B\}$	$\{A, B, C\}$				
$\{\}$	$\{C\}$	$\{\}$			
$\{\}$	$\{S, A\}$	$\{\}$	$\{\}$		
$\{\}$	$\{S, A\}$	$\{B\}$	$\{\}$	$\{S, A\}$	
$\{B, C\}$	$\{A\}$	$\{B, C\}$	$\{B, C\}$	$\{A\}$	$\{B, C\}$
c	b	c	c	b	c

Mivel $S \notin H_{1,6}$, ezért $cbccbc \notin L(G)$.

5. feladat: Készítsen *veremautomatát* (1-vermet), mely az alábbi – a '[' bal-, és ']' jobbzárójelek két elemű ábécéje feletti – L nyelv szavait fogadja el *üres veremmel*!

$$L = \{u \in \{\,\texttt{[},\texttt{]}\,\}^* \,|\, u \text{ helyes zárójelezés és } u\text{-ban nincs } \texttt{[[[} \text{ részszó}\}$$

Adjon a veremautomatához egy rövid, a működési elvet ismertető szöveges magyarázatot is!

Megoldás: $\mathcal{V} = \langle\{q_0, q_1, q_2\}, \{\,\texttt{[},\texttt{]}\,\}, \{\,\texttt{[},\#\}, \delta, q_0, \#, \{\}\rangle$ ahol δ:

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \texttt{[}, \#) &= \{(q_1, \texttt{[}\#)\} \\
\delta(q_0, \texttt{[}, \texttt{[}) &= \{(q_1, \texttt{[[})\} \\
\delta(q_1, \texttt{[}, \#) &= \{(q_2, \texttt{[}\#)\} \\
\delta(q_1, \texttt{[}, \texttt{[}) &= \{(q_2, \texttt{[[})\} \\
\delta(q_0, \texttt{]}, \texttt{[}) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \texttt{]}, \texttt{[}) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, \texttt{]}, \texttt{[}) &= \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, \varepsilon, \#) &= \{(q_0, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

q_i: i db. [volt az utolsó] óta, $0 \leq i \leq 2$,
verem: ha [jön betesszük a verembe, ha] kitörlünk egy [-t a veremből
ha veremtartalom $\texttt{[}^j\#$: j-vel több [volt eddig, mint] , $j \geq 0$